

На правах рукописи



ЗАРОДНЮК Татьяна Сергеевна

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
ПОИСКА ГЛОБАЛЬНОГО ЭКСТРЕМУМА
В ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ
С ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ**

Специальность 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (информатика, вычислительная техника и управление)

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Красноярск

2011

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук Институте динамики систем и теории управления Сибирского отделения РАН (ИДСТУ СО РАН), г. Иркутск

Научный руководитель: доктор технических наук
Горнов Александр Юрьевич

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор
Демиденко Николай Данилович

кандидат технических наук, доцент
Кузнецов Алексей Владимирович

Ведущая организация: Учреждение Российской академии наук Институт программных систем им. А.К. Айламазяна РАН, г. Переславль-Залесский

Защита состоится 20 мая 2011 г. в 14.00 ч. на заседании диссертационного совета ДМ 212.099.06 при Сибирском федеральном университете по адресу: г. Красноярск, ул. Киренского, 26, ауд. УЛК 115

С диссертационной работой можно ознакомиться в библиотеке Сибирского федерального университета

Автореферат разослан 18 апреля 2011 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Р.Ю. Царев

Общая характеристика работы

Диссертационная работа посвящена созданию алгоритмов решения невыпуклых задач оптимального управления, реализации вычислительных технологий и методик численного поиска глобального экстремума, их тестированию и применению для исследования сложных прикладных задач оптимизации.

Актуальность выполненной работы определяется тремя существенными факторами. *Первый* из них заключается в значимости исследования систем управления сложными техническими и социально-экономическими объектами, в необходимости повышения эффективности, надежности и качества таких систем. Динамика процессов в этих системах обычно описывается с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений, а целенаправленное воздействие человека формализуется в виде управляющих функций. Исследование данных объектов может осуществляться путем постановки и решения задач оптимального управления (ЗОУ).

Критерий качества управления рассматриваемыми объектами – целевой функционал в ЗОУ – во многих случаях является невыпуклым, что приводит к неединственности решения и обуславливает *второй фактор* актуальности темы работы, заключающийся в востребованности вычислительных технологий для исследования многоэкстремальных задач оптимального управления. Разработка теоретических подходов к решению ЗОУ проводилась рядом специалистов, среди которых А.П. Афанасьев, В.А. Батулин, Р. Беллман, А. Брайсон, О.В. Васильев, С.Н. Васильев, Ф.П. Васильев, Р. Габасов, В.И. Гурман, В.В. Дикусар, В.А. Дыхта, Ю.Г. Евтушенко, Ю.М. Ермольев, Ф.М. Кириллова, Ф. Кларк, Н.Н. Красовский, В.Ф. Кротов, Н.Н. Моисеев, Б.Ш. Мордухович, Э. Полак, Л.С. Понтрягин, В.А. Срочко, А.А. Толстоногов, Р.П. Федоренко, А.Г. Ченцов, Ф.Л. Черноусько, Т.М. Энеев и многие другие. Созданию алгоритмов исследования конечномерных задач глобальной оптимизации посвящены работы В.П. Булатова, В.П. Гергеля, Ю.Г. Евтушенко, А.А. Жиглявского, А.Г. Жилинскаса, Й.Б. Моцкуса, С.А. Пиявского, Б.Т. Поляка, А.И. Рубана, Я.Д. Сергеева, А.С. Стрекаловского, Р.Г. Стронгина, О.В. Хамисова, С.П. Шарого, С. Floudas, R. Horst, P. Pardalos, A. Torn, H. Tuy и других авторов. Для невыпуклых задач оптимального управления объем опубликованных алгоритмов значительно скромнее: работы K.L. Тео, I.L. Lopez-Cruz, А.Ю. Горнова. Задача создания эффективных и надежных вычислительных технологий решения

невыпуклых ЗОУ и соответствующего программного обеспечения продолжает оставаться актуальной.

Третий фактор, определяющий актуальность темы диссертационной работы, связан с объективной трудностью сравнения разных подходов к решению задач рассматриваемого типа, получения количественных оценок свойств алгоритмов и соответствующих программных средств. В основе всех известных методик тестирования алгоритмов оптимизации лежат коллекции тестов, широко известны коллекции задач математического программирования, авторами которых являются J.T. Betts, A.R. Colville, R.S. Dembo, C. Floudas, D.M. Himmelblau, W. Hock, A. Miele, J.J. More, P. Pardalos, K. Schittkowski и другие. Однако в области оптимизации динамических систем в настоящее время не существует таких единых общепризнанных коллекций.

Целью диссертации является разработка вычислительных технологий решения невыпуклых задач оптимального управления с параллелепипедными ограничениями, реализация соответствующего специального программного обеспечения и его применение при решении прикладных задач оптимизации управляемых динамических систем.

Для достижения этой цели решены следующие **задачи**:

1. Разработка новых эвристических алгоритмов решения невыпуклых задач оптимального управления с параллелепипедными ограничениями на управление.
2. Разработка и тестирование вычислительных технологий поиска глобального экстремума в ЗОУ.
3. Формирование коллекции невыпуклых тестовых задач оптимального управления для оценки и сравнения алгоритмов.
4. Применение разработанных вычислительных технологий для решения практических задач из различных областей науки и техники.

Рассматриваемые классы задач. Объектом исследования являются управляемые динамические процессы, описываемые нелинейными задачами оптимального управления с параллелепипедными ограничениями и невыпуклыми функционалами. В качестве вспомогательной задачи выступает задача безусловной минимизации, решение которой, в свою очередь, основывается на методах поиска экстремума невыпуклой одномерной функции.

Методы исследования. Используются методы теории оптимального управления, численного анализа, конечномерной оптимизации и математического программирования.

Результаты, выносимые на защиту:

1. Алгоритм криволинейного поиска, использующий процедуру нахождения глобального экстремума невыпуклого функционала вдоль кривых на множестве достижимости и алгоритм туннельного типа, включающий фазу локального спуска и туннельную фазу для улучшения управления.

2. Вычислительные технологии оптимизации, позволяющие формировать эффективные схемы численного решения ЗОУ с параллелепipedными ограничениями.

3. Тестовая коллекция невыпуклых ЗОУ, ориентированная на проведение сравнения и исследование свойств разработанных алгоритмов.

Научная новизна полученных результатов заключается в следующем:

1. Разработан алгоритм криволинейного поиска, основанный на нелокальных вариациях в пространстве управлений, использующий глобальный одномерный поиск вдоль кривых на множестве достижимости в ЗОУ, и алгоритм туннельного типа, позволяющий переходить из одного локального экстремума в другой с лучшим значением целевого функционала. Эти алгоритмы в сравнении с традиционным подходом к решению задач глобальной оптимизации, наименее зависимым от ее размерности, – методом мульти-старт – позволяют находить минимальное значение невыпуклого функционала за существенно меньшее число решенных задач Коши.

2. Разработаны вычислительные технологии решения невыпуклых ЗОУ, реализованные в специальном программном обеспечении OPTCON-III, в котором предусмотрена возможность формирования эффективных схем численного решения за счет выбора комбинаций методов и значений их алгоритмических параметров с учетом особенностей конкретной задачи.

3. Создана тестовая коллекция невыпуклых задач оптимального управления, которая в отличие от существующих общепризнанных коллекций задач математического программирования, ориентирована на сравнение, оценку эффективности и исследование свойств программного обеспечения задач оптимизации управляемых динамических систем.

Практическая значимость диссертационной работы состоит в полученных решениях прикладных задач оптимизации: задачи оптимального управления квантовыми переходами в системе квантовых точек, анализе и прогнозировании заболеваемости населения городов Иркутской области, задачи оптимизации инвестиционных программ республики Бурятия; а также в создании коллекции невыпуклых ЗОУ, позволяющей проводить сравнение и оценку эффективности алгоритмов и специальных программных средств.

Достоверность результатов диссертационной работы обоснована успешным применением разработанных вычислительных технологий для исследования прикладных управляемых динамических систем, использованием классических результатов теории оптимального управления – необходимых условий оптимальности; а также подтверждена сериями вычислительных экспериментов и большими объемами тестовых расчетов, проведенных с помощью разработанной коллекции невыпуклых задач оптимального управления.

Внедрение. Исследования по теме диссертации проводились автором в течение 2003–2011 гг. в рамках плановых проектов ИДСТУ СО РАН, а также в рамках проектов РФФИ № 02-07-90343, № 06-07-89215 и № 09-07-00267, РГНФ № 04-02-00271 и № 09-02-00650, проекта Иркутской областной администрации «Медико-экономический прогноз развития трудовых ресурсов промышленных центров Иркутской области», проекта № 20.10 программы Президиума РАН и междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 43 «Разработка физических принципов построения логических элементов на основе наноструктур с квантовыми точками».

Личный вклад автора. Все результаты диссертационной работы получены Т.С. Зароднюк самостоятельно. Программные реализации разработанных алгоритмов и методик выполнены автором лично. Из совместных работ, опубликованных в соавторстве, в диссертации использованы результаты, полученные автором.

Апробация диссертационной работы. Результаты диссертационной работы докладывались на Байкальских международных школах-семинарах «Методы оптимизации и их приложения» (г. Иркутск – г. Северобайкальск, 2005, 2008); Всероссийской конференции «Математическое программирование и приложения» (г. Екатеринбург, 2007); Российской конференции «Дискретная оптимизация и исследование операций» (г. Владивосток, 2007); Всероссийском семинаре «Нейроинформатика, ее приложения и анализ данных» (г. Красноярск, 2007); Байкальских Всероссийских конференциях «Информационные и математические технологии в науке и управлении» (г. Иркутск, 2005–2010); Международных симпозиумах «Обобщенные решения в задачах управления» (г. Улан-Удэ, 2006, 2008); Международной Четаевской конференции «Аналитическая механика, устойчивость и управление движением» (г. Иркутск, 2007); Школах-семинарах молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям (г. Иркутск, 2003, 2005, 2007, 2010); Конференциях «Ляпуновские чтения и презентация информационных технологий» (г. Иркутск, 2007–2010); Всероссийской конференции

«Математическое моделирование и вычислительно-информационные технологии в междисциплинарных научных исследованиях» (г. Иркутск, 2009); Всероссийских школах-семинарах молодых ученых «Информационные технологии и моделирование социальных эколого-экономических систем» (г. Иркутск – п. Ханх, Монголия, 2008, 2009); Международной конференции «Оптимизация и приложения» – OPTIMA-2009 (г. Петровац, Черногория, 2009); II Международной школе-семинаре «Нелинейный анализ и экстремальные задачи» (г. Иркутск, 2010 г); Международной конференции по оптимизации, моделированию и управлению – COSC-2010 (г. Улан-Батор, Монголия, 2010).

Основные результаты работы на разных этапах ее выполнения обсуждались в ведущих научных организациях: Институте программных систем РАН (г. Переславль-Залесский), Институте вычислительного моделирования СО РАН (г. Красноярск), Сибирском федеральном университете (г. Красноярск), Восточно-Сибирском государственном технологическом университете (г. Улан-Удэ), Институте систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН (г. Иркутск) и Иркутском государственном университете.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, приложений и списка литературы из 152 наименований. Общий объем работы составляет 138 страниц, в тексте содержится 14 таблиц и 20 рисунков.

Публикации. Материалы, отражающие содержание диссертации и результаты, выносимые на защиту, опубликованы в 25 печатных работах. Из них [1–10] представлены в журналах, рекомендованных ВАК РФ.

Содержание диссертационной работы по главам

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертационной работы, формулируются цель и задачи исследования. Рассматриваются вопросы научной новизны и практической значимости полученных результатов, излагаются основные положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** приводится обзор работ по методам и вычислительным технологиям поиска минимума невыпуклого функционала в задачах оптимизации управляемых динамических систем. Описываются постановки рассматриваемых задач: оптимального управления с параллелепипедными ограничениями на управление, аппроксимации множества достижимости, безусловной минимизации и одномерного поиска. Формулируются условия применимости вычислительных технологий решения ЗОУ.

Стандартная задача оптимального управления с параллелепипедными ограничениями записывается в следующей постановке:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t), \quad x(t_0) = x^0, \quad t \in T = [t_0, t_1], \quad (1)$$

$$u(t) \in U = \{u \in R^r : \underline{u} \leq u \leq \bar{u}\}, \quad (2)$$

$$I(u) = \varphi(x(t_1)) \rightarrow \min \quad (3)$$

и состоит в поиске кусочно-непрерывного управления $u^*(t)$, удовлетворяющего параллелепипедным ограничениям (2) и доставляющего минимум терминальному функционалу (3), зависящему от кусочно-дифференцируемой траектории системы (1) в конечный момент времени t_1 . Здесь $x(t)$ – вектор фазовых координат размерности n , $u(t)$ – r -вектор управляющих функций, T – интервал времени функционирования системы. Вектор-функция $f(x, u, t)$ и скалярная функция $\varphi(x)$ предполагаются кусочно-дифференцируемыми по всем аргументам, кроме t . Под невыпуклыми ЗОУ понимаются задачи, в которых существуют допустимые управления $u^1 = u^1(t)$, $u^2 = u^2(t)$ из множества (2) и значение параметра $\beta \in [0, 1]$, для которых условие выпуклости функционала $I(u)$ нарушается: $I(u^1 + \beta(u^2 - u^1)) > I(u^1) + \beta(I(u^2) - I(u^1))$.

Вторая глава посвящена разработанным подходам к исследованию ЗОУ в представленной постановке: методам и алгоритмам поиска глобального экстремума в ЗОУ (методы генерации случайных допустимых управлений, метод криволинейного поиска, метод туннельного типа), методикам последовательной дискретизации и оценки минимального значения невыпуклого целевого функционала.

Алгоритмы генерации управлений в виде релейных, кусочно-линейных функций и сплайн-функций использованы для построения стартовых точек в разработанном *методе криволинейного поиска*. Этот подход представляет собой простейшую схему последовательных вариаций в пространстве управлений, использующую комбинирование рекордного и вспомогательных управлений с проецированием на допустимый параллелепипед. Поиск глобального экстремума в задаче одномерного поиска осуществляется вдоль кривых, аппроксимирующих множество достижимости, что и послужило причиной выбора названия – метод криволинейного поиска. После выполнения заданного числа итераций рассматриваемого метода проверка точности достижения локального экстремума (точнее, экстремального управления) выполняется с помощью стандартной комбинации методов градиентного типа.

Для создания одномерного пространства поиска на каждой итерации используется определенный набор случайных вспомогательных управлений. Одно такое управление $\bar{u}^1 = \bar{u}^1(t)$ позволяет получить линейную вариацию управления $\tilde{u}^1(\alpha, t) = \alpha(\bar{u}^1 - u_{rec}) + u_{rec}$, $\alpha \in [0, 1]$, два вспомогательных управления $\bar{u}^1 = \bar{u}^1(t)$ и $\bar{u}^2 = \bar{u}^2(t)$ – квадратичную $\tilde{u}^2(\alpha, t) = \alpha^2((\bar{u}^1 + \bar{u}^2)/2 - u_{rec}) + \alpha((\bar{u}^2 - \bar{u}^1)/2) + u_{rec}$, $\alpha \in [-1, 1]$ и т.д. Здесь под рекордным управлением u_{rec} понимается управление, доставляющее минимальное на текущей итерации алгоритма значение функционала. Для каждого случая реализован свой вариант алгоритма криволинейного поиска (КП), в первом используется линейный способ комбинирования рекордного и вспомогательного управлений (вариант 1), во втором – квадратичный (вариант 2), в третьем – кубический (вариант 3). Приведем вариант алгоритма, опирающийся на использование 3-х вспомогательных управлений для построения кубических вариаций.

Алгоритм криволинейного поиска (вариант 3).

1. Выбирается начальное управление $u^0(t) \in U$, $t \in T = [t_0, t_1]$.
2. Задаются алгоритмические параметры:
 N_C – число итераций алгоритма криволинейного поиска;
 N_P – стартовое число проб одномерного поиска.
3. Вычисляется значение функционала $I(u^0)$, выбираемое на данном этапе в качестве рекордного: $I_{rec} = I(u^0)$, $u_{rec}(t) = u^0(t)$.
- На k -й итерации ($k = \overline{1, N_C}$):
4. Для всех $i = \overline{1, 3}$
 - 4.1. Генерируется псевдослучайное вспомогательное управление $\bar{u}^i = \bar{u}^i(t) \in U$, $t \in T = [t_0, t_1]$.
 - 4.2. Если $I(\bar{u}^i) < I_{rec}$, то $I_{rec} = I(\bar{u}^i)$ и $u_{rec}(t) = \bar{u}^i(t)$. Переход на шаг 9.
5. Формируется управление $\tilde{u}^3(\alpha, t)$:
$$\tilde{u}^3(\alpha, t) = \alpha^3 \left(\frac{-\bar{u}^1 - 3\bar{u}^2 + \bar{u}^3}{6} + 0.5u_{rec} \right) + \alpha^2 \left(\frac{\bar{u}^1 + \bar{u}^2}{2} - u_{rec} \right) + \alpha \left(\frac{-2\bar{u}^1 + 6\bar{u}^2 - \bar{u}^3}{6} - 0.5u_{rec} \right) + u_{rec},$$
здесь $\alpha \in [-1, 2]$,

такое, что $\tilde{u}^3(0, t) = u_{rec}(t)$, $\tilde{u}^3(-1, t) = \bar{u}^1(t)$, $\tilde{u}^3(1, t) = \bar{u}^2(t)$, $\tilde{u}^3(2, t) = \bar{u}^3(t)$
6. $\tilde{u}^3(\alpha, t)$ проецируется на допустимую область:
если $\tilde{u}^3(\alpha, t) < \underline{u}$, полагается $\tilde{u}^3(\alpha, t) = \underline{u}$, $t \in T = [t_0, t_1]$.

если $\tilde{u}^3(\alpha, t) > \bar{u}$, полагается $\tilde{u}^3(\alpha, t) = \bar{u}$, $t \in T = [t_0, t_1]$.

7. Решается задача $\min_{\alpha \in [-1, 2]} I(\tilde{u}^3(\alpha, t))$.

8. Если $I(\tilde{u}^3(\alpha^*, t)) < I_{rec}$, то $I_{rec} = I(\tilde{u}^3(\alpha^*, t))$ и $u_{rec} = \tilde{u}^3(\alpha^*, t)$.

9. Запоминаем I_{rec} и $u_{rec}(t)$.

Итерация завершена.

Продemonстрируем особенности использования программной реализации метода криволинейного поиска на модельной задаче оптимального управления осциллятором Даффинга (задача 021 из тестовой коллекции). Динамический процесс описывается следующей системой нелинейных уравнений: $\dot{x}_1 = x_2$, $\dot{x}_2 = -\omega^2 x_1 - \varepsilon x_1^3 + u$, $\dot{x}_3 = u^2$, здесь $\omega = 1$, $\varepsilon = 3$. Заданы значения траектории в начальный момент времени $t_0 = 0$: $x_1(t_0) = 1.5$, $x_2(t_0) = -1.5$, $x_3(t_0) = 0$. Необходимо найти управление, удовлетворяющее ограничениям $u \in [-10, 10]$ и доставляющее минимум целевому функционалу $I(u) = x_1^2(t_1) + x_2^2(t_1) + 0.5 \cdot x_3(t_1) \rightarrow \min$ в конечный момент времени $t_1 = 1.5$.

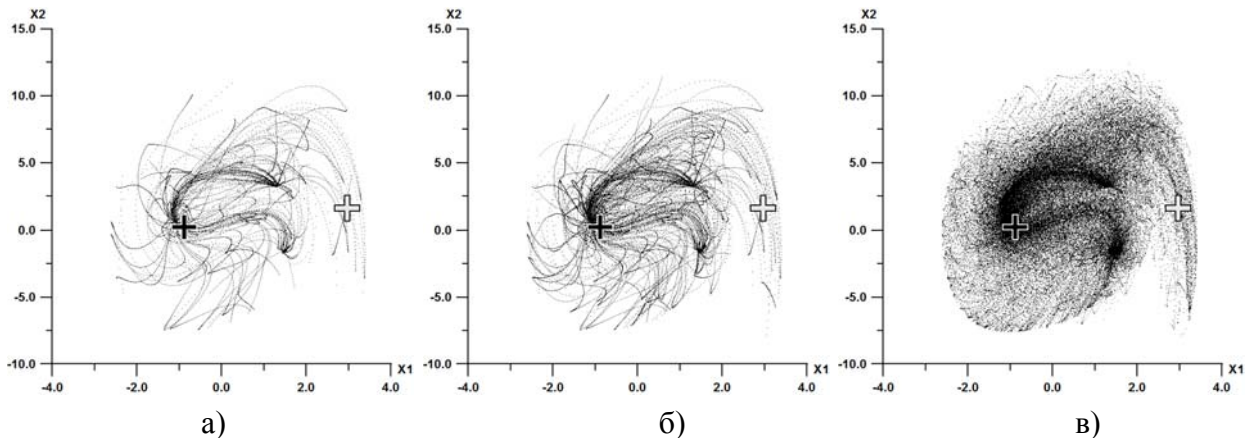


Рис. 1. Аппроксимация множества достижимости кривыми в задаче 1:
а) 50 итераций алгоритма КП, б) 100 итераций, в) 1000 итераций

Процесс «покрытия» кривыми множества достижимости при решении задачи отражен на рис. 1. Точки, в которых достигаются глобальный и локальный экстремумы, выделены темным и светлым цветами соответственно.

Для получения оптимального значения функционала, равного 3.19294, потребовалось решение 2784 задач Коши за общее процессорное время – 1 сек. При этом улучшение функционала выполнялось на каждой итерации алгоритма КП.

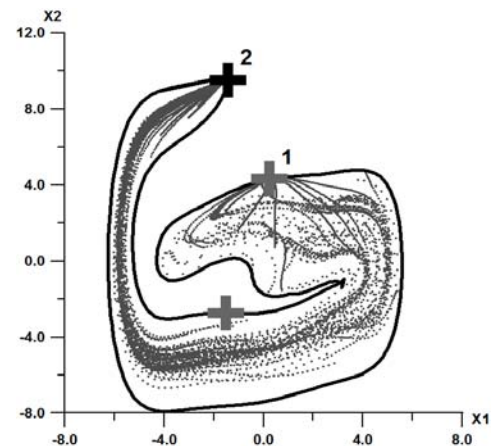


Рис. 2. Множество достижимости в тестовой задаче 020

Разработан *туннельный метод* поиска глобального экстремума в невыпуклой задаче оптимального управления. После нахождения с помощью стандартных алгоритмов локального экстремума (фаза минимизации) осуществляется поиск точки, в которой значение критерия качества меньше, чем наилучшее известное на данной итерации приближение (туннельная фаза). Метод использует технику криволинейного поиска для нахождения улучшения функционала. Полученное на туннельной фазе новое управление выбирается в качестве начального для следующего локального спуска. Локальный поиск на фазе минимизации производится с помощью эталонного алгоритма, комбинирующего методы сопряженного и приведенного градиентов.

На рис. 2 приведен результат численного решения невыпуклой ЗОУ из тестовой коллекции (задача 020): $\dot{x}_1 = x_2$, $\dot{x}_2 = u - x_1 + x_1^3 / 6 - x_1^5 / 120$, $x_0 = (5, 0)$, $T = [0, 7]$, $u \in U = [-1, 1]$, $I(u) = (x_1(t_1) + 1)^2 + (x_2(t_1) - 9.5)^2 \rightarrow \min$. На первой фазе минимизации получен локальный экстремум: $I_1(u) = 28.39093$, далее на девятой итерации туннельной фазы найдено улучшение $I(u) = 22.57012$. Следующий локальный спуск привел к получению нового экстремума: $I_2(u) = 0.18573$. Все значения целевого функционала, найденные на второй туннельной фазе алгоритма, оказались больше значения $I_2(u)$. Таким образом, в результате численного решения тестовой задачи 020 с помощью туннельного алгоритма получено минимальное значение функционала $I^* = I(u^*) = 0.18573$.

Для решения невыпуклых ЗОУ помимо описанных выше подходов разработана вычислительная *технология, основанная на методике расширения по Гамкрелидзе*, которая позволяет получить оценку глобального экстремума функционала. Она опирается на свойство скрытой выпуклости управляемых систем, известное давно (Б.Ш. Мордухович, Ф. Кларк, А.А. Толстоногов), но для построения численных алгоритмов ранее не использовавшееся. В работе разработаны численные алгоритмы на основе «овыпукления» исходной задачи оптимального управления с использованием расширения по Гамкрелидзе, позволяющего сформировать овыпукленную систему в исходной задаче (1) – (3):

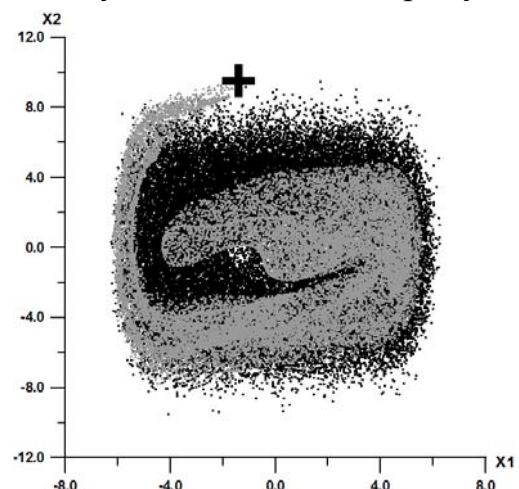


Рис. 3. Овыпукленное множество достижимости и глобальный экстремум в тестовой задаче 020

$\dot{x} = \sum_{i=1}^l \alpha_i(t) f(x(t), u_i(t), t)$, $\sum_{i=1}^l \alpha_i(t) = 1$, $\alpha_i(t) \geq 0$, $i = \overline{1, l}$, где l – размерность расширенной задачи. В зависимости от способа приведения расширенной задачи к стандартному виду и учета ограничений на вспомогательные управления $\alpha_i(t)$ предлагается несколько подходов к получению обобщенных решений, под которыми понимается оптимальная траектория $x^*(t)$ и соответствующие ей управления в расширенной задаче $\{\alpha_i^*(t), u_i^*(t) : i = \overline{1, l}\}$, $t \in [t_0, t_1]$. В результате проведения вычислительных экспериментов удалось сформулировать следующие выводы: если в различных расширенных задачах получены несовпадающие решения, то задача решена не до конца; если же все решения исходной и расширенных задач совпали, то с большой вероятностью минимальное значение терминального функционала найдено.

Разработанная методика позволяет получить ЗОУ с лучшими свойствами, решение в которой совпадает с решением исходной задачи. На рис. 3. представлено множество достижимости, полученное в приведенной выше тестовой задаче 020, и точка, в которой достигается глобальный экстремум.

Еще одним подходом к поиску минимума функционала в невыпуклой ЗОУ, разработанным в рамках диссертационной работы, является *методика последовательной дискретизации*.

На его первом этапе выполняется редукция ЗОУ к конечномерной задаче безусловной минимизации (БМ) с прямыми ограничениями на оптимизируемые переменные. При этом искомое управление грубо аппроксимируется с помощью кусочно-линейных функций с большим шагом дискретизации, далее ищется глобальный минимум в поставленной конечномерной задаче с небольшим числом переменных, что позволяет найти грубое приближение к оптимальному управлению. На втором этапе решения строится уточненная аппроксимация управления с использованием полученного на первом этапе приближения в качестве начального. Общая схема предлагаемой технологии изображена на рис. 4.



Рис. 4. Схема методики последовательной дискретизации ЗОУ

Подход к решению вспомогательной конечномерной задачи основывается на комбинации следующих методов: покоординатного спуска для многомерной задачи нахождения экстремума и глобального метода парабол для вспомогательного одномерного поиска. Уточнение управления из области притяжения глобального экстремума осуществляется с помощью методов параболической интерполяции и золотого сечения. Приведем результаты использования предложенного подхода для решения тестовой задачи в следующей постановке: $\dot{x}_1 = x_2$, $\dot{x}_2 = (2 + x_1 - x_1x_2 + x_1^2x_2) \cdot u$, $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = 0$, $|u| \leq 1$, $t \in T = [0, 1.5]$, $I(u) = x_2(1.5) \rightarrow \min$. Для редукции ЗОУ к конечномерной задаче БМ на первом этапе используется крупная сетка, полученное рекордное управление (рис. 5, а) доставляет функционалу значение, равное -3.43867 . Грубая аппроксимация оптимального управления выбирается в качестве начального приближения на следующем этапе – осуществляется его локальное уточнение на более мелкой сетке. Численное решение задачи удалось получить за 2 сек. процессорного времени – $I(u^*) = -4.04143$. Оптимальные траектории и управление, а так же множество достижимости с экстремальными точками приведены на рис. 5, б. и рис. 5, в.

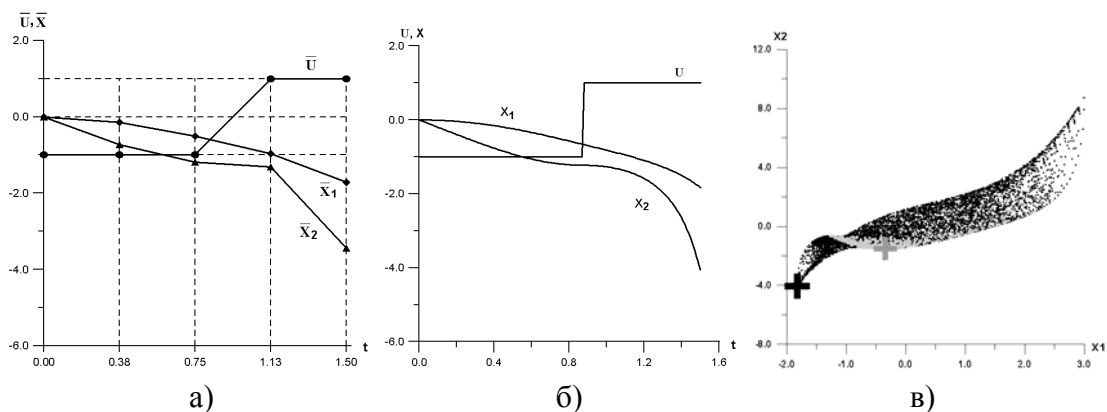


Рис. 5. а) Рекордные траектории и управление (I этап); б) оптимальные траектории и управление (II этап); в) множество достижимости и экстремальные точки в тестовой задаче

В **третьей главе** проведено описание программного обеспечения ОРТСОН-III, включающего разработанные вычислительные технологии решения невыпуклых задач оптимального управления, основанные на предложенных в главе 2 алгоритмах и методиках. Под вычислительной технологией понимается совокупность алгоритмов, структур данных, расчетных методик и программных реализаций методов оптимизации на вычислительных системах (Ю.И. Шокин, В.П. Ильин, Ю.Г. Евтушенко, Р.П. Федоренко, А.И. Тятюшкин и другие).

Выполнено сравнение программного средства исследования управляемых динамических систем OPTCON-III с доступными инструментами, ориентированными на решение ЗОУ. Рассматривались следующие продукты: МАПР-БНОУ (А.И. Тятюшкин, 1981 – 1989 гг.), OPTCON-DOS (1987 – 1990 гг.), OPTCON-PARALL (1999 – 2002 гг.), вычислительный сервер OPTCON-II (А.Ю. Горнов, Д.С. Подкаменный, 2000 – 2003 гг.). Сравнение вычислительных технологий, реализованных в OPTCON-III, с упомянутыми выше программными средствами осуществлено с использованием специализированной экспертной методики¹.

Преимущество разработанного программного средства отразилось в высоких значениях следующих формальных показателей: адекватность методов классам задач, эффективность методов и вариабельность подходов.

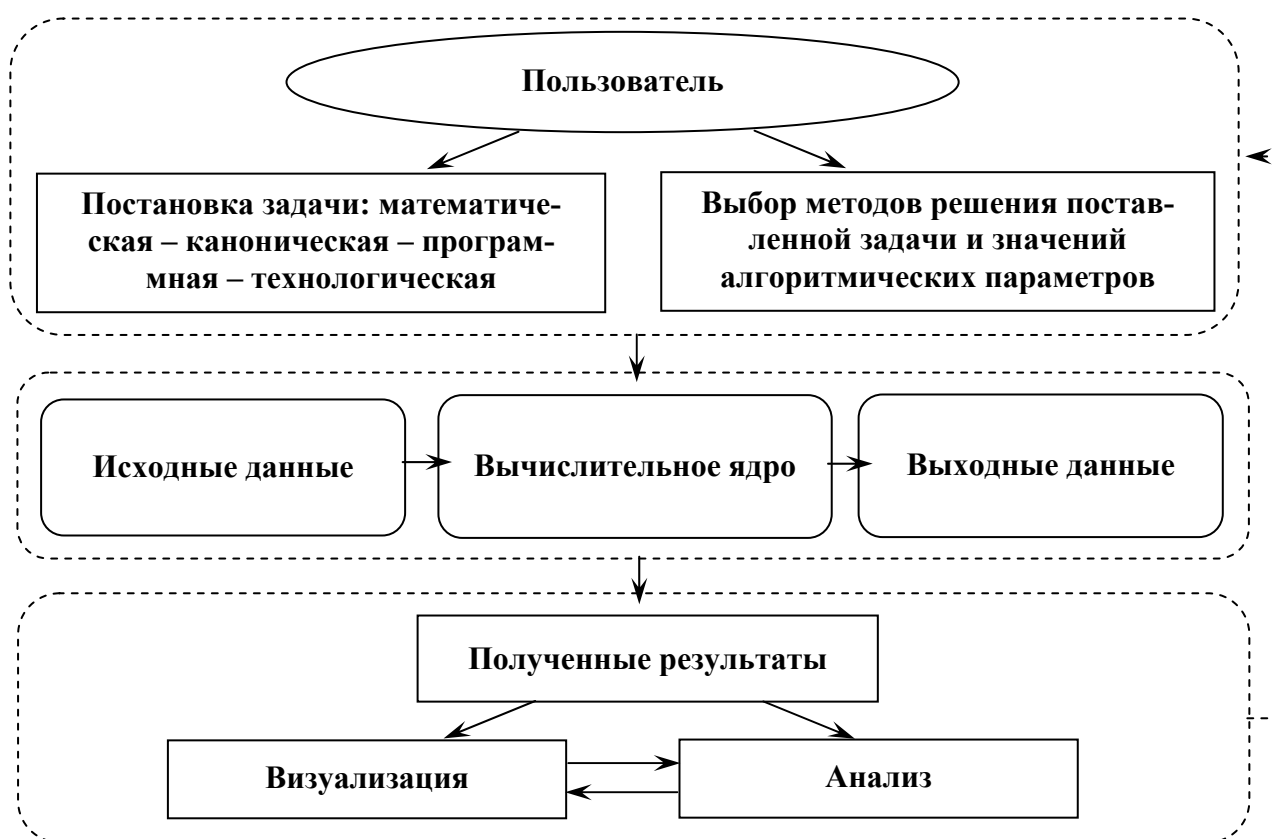


Рис. 6. Схема проведения расчетов с помощью программного обеспечения OPTCON-III

Это обусловлено тем, что реализованные алгоритмы и методики позволяют учитывать специфику задач рассматриваемого класса; использованные стан-

¹ Горнов А.Ю. Вычислительные технологии решения задач оптимального управления. – Новосибирск: Наука, 2009.

дартные методы локального поиска и интегрирования систем дифференциальных уравнений отображены как одни из лучших алгоритмов, применяемых для решения ЗОУ и широкий класс задач путем традиционных преобразований может быть сведен к стандартной программной постановке для разработанного программного средства. На рис. 6 приведена схема проведения расчетов с помощью программного обеспечения OPTCON-III.

Сравнение и исследование свойств разработанных вычислительных технологий выполнено на коллекции многоэкстремальных тестовых задач. Проведено глубокое тестирование соответствующего программного средства с использованием этой коллекции.

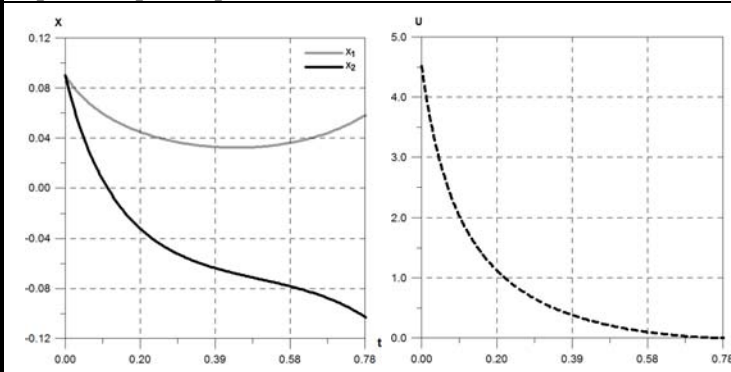
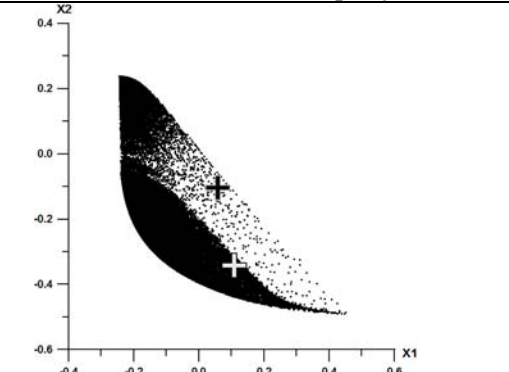
Четвертая глава посвящена тестированию предложенных алгоритмов и решению содержательных и прикладных задач. Приводится общая технология исследования невыпуклых ЗОУ, коллекция тестовых задач, методики тестирования алгоритмов и решенные практические задачи.

Для получения объективной информации о свойствах методов тестовые задачи должны удовлетворять определенным требованиям²: моделировать типовые трудности для данного класса задач, не предоставлять преимуществ тому или иному методу, иметь известное решение и т.д. В невыпуклых задачах точное решение известно достаточно редко, поэтому последнее требование ослаблено и заменено на следующее: должно быть представлено лучшее из известных решений. В коллекцию невыпуклых ЗОУ включены удовлетворяющие этим требованиям тесты как опубликованные в научных изданиях, так и сгенерированные на основе разработанных методик конструирования тестов. С помощью нее проведено сравнение и исследование свойств разработанных алгоритмов и методик. В настоящее время тестовая коллекция содержит 25 невыпуклых задач оптимального управления.

Разработан шаблон описания экземпляра задачи из тестовой коллекции, в котором указывается число задач Коши и процессорное время, затраченные на получение решения, рекордное значение минимизируемого функционала, оптимальные траектории и управление, множество достижимости, на котором выделены точки нахождения локальных экстремумов:

Задача	002
Мнемония	Stirred Tank Reactor (STR Problem)
Классификация	E2C1L1_D2_S112
Источник: R. Aris, N.R. Amudson. An Analysis of Chemical Reactor Stability and Control. Chemical Engineering Science, 1958. N. 7. 123 p. S. Dadebo, R. Luus. Optimal control of time-delay systems by dynamics programming // Optimal Control Application & Methods, 1992. N. 13. pp. 29–41. C.A. Meyer, C.A. Floudas, A. Neumaier. Global Optimization with non-analytical constraints, 2002. 40 p.	

² Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. – М.: Наука, 1983.

Постановка	Размерность задачи	$n = 2$		
	Интервал изменения времени	$T = [0, 0.78]$		
	Система дифференциальных уравнений	$\dot{x}_1 = -(2+u)(x_1 + 0.25) + (x_2 + 0.5) \exp(25x_1 / (x_1 + 2))$ $\dot{x}_2 = 0.5 - x_2 - (x_2 + 0.5) \exp(25x_1 / (x_1 + 2))$		
	Начальное значение	$x_0 = (0.09, 0.09)$		
	Ограничения на управление	$u \in U = [0, 5]$		
	Целевой функционал	$I(u) = \int_0^{0.78} (x_1^2(t) + x_2^2(t) + 0.1 \cdot u^2(t)) dt \rightarrow \min$		
Решение	№ экстремума	Значение функционала	Координаты точки	
			x_1	x_2
	1	0.13313	0.05803	-0.10263
	2	0.24445	0.10844	-0.34219
Число решенных задач Коши:		3431		
Процессорное время ³ :		5 сек.	Количество экстремумов: 2	
				
Оптимальные траектории и управление		Множество достижимости и экстремальные точки		

Прикладные задачи.

Задача исследования квантовых логических операций в наноструктурах с квантовыми точками поставлена в институте физики полупроводников СО РАН чл.-к. РАН А.В. Двуреченским и к.т.н. А.Ф. Зиновьевой. Динамика исследуемого процесса описана системой из 32-х билинейных уравнений. Необходимо осуществить перевод системы в фиксированную точку фазового пространства с минимальными энергетическими затратами. Выполнена серия численных расчетов по минимизации сформированного функционала и исследованию зависимости системы от изменения значений туннельных интегралов. Определена форма управляющего импульса напряжения для проведения квантовой логической операции информационного обмена в системе из четырех квантовых точек.

Задача оценки влияния факторов природной и социальной среды на здоровье населения. Совместно с НИИ медицины труда и экологии человека

³ Расчеты проводились на персональном компьютере с процессором Intel Core 2 Quad 2.33 ГГц и объемом оперативной памяти 8 Гб.

ВСНЦ ЭЧ СО РАМН проведен анализ заболеваемости населения в 7 промышленных городах Иркутской области. Экспертом – зав. лаб. медицинской экологии д.м.н. Н.В. Ефимовой предоставлены официальные статистические данные в виде временных рядов, характеризующие наиболее влияющие на здоровье населения факторы, за период с 1995 г. по 2006 г. Для прогнозных расчетов заболеваемости населения г. Иркутска рассматривались 2 сценария: оптимистический и пессимистический. Результаты численных экспериментов показали, что в первом случае снижение заболеваемости будет регистрироваться по всем возрастным группам в пределах 30 – 50%. С помощью построенной математической модели можно прогнозировать поведение показателей и рассчитывать потребности в медицинских ресурсах при изменении условий жизни населения.

Задача изучения динамики уровня смертности населения Республики Бурятия трудоспособного возраста. Для модели динамики смертности населения, разработанной в Институте математики, экономики и информатики ИГУ (к.ф.-м.н. Е.П. Бокмельдер) совместно с НИИ медицины труда и экологии человека ВСНЦ ЭЧ СО РАМН (д.б.н. М.П. Дьякович) поставлена задача минимизации уровней смертности и обращаемости за медицинской помощью при наименьших суммарных расходах. Полученные результаты продемонстрировали необходимость социальной направленности инвестиционных программ, что будет способствовать снижению смертности и обращаемости за медицинской помощью населения республики Бурятия.

В заключении излагаются основные результаты диссертационной работы.

В приложении приводится тестовая коллекция невыпуклых ЗОУ.

Основные результаты и выводы

1. Разработаны алгоритм криволинейного поиска, использующий процедуру нахождения глобального экстремума невыпуклого функционала вдоль кривых, лежащих на множестве достижимости, и алгоритм туннельного типа, включающий фазу локального спуска в ближайший экстремум и туннельную фазу для поиска улучшения функционала.

2. Разработаны вычислительные технологии, составившие основу программного средства OPTCON-III, в котором предусмотрена возможность формирования различных схем численного решения за счет выбора методов и значений их алгоритмических параметров.

3. Сформирована тестовая коллекция невыпуклых ЗОУ, с помощью которой проведено сравнение и исследование свойств программных реализаций разработанных алгоритмов и вычислительных технологий.

4. Исследована управляемая динамическая система, описывающая процесс перемещения элементарных частиц в системе двух вертикально совмещенных слоев туннельно-связанных полупроводниковых квантовых точек. Определена форма управляющего импульса напряжения для проведения квантовой логической операции информационного обмена.

5. Решены задачи из областей медицины и технической экологии: определена зависимость показателей смертности и обращаемости за медицинской помощью от инвестиционных программ республики Бурятия и проведен анализ вклада наиболее влиятельных на здоровье населения городов Иркутской области факторов.

В диссертационной работе достигнута заявленная цель, поставленные задачи решены. Основным результатом исследования являются разработанные вычислительные технологии, позволяющие решать невыпуклые задачи оптимального управления.

Список основных научных публикаций

В изданиях, рекомендованных ВАК

1. Ливанцова, Т. С. Подход к построению нелокального синтеза оптимального управления / Т. С. Ливанцова, А. Ю. Горнов // Вестник ИрГТУ. – 2006. – Т. 3. – № 2 (26). – С. 142–148.
2. Зароднюк, Т. С. Численное исследование свойств алгоритмов параметрического синтеза оптимального управления / Т. С. Зароднюк // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2008. – Спецвыпуск. – С. 96–100.
3. Зароднюк, Т. С. Технология поиска глобального экстремума в задаче оптимального управления / Т. С. Зароднюк, А. Ю. Горнов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2008. – № 3 (19). – С. 70–76.
4. Зароднюк, Т. С. Метод «криволинейного поиска» глобального экстремума в задаче оптимального управления / А. Ю. Горнов, Т. С. Зароднюк // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2009. – № 3 (23). – С. 19–27.
5. Зароднюк, Т. С. Разработка мер по сохранению здоровья в программах социально-экономического развития территорий / Н. В. Ефимова, В. С. Рукавишников, Т. С. Зароднюк, В. А. Никифорова // Гигиена и Санитария. – 2007. – № 5. – С. 72–74.
6. Зароднюк, Т. С. Применение алгоритмов аппроксимации экспериментальных данных в задаче выявления значимых медико-социальных факторов / А. Ю. Горнов, Е. Т. Кузьменко, А. С. Аникин, Т. С. Зароднюк // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2008. – Спецвыпуск. – С. 92–96.
7. Зароднюк, Т. С. Использование математической модели при оценке влияния факторов окружающей среды на заболеваемость населения северных территорий Иркутской области / Н. В. Ефимова, В. А. Никифорова, А. Ю. Горнов, Т. С. Зароднюк // Вест. КрасГАУ. – 2009. – № 3 (28). – С. 97–101.
8. Зароднюк, Т. С. Опыт использования искусственных нейронных сетей при прогнозировании заболеваемости населения / Н. В. Ефимова, А. Ю. Горнов, Т. С. Зароднюк // Экология человека. – 2010. – № 3. – С. 3–7.
9. Методические подходы к изучению влияния на здоровье населения краткосрочного ингаляционного воздействия на фоне длительного загрязнения атмосферного воздуха / Н. В. Ефимова, Т. А. Елфимова, А. Ю. Горнов и др. // Информатика и системы управления. – 2010. – № 2 (24). – С. 164–167.
10. Опыт применения моделей динамических систем при решении медико-социальных и медико-экологических задач / Е. П. Бокмельдер, М. П. Дьякович, Н. В. Ефимова и др. // Информатика и системы управления. – 2010. – № 2 (24). – С. 161–164.

В монографии

11. Факторы окружающей среды: опыт комплексной оценки / Н. В. Ефимова, В. С. Рукавишников, П. К. Кауров, А. Н. Пережогин, З. А. Зайкова, И. В. Безгодов,

Ю. А. Горнов, Т. С. Зароднюк; под общей редакцией член.-корр. РАН В. С. Рукавишников. – Иркутск: НЦ РВХ СО РАН, 2010. – 232 с.

В сборниках статей и периодических научных изданиях

12. Ливанцова, Т. С. Подход к поиску глобального экстремума в задаче оптимального управления / Т. С. Ливанцова, А. Ю. Горнов // Труды X Байкальской Всероссийской конференции «Информационные и математические технологии в науке, технике и образовании». – Часть I. – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2005. – С. 154–160.
13. Зароднюк, Т. С. Разработка информационно-вычислительной системы для экспертной поддержки пользователей математических пакетов при численном решении задач оптимального управления / А. Ю. Горнов, Т. С. Зароднюк // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2006. – № 4 (12). – С. 114–119.
14. Зароднюк, Т. С. Применение нелокальных методов поиска в задачах оптимального управления с применением в энергетике / Т. С. Зароднюк // Известия Иркутского государственного университета. Серия «Математика». – Иркутск: Издательство Иркут. гос. ун-та, 2007. – Т. 1. – С. 118–131.
15. Зароднюк, Т. С. Моделирование смертности и вычислительные эксперименты / Е. П. Бокмельдер, А. Ю. Горнов, Т. С. Зароднюк, М. П. Дьякович // Труды XIV Байкальской международной школы-семинара «Методы оптимизации и их приложения», 2–8 июля 2008 г. – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2008. – Т. 2. – С. 99–106.
16. Зароднюк, Т. С. Приближенный синтез оптимального управления в модельной энергетической задаче / Т. С. Зароднюк // Системные исследования в энергетике. – Вып. 38, 2008. – С. 187–193.

В материалах научных мероприятий и сборниках тезисов докладов

17. Zarodnyuk, T. S. Optimal Control Problem: Heuristic Algorithm for Global Minimum / A. Yu. Gornov, T. S. Zarodnyuk // Proc. of the Second Intern. Conf. on Optimization and Control. – Ulaanbaatar, Mongolia, July 17–20, 2007. – P. 27–28.
18. Зароднюк, Т. С. Исследование нетривиальных свойств алгоритмов поиска оптимального управления на пакете тестовых задач / Т. С. Зароднюк // Российская конференция «Дискретная оптимизация и исследование операций»: Материалы конференции (Владивосток, 7–14 сентября 2007). – Новосибирск: Изд-во Института математики, 2007. – С. 106.
19. Зароднюк, Т. С. Алгоритмы поиска глобального экстремума невыпуклого функционала, основанные на свойстве скрытой выпуклости / Т. С. Зароднюк // Информационный бюллетень Ассоциации математического программирования. № 11. Научное издание. – Екатеринбург: УрО РАН, 2007. – С. 240.
20. Zarodnyuk, T. S. Heuristic Algorithms for solution of non-convex optimal control problems with parallelepipedic contingencies / T. S. Zarodnyuk // Proc. include abstracts of reports pres. at Intern. conf. «Optimization and applications» (OPTIMA–2009). – Montenegro, Petrovac, 2009. – P. 91.
21. Зароднюк, Т. С. Тестирование алгоритмов поиска глобального экстремума функции одной переменной / Т. С. Зароднюк // Материалы X Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и вычислительным технологиям. – Иркутск: ред.-изд. отдел ИДСТУ СО РАН, 2009. – С. 18–20.
22. Зароднюк, Т. С. Об одной модификации метода криволинейного поиска глобального экстремума в задаче оптимального управления / Т. С. Зароднюк // Тез. докл. молодежного симпозиума с международным участием «Теория управления: новые методы и приложения», ИПС РАН. – Переславль-Залесский: Изд-во «Университет города Переславля», 2009. – С. 30–31.
23. Моделирование квантовых логических операций в наноструктурах с квантовыми точками / А. В. Двуреченский, А. В. Ненашев, А. Ф. Зиновьева и др. // Материалы XI Всерос. конф. молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. – Иркутск: ред.-изд. отдел ИДСТУ СО РАН, 2010. – С. 27.
24. Зароднюк, Т. С. Методика оценки минимума функционала в невыпуклой задаче оптимального управления / Т. С. Зароднюк // Моделирование неравновесных систем: Материалы XIII Всерос. семинара. – Красноярск, Сибирский федеральный университет, 2010. – С. 59–60.
25. Zarodnyuk, T. S. The Tunnel-type Method for Solving Non-convex Optimal Control Problems / T. S. Zarodnyuk // The Intern. Conf. on Optimization, Simulation and Control. – Ulaanbaatar, Mongolia, 2010. – P. 136.

Редакционно-издательский отдел
Учреждения Российской академии наук
Института динамики систем и теории управления СО РАН
664033, Иркутск, ул. Лермонтова, д. 134
Подписано к печати 7.04.2011
Формат бумаги 60×84 1/16, объем 1,2 п.л.
Заказ 6. Тираж 120 экз.

Отпечатано в ИДСТУ СО РАН