На правах рукописи

ЛЫТКИНА ДАРЬЯ ВИКТОРОВНА

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ НАСЫЩЕННОСТИ И РАСПОЗНАВАЕМОСТИ В ПЕРИОДИЧЕСКИХ ГРУППАХ

01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Красноярск-2007

Работа выполнена в Красноярском государственном аграрном университете

Научный руководитель:

кандидат физико-математических наук,
доцент Филиппов А.К.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,
профессор Васильев А.В.

доктор физико-математических наук,
профессор Созутов А.И.

Ведущая организация:

Иркутский государственный
педагогический университет

Защита состоится "9" ноября 2007 г. в 9.00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.099.02 в Институте естественных и гуманитарных наук СФУ по адресу: 660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 79.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института естественных и гуманитарных наук СФУ.

Автореферат разослан "9" октября 2007 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук,
доцент ________________ Голованов М.И.

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Теория абстрактных групп, т.е. групп, не наделенных изначально никакой дополнительной (геометрической, топологической, физической) структурой, зародившаяся на рубеже 19-го и 20-го веков, первое время развивалась как теория конечных групп. Усилиями нескольких математиков, среди которых несомненно нужно выделить В.Бернсайда и Г.Фробениуса, были получены основополагающие результаты теории конечных групп. Вклад Бернсайда в развитие теории групп составляет не только его выдающиеся результаты, положившие начало локальному анализу конечных групп, и его замечательная книга [29], в которой подведен итог первоначального развития теории конечных групп, но и его знаменитые проблемы, во многом определившие развитие теории периодических групп. В одной из них речь шла о гипотезе, согласно которой порядок любой конечной простой неабелевой группы четен или, другими словами, любая конечная группа нечетного порядка разрешима, в другой задавался вопрос о локальной конечности периодической группы G, порядки элементов которой ограничены некоторым числом. Для групп, период n которых не превосходит 3, положительный ответ был известен самому Бернсайду. В случае $n = 2$ группа G абелева. При $n = 3$ в 1928 году Б.Л.Ван-дер-Варден и Ф.Леви [35] показали, что G трехступенно нильпотентна. В 1942 году появилась знаменитая работа И.Н. Санова [16], в которой доказывалась локальная конечность групп G в случае $n = 4$.

Глубокая работа Ф. Холла и Г. Хигмана [33] стимулировала появление доказательства локальной конечности групп периода 6 [32], но наибольшее влияние она оказала на решение другой проблемы Бернсайда: идеи этой работы наряду с глубокими теоретико-характерными методами, связанными с конечными группами, близкими к группам Фробениуса, привели У.Фейта и Дж.Томпсона [30] к доказательству разрешимости конечных групп нечетного порядка. Работа Томпсона и Фейта и последующие работы Томпсона о группах с разрешимыми локальными подгруппами дали старт бурному развитию теории конечных групп, которое привело к классификации конечных простых групп (см. [27], [31]).

Между тем надежда на положительность решения проблемы Бернсайда для любого конечного периода была развеяна сенсационной работой П.С.Новикова и С.И. Адяна [10], в которой содержалось доказательство бесконечности свободной бернсайдовой группы $B(n,r)$ периода n с r порождающими при $r \geq 2$ и достаточно большом n. Эта работа предопределила появление неожиданных примеров групп С.И.Адяна, А.Ю.Ольшанского, Р.И.Григорчука и их учеников (см. [1]-[3], [4], [5],[11]-[14]), показавших бесконечность глубины пропасти между локально конечными группами и периодическими группами.

Все эти исследования ясно показали, что прогресс в "положительном" направлении изучения периодических групп возможен в первую очередь при условии существования в этих группах элементов небольших простых порядков, в частности, порядков 2 и 3 (отметим, что вопрос о локальной конечности групп периода 5 до сих пор открыт). Надежда на такой прогресс подкреплялась и мощными методами в исследовании конечных неразрешимых групп, связанными, как правило, с существованием в конечных простых группах подгрупп четного порядка.

Некоторые приемы техники работы с элементами порядка 2 (инволюциями) в конечных группах, в первую очередь идеи работы Р.Брауэра и П.Фаулера [28], в которой доказывалась конечность числа конечных простых групп с заданным централизатором инволюции, были развиты и адаптированы к бесконечным группам с инволюциями в ряде работ В.П.Шункова и его учеников. Отметим прежде всего одну из первых работ В.П.Шункова в этом направлении [22] и его классическую теорему о локальной конечности периодической группы с конечным централизатором инволюции [23]. Современное состояние соответствующей теории изложено в серии монографий Шункова [24]-[26] (см. также библиографию в этих книгах). В последнее время ряд глубоких результатов в отмеченном направлении был получен также А.И.Созутовым, Н.М.Сучковым, А.К.Шлёпкиным и другими представителями Красноярской алгебраической школы. К этому направлению относится и настоящая диссертация.

Цель работы. Одной из основных характеристик периодической группы является её спектр, т.е. множество порядков её элементов. Не менее важна информация о конечных подгруппах. Настоящая работа посвящена исследованию групп с заданным спектром или с заданным набором конечных подгрупп.

Основные результаты.

1. Описание периодических групп, порядки элементов которых не превосходит числа 4 (теорема 1).

2. Доказательство однозначной определимости по спектру в классе всех групп с точностью до изоморфизма проективной специальной линейной группы размерности 3 над полем из двух элементов — решение задачи из "Коуровской тетради" (теорема 2).

3. Описание периодических групп, множество конечных подгрупп которых с точностью до изоморфизма совпадает с множеством подгрупп расширений группы порядка 2 посредством проективных специальных линейных групп размерности 2 (теорема 3).

4. Доказательство конечности периодической группы, конечные подгруппы которой такие же, как у простой унитарной группы размерности 3 над полем порядка 9 (теорема 5).

5. Классификация периодических групп, множество конечных подгрупп которых такое же, как у проективных специальных линейных групп размерности 3 над полями чётного порядка (теорема 6).

Общая методика исследований. Методы локального анализа конечных групп приспосабливаются для целей исследования строения периодических групп. При этом используются машинные вычисления для установления конечности некоторых групп, заданных образующими и определяющими соотношениями.

Научная новизна и практическая ценность. Все результаты диссертационной работы являются новыми. Они носят теоретический характер. Результаты и методы работы могут быть использованы в теории групп и её приложениях.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на Международной алгебраической конференции (Екатеринбург, 2005), Международной научной студенческой конференции (Новосибирск, 2006), Международной конференции "Мальцевские чтения" (Новосибирск, 2006), семинаре "Алгебра и Логика" (Новосибирск, 2007), Международном российско-китайском семинаре „Алгебра и логика“ (Иркутск, 2007), Международной конференции „Алгебра и её приложения“ (Красноярск, 2007). Они неоднократно обсуждались на семинарах при КрасГАУ и КрасГАСА.

Публикации. Основные результаты опубликованы с полными доказательствами в работах [39] - [43], при этом статья [42] написана в нераздельном соавторстве с научным руководителем доцентом К.А. Филипповым, статьи [40] и [43] — в нераздельном соавторстве с А.А. Кузнецовым и В.Д. Мазуровым, соответственно. Работы [39] и [41] выполнены диссертанткой единолично.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав и списка литературы (73 наименования), занимает 76 страницы текста, набранного в пакете LaTeX. Нумерация теорем и лемм сквозная.

Содержание работы

Диссертация состоит из трёх глав, первая из которых носит предварительный характер: здесь собраны вспомогательные результаты, используемые в доказательстве основных результатов. Вторая глава посвящена изучению периодических групп с заданным спектром.

В знаменитой работе Санова [16] о локальной конечности групп периода 4 содержится набросок доказательства того, что группа, порядки элементов которой не превосходят числа 4, локально конечна. Мы следующим образом уточняем этот результат, попутно реконструируя и несколько упрощая доказательство Санова.

Теорема 1 *Пусть G — группа, спектр которой содержится во множестве $\{1, 2, 3, 4\}$. Тогда справедливо одно из следующих утверждений:*

1. *G — группа периода 3 или 4.*

2. *В G есть нормальная элементарная абелева 3-подгруппа N и G/N изоморфна подгруппе группы кватернионов порядка 8.*

3. *В G есть нормальная элементарная абелева 2-подгруппа N и G/N изоморфна S_3.*

4. *В G есть нормальная 2-подгруппа N ступени нильпотентности 2 и $|G/N| = 3$.*

Эта теорема, доказательство которой опубликовано в [39], существенным образом используется при доказательстве распознаваемости по спектру в классе всех групп конечной простой группы $L_3(2)$.

По определению, группа G из класса $\mathcal{C}$ *распознаваема* по спектру в классе $\mathcal{C}$, если любая группа из $\mathcal{C}$, спектр которой совпадает со спектром группы G, изоморфна G.

Первые примеры групп, распознаваемых по спектру в классе конечных групп (сейчас такие группы для краткости называют распознаваемыми) были указанны в средине 80-х годов прошлого столетия китайским математиком Ши Вуджи [36, 37]. А именно, Ши показал, что знакопеременная группа Alt_5 и простая линейная группа $L_2(7)$ распознаваемы. Позже ему удалось доказать распознаваемость уже бесконечной серии конечных простых групп $L_2(2^k)$ [38], и эти результаты положили начало широкому направлению исследований распознаваемости конечных групп. К настоящему времени в этом направлении получено большое количество результатов, рассеянных по многочисленным работам (см. библиографию в обзоре [8]). Тем не менее, единственными примерами конечных групп, распознаваемых по спектру в классе всех групп, до последнего времени оставались проективные специальные линейные группы размерности два над полями характеристики 2 [6]. Следующая теорема даёт новый пример группы, распознаваемой по спектру в классе всех групп, и отвечает на вопрос 16.57 из [9] (см. также [8]) о распознаваемости простой группы $L_2(7)$ по спектру.

Теорема 2 *Если спектр группы G равен $\{1, 2, 3, 4, 7\}$, то $G \simeq L_2(7) \simeq L_3(2)$.*

Доказательство этой теоремы опубликовано в [40].

В третьей главе изучается строение периодических групп с заданным множеством конечных подгрупп.

По определению, введённому в обиход А.К. Шлёпкиным [19], группа *G насыщена группами из множества $\mathfrak{M}$*, если любая конечная подгруппа из G содержится в подгруппе, изоморфной некоторой группе из $\mathfrak{M}$. Пусть группа G насыщена группами из некоторого множества $\mathfrak{M}$, и для любой группы $X \in \mathfrak{M}$ в G найдется подгруппа L, изоморфная X. В этом случае будем говорить, что *G насыщена множеством групп $\mathfrak{M}$*, а само множество $\mathfrak{M}$ будем называть *насыщающим множеством групп* для G. Понятно, что любая группа насыщена множеством, состоящим из всех её попарно неизоморфных конечных подгрупп, поэтому выбор насыщающего множества имеет важное значение для успеха описания тех или иных классов групп. Например, существует континуум простых локально конечных групп, для которых насыщающее множество состоит из конечных знакопеременных групп (О.Кегель [34]). С другой стороны, как показали независимо В.В. Беляев, А.В. Боровик, С. Томас, Б. Хартли и Ф. Шют, локально конечная группа, насыщенная множеством конечных простых групп лиева типа ограниченного ранга, сама является простой группой лиева типа над локально конечным полем. Вопрос о возможности отказа в этом последнем результате от условия локальной конечности исследуемой группы внесён А.К. Шлёпкиным в "Коуровскую тетрадь". Отметим, что в примерах Ольшанского не локально конечных групп, все подгруппы которых конечны, насыщающее множество состоит из одной группы простого порядка.

А.К. Шлепкин изучил группы Шункова, насыщенные группами лиева типа ранга 1, а также периодические группы, насыщенные группами из множества $\{Re(q) | q = 3^{2n+1}\}$, О.В. Васильева установила структуру групп Шункова, насыщенных центральными расширениями групп $L_2(q)$. А.Г. Рубашкин рассматривал конечные периодические группы ограниченного периода, насыщенные группами диэдра, как необходимый случай характериризации групп $L_2(P)$ в классе периодических групп. Им совместно с А.К.Шлёпкиным доказана конечность периодических групп, насыщенных конечными простыми неабелевыми группами из конечного множества, не содержащего групп, в централизаторах силовских 2-подгрупп которых есть элементы нечётного порядка ≥ 5. К.А. Филиппов доказал, что периодическая группа G, насыщенная конечными простыми Z-группами, изоморфна либо $L_2(P)$, либо $Sz(Q)$, где P и Q – подходящие локально конечные поля. Им же получен критерий локальной конечности периодической группы, насыщенной группами диэдра, и доказанно, что периодическая финитно аппроксимируемая группа, насыщенная группами диэдра, является локально конечным диэдром.

В первом параграфе третьей главы диссертации изучаются периодические группы, насыщенные группами из множества $\mathfrak{M}$, состоящего из расширений группы порядка 2 посредством проективных специальных линейных групп размерности 2 над конечными полями. Здесь доказываются следующие результаты.

Теорема 3 *Пусть G — периодическая группа, насыщенная группами из класса $\mathfrak{M}$, определенного перед формулировкой теоремы. Тогда G счетна и справедливо одно из следующих утверждений:*

1. *$G \simeq SL_2(Q)$, где Q — локальное конечное поле нечетной характеристики.*

2. *$G \simeq Z_2 \times L_2(Q)$, где Z_2 — группа порядка 2, Q — локально конечное поле.*

3. *Все инволюции группы G сопряжены и централизатор произвольной инволюции t изоморфен $\langle t\rangle \times L_2(Q)$, где Q — бесконечное локально конечное поле характеристики 2. Все силовские подгруппы 2-подгруппы из G сопряжены и являются бесконечными элементарными абелевыми подгруппами. Если T — силовская 2-подгруппа из G, то $C_G(T) = T$ и $N_G(T)$ действует при сопряжении на множестве инволюций T транзитивно.*

Теорема 4 *Пусть существует периодическая группа G, насыщенная группами из класса $\mathfrak{M}$, для которой выполнено утверждение 3 теоремы 3. Тогда существует счетная периодическая дважды транзитивная группа S подстановок счетного множества Ω, обладающая следующими свойствами:*

а) S содержит нормальную регулярную элементарную абелеву 2-подгруппу;

б) стабилизатор R точки не содержит инволюций, любая конечная подгруппа из R циклическая и любой нетривиальный элемент из R оставляет неподвижными ровно две точки;

в) стабилизатор P двух точек — локально циклическая группа, изоморфная мультипликативной группе бесконечного локально конечного поля характеристики 2;

г) Число орбит P на Ω равно четырем, и P действует точно на каждой из двух нетривиальных орбит;

д) стабилизатор любого двухточечного множества Δ изоморфен $\langle t \rangle \times P$ и действует транзитивно на $\Omega \setminus \Delta$;

е) стабилизатор трех точек тривиален.

Вопрос о существовании группы S остаётся открытым.

Доказательство теорем 3 и 4 опубликовано в [42].

В [21] высказана гипотеза о том, что периодическая группа, насыщенная конечным множеством $\mathfrak{M}$ конечных неабелевых простых групп, конечна, и там же эта гипотеза подтверждена для случая, когда централизаторы силовских 2-подгрупп групп из $\mathfrak{M}$ не содержат элементов нечетного порядка, большего трех.

В связи с этим интересно исследовать группы, насыщенные одной простой группой (точнее, одноэлементным множеством, состоящим из одной конечной простой группы), в которой централизатор силовской 2–подгруппы содержит элемент нечетного порядка, большего трех. Все такие конечные простые группы перечислены в [7].

Простой группой наименьшего порядка, в которой централизатор силовской 2–подгруппы содержит элемент нечетного порядка, большего трёх, является группа $U_3(9) \simeq SU_3(81)$. Во втором параграфе третьей главы доказывается следующий результат.

Теорема 5 *Периодическая группа G, насыщенная группой $U_3(9)$, изоморфна $U_3(9)$.*

Доказательство теоремы 5 опубликовано в [41].

В [9] (вопрос 14.101) высказана гипотеза о том, что периодическая группа, насыщенная группами из множества простых конечных групп лиева типа, ранги которых ограничены в совокупности, сама является простой группой лиева типа над локально конечным полем. В [15, 18, 20] эта гипотеза подтверждена для случаев, когда $\mathfrak{M}$ состоит, соответственно, из групп Ри, проективных специальных линейных групп размерности 2 и групп Сузуки.

Завершающая теорема диссертации подтверждает эту гипотезу для периодических групп, насыщенных группами из множества $\mathfrak{L} = \{L_3(2^m) | m = 1, 2, \ldots\}$.

Теорема 6 *Пусть G — периодическая группа, насыщенная группами из множества $\mathfrak{L}$. Тогда найдётся такое локально конечное поле Q характеристики 2, что $G \simeq L_3(Q)$. В частности, G локально конечна.*

Очевидно, что верно и обратное: группа $L_3(Q)$ для произвольного локально конечного поля Q характеристики 2 насыщена группами из множества $\mathfrak{L}$.

Доказательство теоремы 6 опубликовано в [43].

В заключении автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю Константину Анатольевичу Филиппову за всестороннюю помощь.

Список литературы

[1] Адян С.И. О некоторых группах без кручения// Изв. АН СССР. Сер.матем. - 1971.-Т.35, №3.- С.459-468.

[2] Адян С.И. Проблема Бернсайда и тождества в группах.- М.:Наука, 1975.

[3] Адян С.И. Периодические произведения групп// Тр.мат. ин-та АН СССР им.В.А.Стеклова.- Т.142.-М.:Наука, 1976.- С.3-21.

[4] Григорчук Р.И. К проблеме Бернсайда о периодических группах// Функцион.анализ и его приложения. - 1980.- Т.14, №1.- С.53-54.

[5] Григорчук Р.И., Курчанов П.Ф. Некоторые вопросы теории групп, связанные с геометрией// Итоги науки и техники. Современные проблемы матем.фундам.направления.- 1990.- Т.58.-С.191-256.

[6] Журтов А.Х., В.Д.Мазуров. О распозновании конечных простых групп $L_2(2^m)$ в классе всех групп// Сиб. матем. журн., 40, № 1 (1999), 75 – 78.

[7] Кондратьев А.С., Мазуров В.Д. 2-сигнализаторы конечных простых групп// Алгебра и логика. – 2003. – № 5 (42). – С. 333 – 348.

[8] В.Д.Мазуров. Группы с заданным спектром. Известия Уральского государственного университета. Математика и механика, 36, № 7 (2005), 119-138.

[9] Нерешенные вопросы теории групп. Коуровская тетрадь. Новосибирск, 2002.

[10] Новиков П.С., Адян С.И. О бесконечных периодических группах. - I, II, III // Изв. АН СССР. Сер.матем.- 1968.- Т.32, NN 1,2,3.- С.212-244, 251-524, 709-731.

[11] Ольшанский А.Ю. Бесконечные группы с циклическими подгруппами// ДАН СССР. - 1979. - Т.245, №4.- С.785-787.

[12] Ольшанский А.Ю. Бесконечная группа с подгруппами простых порядков// Изв. АН СССР. Сер.матем.- 1980.- Т.44, №2.- С.309-321.

[13] Ольшанский А.Ю. Группы ограниченного периода с подгруппами простых порядков// Алгебра и логика. - 1982.- Т.21, №5.- С.553-618.

[14] Ольшанский А.Ю. Геометрия определяющих соотношений в группах. М.: Наука, 1989.

[15] А.Г.Рубашкин, К.А.Филиппов. О периодических группах, насыщенных $L_2(p^n)$. Сиб.матем. ж., 46, № 6 (2005), 1388-1392.

[16] Санов И.Н. Решения проблемы Бернсайда для периода 4// Учен. записки ЛГУ. Сер. матем.- 1940.- Т.10.- С.166-170.

[17] Созутов А.И., Сучков Н.М., О некоторых бесконечных расщепимых (B, N)-парах. Доклады АН, 376, № 1 (2001), 21-23.

[18] К.А.Филиппов. Группы, насыщенные конечными неабелевыми простыми группами и их центральными расширениями. Дисс. канд. физ-мат. наук. Красноярск, 2005.

[19] Шлепкин А.К. Сопряженно бипримитивно конечные группы, содержащие конечные неразрешимые подгруппы.// III межд. конф. по алгебере 23–28 августа 1993: сб. тез. – Красноярск, 1993. – С. 369.

[20] Шлёпкин А.К. О некоторых периодических группах, насыщенных конечными простыми подгруппами. Матем. труды, 1, № 1 (1998), 129-138.

[21] Шлепкин А.К., Рубашкин А.Г. О группах, насыщенных конечным множеством групп// Сибирский математический журнал. – 2004. – № 6 (45). – С. 1397 – 1400.

[22] Шунков В.П. О некотором обобщении теоремы Фробениуса на периодические группы// Алгебра и логика.- 1967.- Т.6, №3.- С.113-124.

[23] Шунков В.П. О периодической группе с почти регулярными инволюциями// Алгебра и логика. - 1968.- Т.7, №1.- С.113-121.

[24] Шунков В.П. M_p-группы// М.:Наука- 1990.

[25] Шунков В.П. T_0-группы// Новосибирск: Наука- 2000.

[26] Шунков В.П. О вложении примарных элементов в группе// Новосибирск: Наука- 1992.

[27] Aschbacher M. The finite simple groups and their classification. Jole Univ.Press,1980.(перев. в УМН, 1981, 36, №2, 141-172).

[28] Brauer, R., Fowler, K. A. On groups of even order. Ann. of Math. (2) 62 (1955), 565–583.

[29] Burnside, W. Theory of groups of finite order. 2d ed. Dover Publications, Inc., New York, 1955

[30] Feit, W., Thompson, J.G. Solvability of groups of odd order. Pacific J. Math. 21 (1963), 3-196.

[31] Gorenstein, D., Lyons, R., Solomon, R. The classification of the finite simple groups. Mathematical Surveys and Monographs, 40. American Mathematical Society, Providence, RI, 1999.

[32] Hall M. Solution of the Burnside problem for exponent six// Jllinois. J. Math.-1958.-V.2.-P.764-786.

groups// Proc. London Math. Soc.-(Ser.3).- 1989.-V.58.-P.89-111.

[33] Hall P., Higman G. On the p-length of p-soluble groups and reduction theorems for Burnside's problem. Proc. London Math. Soc. (3) 6 (1956), 1–42

[34] Kegel O.H. Lectures on locally finite groups. Oxford, 1969.

[35] Levi F., van der Waerden, B. Über eine besondere Klasse von Gruppen// Abh. Math. Semin. Hamburg Univ.-1932.- V.9.- P.157-158.

[36] W. J. Shi. A characteristic property of $PSL_2(7)$. J.Austral. Math. Soc. Ser. A. 36, No. 3 (1984), 354-356.

[37] W. J. Shi. A characteristic property of A_5, J. Southwest-China Teach. Univ., V.3 (1986), 11–14.

[38] W. J. Shi. A characteristic property of J_1 and $PSL_2(2^n)$, Adv. in Math., V.16 (1987), 397–401.

ОСНОВНЫЕ РАБОТЫ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

[39] Д. В. Лыткина. Строение группы, порядки элементов которой не превосходят числа 4 // Сиб. матем. ж., 48, № 2 (2007), 353-358.

[40] Lytkina D.V., Kuznetsov A.A., Recognizability by spectrum of the group $L_2(7)$ in the class of all groups // Сиб. электрон. матем. изв., 4 (2007), 136-140.

[41] Lytkina D.V., Periodic groups saturated by the group $U_3(9)$ // Сиб. электрон. матем. изв., 4 (2007), 300-303.

[42] Лыткина Д.В., Филиппов К.А. О периодических группах, насыщенных $L_2(q)$ и ее центральными расширениями // Матем. сист.– Красноярск: КрасГАУ, 2006, №5, 35–45.

[43] Лыткина Д.В., Мазуров В.Д. Периодические группы, насыщенные группами $L_3(2^m)$ // Алгебра и логика, 46, №5 (2007), 520-535.

Тезисы конференций

[44] Лыткина Д.В., Филиппов К.А. О периодических группах, насыщенных центральными расширениями линейных групп размерности 2.// Материалы 44-й международной студенческой конференции: Студент и научно-технический прогресс. Новосибирск, 2006, С. 94.

[45] Lytkina D.V. Periodic groups saturated by the group $U_3(9)$ // Международный российско-китайский семинар: Алгебра и логика – Иркутск, 2007. – С. 124-125.

[46] Lytkina D.V., Kuznetsov A.A. Recognizability by spectrum of the group $L_2(7)$ in the class of all groups. // Международный российско-китайский семинар: Алгебра и логика – Иркутск, 2007. – С. 125-126.

[47] Lytkina D.V., Mazurov V.D. Periodic groups saturated by $L_3(2^m)$. // Международный российско-китайский семинар: Алгебра и логика – Иркутск, 2007. – С. 126-127.

[48] Лыткина Д.В. Периодические группы, насыщенные группой $U_3(9)$ // Международная алгебраическая конференция: Алгебра и ее приложения – Красноярск, 2007. – С. 86-87.

[49] Лыткина Д.В., Кузнецов А.А. Распознаваемость группы $L_2(7)$ по спектру в классе всех групп // Международная алгебраическая конференция: Алгебра и ее приложения – Красноярск, 2007. – С. 88.

[50] Лыткина Д.В., Мазуров В.Д. Периодические группы, насыщенные группами $L_3(2^m)$ // Международная алгебраическая конференция: Алгебра и ее приложения – Красноярск, 2007. – С. 87-88.