

На правах рукописи



Скидин Антон Сергеевич

**Разработка эффективных методов кодирования для повышения
пропускной способности современных линий
волоконно-оптической связи**

Специальность 05.13.17 – «Теоретические основы информатики»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Красноярск – 2011

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук Институте вычислительных технологий Сибирского отделения РАН, г. Новосибирск.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Федорук Михаил Петрович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Носков Михаил Валерианович
доктор физико-математических наук,
профессор Дьячков Аркадий Георгиевич

Ведущая организация: Учреждение Российской академии наук
Институт математики им. С.Л. Соболева
Сибирского отделения РАН, г. Новосибирск

Защита состоится « 23 » декабря 2011 г. в 14:00 на заседании диссертационного совета Д 212.099.11 при Сибирском федеральном университете по адресу: г. Красноярск, ул. Киренского, 26, ауд. УЛК 115.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Сибирского федерального университета.

Автореферат разослан « 21 » ноября 2011 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета



Л. И. Покидышева

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Современный мир немыслим без интенсивного информационного обмена, поэтому год от года количество передаваемой между абонентами информации растёт. Такой рост ставит перед инженерами и исследователями задачу создания всё более эффективных средств передачи данных. В настоящий момент около 70% всего объёма информации передаётся через волоконно-оптические линии связи. За десятилетия, прошедшие с момента появления оптоволоконных световодов, суммарная длина всех проложенных волоконно-оптических кабелей достигла 1 млрд. км. Если учесть, что современные оптические линии могут иметь суммарную пропускную способность порядка 10 Тбит/с (в экспериментальных же системах достигается значительно бóльшая пропускная способность), то становится очевидным, что волоконно-оптические линии связи на сегодняшний день являются самым эффективным методом передачи данных. Это, несомненно, определяет важность как теоретических, так и прикладных исследований, направленных как на совершенствование существующих линий оптической связи, так и на разработку новых технологий, необходимых для ещё большего увеличения пропускной способности телекоммуникационных каналов.

В отличие от большинства сред передачи информации, оптические волокна обладают рядом свойств, интенсивность проявления которых зависит от параметров оптических сигналов, распространяющихся по линии. Специфика природы сигнала в волоконном световоде начинает проявляться при увеличении мощности передаваемых информационных импульсов. В этом случае на передачу данных начинают оказывать значительное воздействие так называемые нелинейные эффекты. Именно факт зависимости влияния данных эффектов от мощности передаваемого сигнала и отличает их от других, «линейных», эффектов, физическая сторона проявления которых не зависит от энергетических характеристик сигнала в линии. Роль нелинейностей в волоконной оптике неоднозначна. С одной стороны, они ограничивают дальность и скорость передачи информации, с другой же их использование способно напротив улучшить характеристики линий связи. Так, с использованием природы нелинейных эффектов были созданы усилители сигнала, что стало следствием изучения таких эффектов, как эффект рассеяния Манделштама-Бриллюэна, эффект Рамана и эффект четырёхволнового смешения (FWM — four-wave mixing). В частности, рамановские усилители способны компенсировать эффекты затухания

оптических импульсов, что говорит об их практической значимости для реальных систем оптоволоконной связи.

Влияние нелинейных эффектов носит не только чисто физический, но и информационный характер. В информационном плане они проявляются зависимостью количества ошибок при передаче информации от вида самой информации — так называемым паттерн-эффектом (patterning effect). Как показали исследования, во многих случаях влияние паттерн-эффекта велико настолько, что пренебрегать им при разработке систем передачи данных нельзя. Особенно он заметен при больших скоростях передачи информации в силу того, что в этом случае на физическом уровне имеет место быть межсимвольное взаимодействие (ISI — inter-symbol interaction), выражающееся во влиянии передачи одного символа на передачу его «соседей», а также ряд других эффектов, таких, как дисперсионное уширение импульса, четырёхволновое взаимодействие, фазовая кроссмодуляция. И хотя взаимодействие соседних импульсов несложно объяснить вполне «линейными» соображениями, а именно тем фактом, что с увеличением скорости передачи данных уменьшается длительность импульсов и становится более вероятно их перекрытие, суммарное воздействие других эффектов приводит к нелинейной зависимости информационных свойств канала от рода самой информации, передаваемой по нему. Наиболее ярко это видно при анализе статистики ошибок, собранной при моделировании процесса передачи данных по оптоволокну, которая свидетельствует о том, какие битовые сочетания являются самыми «неподходящими» для передачи (иными словами, какие сочетания имеют максимальную вероятность быть принятыми с ошибкой).

Такое положение вещей даёт основание полагать, что в нелинейных искажениях заложена информация, которую можно использовать для более эффективной обработки передаваемого сообщения. Так, статистику ошибок по различным передаваемым сигналам можно использовать для того, чтобы преобразовать передаваемые данные определённым образом с целью снижения степени их искажённости при передаче по волокну. Схожую задачу решают не только в оптике, а также в области магнитной записи и в спутниковой связи, однако там, как правило, такие подходы посвящены устранению перекрытия соседних импульсов, а также сохранению синхронизации при обработке большого количества подряд идущих одинаковых по значению символов. Преобразование данных, заключающееся в их модулировании, то есть в представлении их на

информационном уровне символами определённого вида, называется кодированием с ограничениями (или ограниченным кодированием, *constrained coding*). Применению подходов теории кодирования с целью улучшения характеристик волоконно-оптических каналов и посвящена данная работа.

Цели работы. Разработка и анализ новых методов кодирования информации, направленных на использование нелинейных свойств среды при передаче информации по оптоволоконным каналам связи, для повышения пропускной способности оптических линий. Разработка программного обеспечения, включающего в себя алгоритмы, основанные на построенных методах. Анализ схем взаимодействия предложенных в работе кодов с другими типами помехоустойчивых кодов. Разработка методов оценки энергетической эффективности кодов для каналов передачи информации при наличии в них нелинейных воздействий на сигнал. Оценка эффекта от применения кодов с помощью существующих моделей передачи данных по оптоволоконным линиям связи.

Решаемые задачи.

1. Применение кодирования с ограничениями с целью устранения влияния перекрытия соседних передаваемых символов на частоту ошибок приёма данных. Построение математического аппарата для анализа кодов с ограничениями. Разработка потокового и блочного алгоритма кодирования для небольших длин блоков. Теоретико-информационный анализ блоков триплетного кода. Комбинаторный анализ двоичных слов, содержащих заданное количество определённых подслов. Построение блочного триплетного кода для больших длин блоков с помощью предложенных в работе комбинаторных методов. Обоснование оптимальности данного кода с точки зрения максимальной кодовой скорости.

2. Улучшение качества передачи информации в канале с паттерн-эффектом с помощью адаптивного кодирования. Анализ особенностей подхода. Построение адаптивного кода с блоками малой длины. Анализ ограниченных кодов с помощью графов ограничений. Разработка метода построения адаптивного кода для блоков большой длины с помощью графов. Доказательство оптимальности построенного кода. Анализ производительности алгоритма и требований алгоритма к памяти.

3. Разработка методов нахождения энергетического эффекта от кода в канале связи с нелинейными искажениями сигнала. Нахождение энергетического эффекта от построенных кодов.

4. Исследование возможностей сочетания ограниченных кодов с кодами, корректирующими ошибки. Способы конкатенации кодов, примеры. Определение рабочей области, в которой дополнение помехоустойчивого кода ограниченным кодом даёт лучшие результаты по сравнению с использованием одного помехоустойчивого кода. Анализ результатов применения построенных кодовых схем на практике.

Научная новизна и значимость работы.

1. Получены рекуррентные соотношения, по которым можно определить количество заданных триплетов в произвольном бинарном слове длины n . На основе выведенных соотношений путём нумерации последовательностей построен блочный код для удаления определённого количества паттернов из сообщения; данный код может работать с блоками большой длины и является оптимальным при неограниченном возрастании длины блока.

2. Предложен метод адаптивного кодирования, позволяющий снизить количество ошибок в канале при наличии в нём паттерн-эффекта произвольной природы. Данный метод позволяет с помощью кодов небольшой избыточности (до 10%) существенно снизить количество ошибок в канале с паттерн-эффектом, который может иметь место на практике. Этот факт проверен и отражён в работе, в качестве подтверждения приведён пример.

3. Предложен код, обобщающий метод адаптивного кодирования для больших блоков данных. Код основан на использовании предложенных в работе математических методов нумерации последовательностей. Для данного кода показано, что операции декодера могут быть эффективно распараллелены.

4. Показано, что построенные коды с ограничениями могут эффективно дополнить используемые в оптической связи помехоустойчивые коды, поскольку они, обладая простотой кодирования/декодирования, позволяют снизить нагрузку на корректирующие коды за счёт снижения числа ошибок, причины появления которых обусловлены влиянием нелинейностей в оптоволокне.

Научная и практическая значимость работы. Проведённая работа по реализации алгоритмов кодирования позволяет их применить в реальных системах связи, в частности при модернизации уже функционирующих линий волоконно-оптической связи, что является практически значимым результатом в силу того, что стоимость прокладки нового волоконного кабеля многократно превосходит стоимость замены приёмно-передающего

оборудования в уже проложенной линии.

Методы исследований. При построении и анализе алгоритмов кодирования применялись идеи и методы теории вероятностей, комбинаторики, дискретной математики, теории алгоритмов и теории случайных процессов. Алгоритмы кодирования были реализованы в виде библиотечных процедур для ЭВМ. В ходе выполнения работы также использовалась модель оптоволоконного канала связи, разработанная сотрудниками ИВТ СО РАН. С помощью модели были проведены численные эксперименты, позволившие найти характеристики построенных автором алгоритмов, наблюдаемые при применении алгоритмов на практике.

Достоверность результатов, полученных в работе, основана на строгом математическом описании разработанных алгоритмов и на их теоретическом анализе. Обоснованность выводов прикладного характера подтверждается результатами практического применения разработанных алгоритмов.

На защиту выносятся:

1. Рекуррентные соотношения для определения количества слов длины n , содержащих заданное количество триплетов a .

2. Метод определения ёмкости кода со слабыми ограничениями, основанный на определении матрицы перехода цепи Маркова, вероятностные характеристики которой соответствуют асимптотически оптимальному ограниченному коду.

3. Методы и алгоритмы адаптивного блочного кодирования, ориентированные на улучшение качества передачи информации по каналам связи с паттерн-эффектом.

Апробация работы. Основные результаты докладывались автором на конференции ICUMT-2009 (International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems, Санкт-Петербург, 12-14 октября 2009 г.), на конференции ACIT-ICT 2010 (The IASTED International Conference on Automation, Control, and Information Technology — Information and Communication Technology, Новосибирск, 15-18 июня 2010 г.), на семинаре по теории кодирования в Институте математики СО РАН (2008 г.), на IV-м Российском семинаре по волоконным лазерам (Ульяновск, 19-22 апреля 2010 г.), на II-м Российско-британском семинаре «Потоковая обработка данных и программирование» (12–15 сентября 2011, г. Новосибирск), а также на III-й Всероссийской конференции по волоконной оптике (ВКВО-2011, 12-14 октября 2011 г.).

Значительная часть результатов работы была получена при выполнении Государственного контракта №02.740.11.5129 от 9 марта 2010 г. (федеральная целевая программа «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России»). В настоящее время продолжение исследований в направлении диссертационной работы поддержано Государственными контрактами №11.519.11.4001 и №11.519.11.4018 (федеральная целевая программа «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007-2013 годы»).

Публикации. По теме диссертации было опубликовано 3 статьи в журналах, входящих в перечень Высшей аттестационной комиссии Министерства образования и науки Российской Федерации в качестве изданий, рекомендуемых для опубликования основных научных результатов диссертации на соискание учёной степени кандидата и доктора наук. Также имеются публикации в трудах конференций.

Личный вклад автора. Проведённое в работе исследование является самостоятельным авторским исследованием, в том числе разработка методов и алгоритмов ограниченного и слабоограниченного кодирования, теоретический анализ свойств методов, а также их программная реализация. Для определения характеристик алгоритмов кодирования, предложенных в работе, была использована модель оптической линии связи, которая была разработана сотрудниками ИВТ СО РАН. С помощью данной модели были проведены вычислительные эксперименты, позволившие на практике определить степень эффективности алгоритмов.

Структура диссертации. Данная работа состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы. Работа содержит 26 рисунков, 15 таблиц, количество источников в библиографическом списке равно 109. Объём диссертации — 131 страница.

Содержание работы

Во введении к диссертации проводится обоснование темы, в ходе которого раскрывается роль оптоволоконных линий связи в современных телекоммуникационных системах, приводится изложение того, как эволюционировал данный вид связи. Отдельно ввиду своей важности рассматривается передача данных по волоконному кабелю с использованием технологии мультиплексирования сигнала по частоте (WDM — wavelength-division multiplexing). Обозначаются перспективы развития волоконно-оптических линий связи за счёт увеличения числа частотных

каналов, а также за счёт увеличения скорости передачи в каждом из каналов в отдельности.

Глава 1 посвящена постановке задач, подходы к решению которых разрабатываются в последующих главах. В ней приводятся основные сведения о влиянии нелинейных эффектов на передачу данных по оптоволоконным линиям связи, а также раскрывается суть данного влияния с точки зрения особенностей статистики ошибок в канале связи.

В разделе 1.1 первой главы проводится анализ паттерн-эффекта в оптоволоконных линиях связи как эффекта зависимости частоты появления ошибок при передаче информации от вида передаваемой информации. Проводится анализ влияния нелинейностей в канале на основе уравнения, описывающего распространение импульса по волоконному световоду.

Как известно, распространение оптических импульсов в одномодовом волоконном световоде описывается уравнением

$$i\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i}{2}\alpha A + \frac{1}{2}\beta\frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \gamma|A|^2 A. \quad (1)$$

Здесь A — амплитуда огибающей импульса, $|A|^2$ — мощность импульса, T — время, которое измеряется в системе отсчёта, движущейся с импульсом и его групповой скоростью v_g ($T = t - z/v_g$). Правая часть данного уравнения содержит три слагаемых, которые описывают влияние затухания импульса ($-\frac{i}{2}\alpha A$), влияние дисперсии групповых скоростей ($\frac{1}{2}\beta\frac{\partial^2 A}{\partial T^2}$) и влияние нелинейности ($-\gamma|A|^2 A$) на распространение импульсов по волоконному световоду. Коэффициенты α , β и γ относятся к затуханию, к дисперсии и к нелинейным эффектам соответственно. Данное уравнение используется для расчёта при длительности импульсов более 0.1 пс. При анализе распространения более коротких импульсов следует учитывать дисперсию третьего порядка $\partial^3 A/\partial T^3$, которая включается в уравнение 1.

Далее в разделе рассматривается качественно нелинейный член в уравнении 1. Величина выражения $-\gamma|A|^2 A$, очевидно, напрямую зависит от мощности сигнала. Это отличает нелинейность от других факторов, оказывающих воздействие на передачу данных, поскольку только нелинейность при увеличении мощности сигнала усиливает своё влияние на передаваемые импульсы. Складывается следующая ситуация: при небольших значениях мощности импульсы распространяются в линейном режиме под влиянием затухания и хроматической дисперсии, а при увеличении мощности импульса роль нелинейностей возрастает.

Из нелинейных эффектов в разделе рассматривается влияние

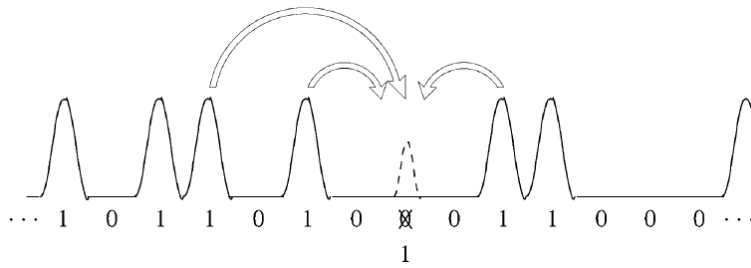


Рисунок 1 — Появление импульса-«призрака» из-за взаимодействия трёх импульсов

четырёхволнового смешения на передачу информации по нескольким частотным каналам. Пусть три волны с частотами f_1 , f_2 и f_3 взаимодействуют в нелинейной среде. Тогда нелинейная среда создаст волны с частотами $\pm f_1 \pm f_2 \pm f_3$. Если в линии частоты информационных каналов разделены равными промежутками или количество каналов столь велико, что они находятся по частоте рядом друг с другом, то дополнительные волны, индуцированные нелинейной средой, способны переносить часть энергии с основных частот на дополнительные.

Одной из главных особенностей проявления четырёхволнового смешения является появление в канале так называемых импульсов-«призраков». Пусть в оптоволокне имеется n информационных каналов с частотами f_i , $i = \overline{1, n}$. Для удобства занумеруем данные частоты в порядке их возрастания и ниже будем обозначать их не f_i , а просто i . На рис. 1 [Kashyap N. et al. Coding for the Optical Channel: the Ghost-Pulse Constraint // IEEE Trans. Inf. Th., Vol. 52(1), Pp. 64–77, 2006] показано, каким образом формируется импульс-«призрак» в информационном канале — его появление провоцируется наличием на определённых соседних с ним каналах единичных импульсов, картина суммарного взаимодействия которых и показана на рисунке.

Однако влияние четырёхволнового смешения, как показали наблюдения, распространяется не на всякие рядом стоящие «нули» и «единицы». Как выяснено в ходе экспериментов, если в каналах k , l и m одновременно находятся логические «единицы» ($b_k = b_l = b_m = 1$), то по причине эффекта четырёхволнового смешения наблюдается перенос энергии с данных позиций на позицию $k + l - m$. Таким образом, если $b_{k+l-m} = 0$, то есть если фактически импульса в канале $k + l - m$ в данный момент не было, то он может образоваться из-за переноса энергии, это и будет импульс-«призрак». Несложно показать, например, что битовые сочетания 1101, 1011 и 11011 могут провоцировать появление импульса-«призрака», что может привести к неверной передаче нулевого бита. Разумеется, проявление или не проявление

данного эффекта зависит от многих факторов, в том числе и от того, каким образом передаваемые данные представляются в канале.

Раздел 1.2 содержит описание ранее известных методов борьбы с последствиями проявления нелинейных эффектов. Описана возможность подавления влияния нелинейностей при помощи кодов RLL (run-length limited — коды с ограничением длины серий одинаковых битов), а также с помощью других кодов, изложенных в работах за последние годы. Описаны особенности использования данных кодов, их достоинства и недостатки.

Глава 2 посвящена теоретическим и практическим аспектам реализации ограниченных кодов, направленных на подавление нелинейных эффектов вообще и паттерн-эффекта в частности.

В разделе 2.1 рассматриваются теоретические основы кодирования и имеющиеся в данной области основные результаты, пересекающиеся с темой работы. Вводятся основные понятия, используемые в дальнейшем. Рассматриваются основные виды ограниченных кодов, в частности коды RLL, нашедшие применение как в магнитной записи, так и в телекоммуникационном оборудовании. Рассматриваются способы представления данных в канале, такие, как NRZ (non-return-to-zero — без возврата к нулю), NRZI (non-return-to-zero-inverted — без возврата к нулю, с инверсией). Приводятся примеры использования битовой вставки (bit stuffing) с целью ограничить количество подряд идущих сигналов одинакового значения (подобные ограничения предполагает, например, популярный стандарт USB), а также для предотвращения случайного появления управляющих последовательностей в канале (это реализовано, например, в протоколе HDLC, относящемся к канальному уровню сетевой модели OSI).

В разделе 2.2 рассматривается частный случай межсимвольного взаимодействия (ISI), который часто встречается на практике — перекрытие соседних импульсов. В этом случае соседние импульсы сигнала, независимо от типа используемой модуляции, перекрываются между собой, что может негативно повлиять на качество передачи данных. Рассматриваются практические примеры статистики ошибок, показывающие, что триплет 101 во многих случаях является наиболее подверженным ошибочному приёму, когда на приёмном конце из-за перекрытия вместо нулевого бита появляется «единица».

Раздел 2.2 посвящён построению потокового и блочного кодов, нацеленных на уменьшение до заданного значения количества триплетов

101 в передаваемом по линии сообщении. Рассмотрен метод построения потокового кода, основанный на битовой вставке: вставка дополнительного нулевого бита в триплет 101 происходит в зависимости от номера следования данного триплета в потоке данных. Проанализировано качество кодирования по данному методу. Вычислена избыточность данного кода, а также указано, с какой степенью точности данный код следует условию устранения 101 до заданного значения. Предложены алгоритмы кодирования/декодирования по данному методу и проведено обсуждение их производительности. Также предложен простой табличный потоковый код для удаления 101. Рассмотрены алгоритмы кодирования/декодирования.

Кроме того, в разделе 2.2 проведён комбинаторный анализ последовательностей на предмет содержания в них паттерна 101 в заданном количестве. Выведено рекуррентное соотношение, позволяющее найти по длине последовательности m количество таких $G_{m,k}$, которое содержит ровно k триплетов 101. А именно, справедлива

Теорема 1.

$$G_{m,k} = 2G_{m-1,k} - G_{m-2,k} + G_{m-3,k} + G_{m-2,k-1} - G_{m-3,k-1}, \quad (2)$$

с начальными условиями: $G_{3,0} = 7, G_{3,1} = 1, G_{3,k} = 0$ при $k > 1$; $G_{4,0} = 12, G_{4,1} = 4, G_{4,k} = 0$ при $k > 1$; $G_{5,0} = 21, G_{5,1} = 10, G_{5,2} = 1, G_{5,k} = 0$ при $k > 2$.

Также доказывается теорема о том, что $G_{m,k} = O(m^k \xi^m)$ при $m \rightarrow \infty$, где $\xi \approx 1.7549$, а $\log_2 \xi$ — ёмкость кода, удаляющего полностью триплет 101 из блока данных. Особое внимание уделено возможности построения длинных блочных кодов, контролирующих перекрытие импульсов. Построение ведётся на основе выведенного рекуррентного соотношения 2. Построенный «длинный» блочный код позволяет устранить «краевые» эффекты — возникновение на границе блоков данных запрещаемых битовых сочетаний, которые снижают общую эффективность кодирования. Построение таких кодов невозможно с использованием таблиц кодовых слов ввиду их большого объёма. Приведён алгоритм кодирования, а также указаны ресурсы, потребляемые данным алгоритмом, в зависимости от размера блока данных и в зависимости от степени удаления 101. Так, сложность алгоритма по времени $T = O(m \log m)$, а размер требуемой памяти пропорционален квадрату m и линеен относительно k , $S = O(m^2 k)$.

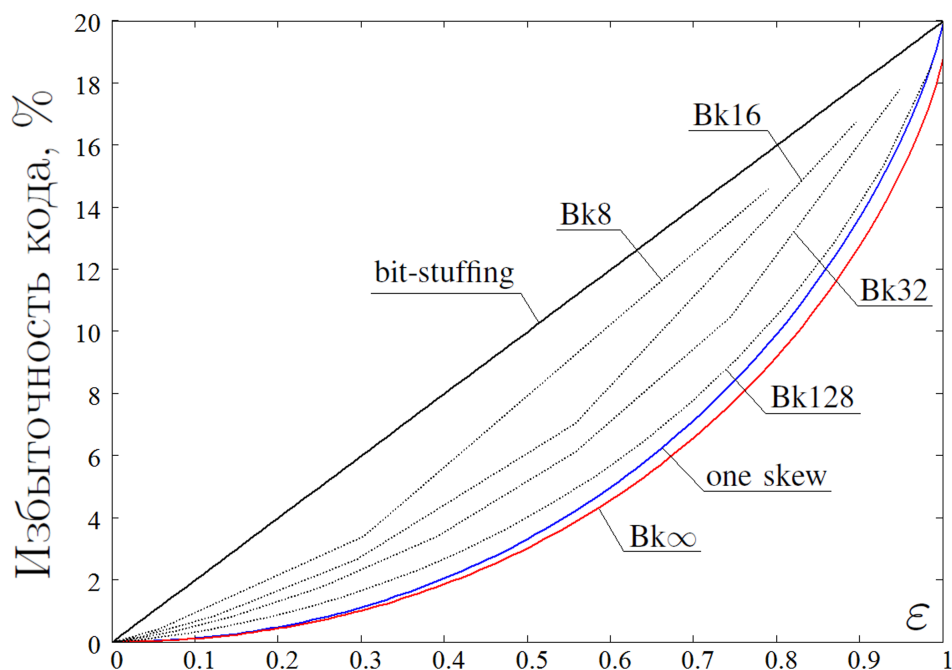


Рисунок 2 — Графики зависимости избыточности от параметра ϵ

Для длинного блочного кода приведён расчёт вероятностей появления каждого триплета в закодированном сообщении. Данный результат впоследствии используется при нахождении ёмкости ограниченного кода (code capacity), то есть максимальной кодовой скорости, которой возможно достичь, применяя ограниченное кодирование для гибкого удаления триплета 101. В известных работах ёмкость кода находится только для предельного случая, когда удаляются все триплеты 101; в данной же работе показано, что удаление части триплетов 101 возможно с гораздо меньшей избыточностью, чем того требует полное удаление триплета.

На рис. 2 показаны результаты аналитических расчётов зависимости избыточности кода от степени удаления триплета 101 для всех кодов, рассмотренных выше, — как потоковых, так и блочных. Необходимо отметить, что код, построенный с помощью теоретических методов, связанных с нумерацией длинных последовательностей, уже при размере блока в 128 битов даёт заметный выигрыш по сравнению с блочными кодами малой длины и по сравнению с потоковым кодом. Наличие же эффективных алгоритмов кодирования/декодирования такого кода делает его потенциально применимым для подавления паттерн-эффекта на практике.

В разделе 2.3 представлено обобщение теоретического анализа для

Таблица 1 — Триpletные рекуррентные соотношения $G_a(m, k)$

Триplet, a	Рекуррентное соотношение $G_a(m, k)$ ($m \geq 3, k \geq 0$)
000 111	$G_a(m, k) = G_a(m - 1, k) + G_a(m - 2, k) + G_a(m - 3, k) + G_a(m - 1, k - 1) - G_a(m - 2, k - 1) - G_a(m - 3, k - 1)$
101 010	$G_a(m, k) = 2G_a(m - 1, k) - G_a(m - 2, k) + G_a(m - 3, k) + G_a(m - 2, k - 1) - G_a(m - 3, k - 1)$
100 001 110 011	$G_a(m, k) = 2G_a(m - 1, k) - G_a(m - 3, k) + G_a(m - 3, k - 1)$

кодов, способных контролировать любые триплеты в сообщении. Дан ответ на вопрос, в каком случае комбинаторные свойства кодовых слов, содержащих заданное количество триплетов, совпадают для различных триплетов.

Обозначим за $G_a(m, k)$ количество последовательностей длины m , содержащих не более k триплетов a , а за $G_a^p(m, k)$ — количество таких же последовательностей, начинающихся на последовательность p . Кроме того, будем обозначать за \bar{a} инверсию триплета a и обозначим за \overleftarrow{a} триplet, полученный при записи триплета a в обратном порядке следования битов. Таковую же запись будем применять при обозначении соответствующих операций над произвольной битовой строкой. Так, $\overleftarrow{001} = 100$, а $\overline{110} = 001$. В разделе доказываются теоремы о том, что $G_a(m, k) = G_{\bar{a}}(m, k)$ и $G_a(m, k) = G_{\overleftarrow{a}}(m, k)$. Таким образом, чтобы найти величины $G_a(m, k)$ для любого триплета, достаточно рассмотреть триплеты 111, 100 и 101 (случай с триpletом 101 рассмотрен в разделе 2.2), поскольку остальные пять триплетов получаются из данных с помощью операций инверсии и переворота битов, каждая из которых в отдельности, равно как и их суперпозиция, не меняет величин $G_a(m, k)$. В работе выводятся рекуррентные соотношения для $G_a(m, k)$, результаты сведены в таблицу 1.

Также в разделе 2.3 приведён, подобно разделу 2.2, расчёт ёмкости кода, удаляющего триplet до заданного уровня. Для этого используется методика, предложенная в работе и основанная на том факте, что всякую статистику выходного битового потока можно представить в виде потока, порождённого некоторым марковским источником. При применении методики сперва определяются статистические закономерности в оптимальном блочном коде большой длины, затем на основании найденных соотношений находятся так называемые параметры асимметрии ε_i — значения, по которым можно

Таблица 2 — Параметры асимметрии переходов марковской цепи для различных триплетов

Триплет	Вектор параметров асимметрии переходов
000 111	$\vec{\varepsilon}(t) = t \left(-\frac{t^2+4t+7}{t^2+4t-1}, 1, \frac{t+3}{1-t}, 1, -\frac{t^2+4t+7}{t^2+4t-1}, 1, \frac{t+3}{1-t}, 1 \right)$ $t = \varepsilon_3$
101 010	$\vec{\varepsilon}(t) = t \left(1, -1, \frac{t^2-2t+5}{(1+t)^2}, -1, 1, -1, \frac{t^2-2t+5}{(1+t)^2}, -1 \right)$ $t = \varepsilon_0$
100 001 110 011	$\vec{\varepsilon}(t) = t \left(1, -1, \frac{t-3}{t+1}, -1, 1, -1, \frac{t-3}{t+1}, -1 \right)$ $t = \varepsilon_0$

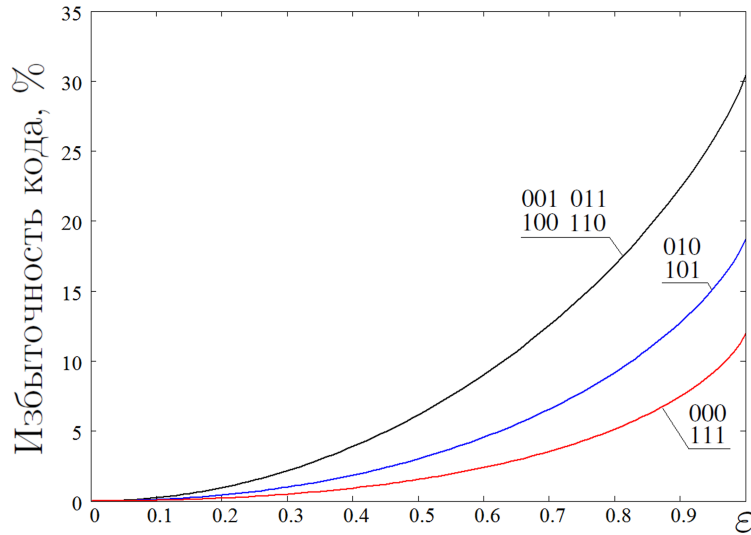


Рисунок 3 — Кривые избыточности для различных триплетов

определить матрицу перехода марковской цепи для двоичных триплетов, реализующей статистику оптимального блочного кода, путём использования следующих уравнений: $P_{x_1x_2x_3 \rightarrow x_2x_3|0} = (1 - \varepsilon_x)/2$, $P_{x_1x_2x_3 \rightarrow x_2x_3|1} = (1 + \varepsilon_x)/2$, где $x = x_1 \cdot 4 + x_2 \cdot 2 + x_3$. Значения параметров асимметрии приведены в таблице 2. График, изображающий кривые избыточности для различных триплетов, показан на рисунке 3. Показано, что скорость блочного кода, построенного на основе рекуррентных соотношений, в предельном случае достигает ёмкости кода, то есть код является асимптотически оптимальным.

В разделе 2.4 идёт дальнейшее обобщение ограниченных блочных кодов, направленных на устранение паттерн-эффекта. В данном разделе строится код, учитывающий сложную статистику ошибок в канале и

позволяющий для данной статистики найти оптимальное множество кодовых слов, которые допустимо использовать при передаче сообщения. Необходимость подхода обусловлена тем, что аналитическим путём решить задачу уменьшения в количестве до заданного уровня нескольких триплетов одновременно на данный момент не представляется возможным. Сам по себе код, описание технических аспектов которого ведётся в данном разделе, представляет собой табличный блочный код, для работы которого для каждого возможного двоичного слова длины n рассчитывается вероятность того, что данное слово будет передано без ошибок. Затем строится таблица, в которой кодовые слова ранжируются в порядке возрастания вероятности передачи их с ошибкой. Таким образом, в начале таблицы идут самые «хорошие» кодовые слова, а в конце — самые «плохие», передача которых по каналу идёт с максимальным количеством ошибок. Управляя избыточностью кода (или кодовой скоростью), можно найти оптимальное сочетание параметров, которое позволит максимально эффективно использовать данный метод кодирования. Таким образом, данный код является по определению адаптивным, поскольку при необходимости он способен к перенастройке с учётом изменившихся условий передачи информации.

Раздел 2.5 завершает часть работы, посвящённую техническим элементам построения кодов и анализу их свойств. В разделе строится адаптивный блочный код с большой длиной блока, построение ведётся методом нумерации возможных последовательностей, содержащих только разрешённые подпоследовательности внутри себя. Данный код является обобщением введённого в предыдущем разделе адаптивного блочного кода, работающего с помощью таблицы кодовых слов. Устанавливается условие, которому должно удовлетворять множество удаляемых последовательностей, чтобы код существовал. Теперь таблица кодовых слов служит лишь вспомогательным элементом, на основе которого с учётом аналитических соотношений возможно построение длинных кодовых слов. Показано, что данный код достигает в рамках введённых кодовых ограничений своей собственной ёмкости при бесконечном возрастании длины блока. Установлено, что объём потребляемой памяти M в битах не превосходит величины

$$M \leq \frac{q^n \log_2 q \cdot (m - n)(m - n + 1)}{2},$$

где q — размер алфавита входного сообщения (в разделе рассматриваются не только двоичные сообщения, но и общий случай входного алфавита произвольной мощности), m — размер выходного блока данных, n —

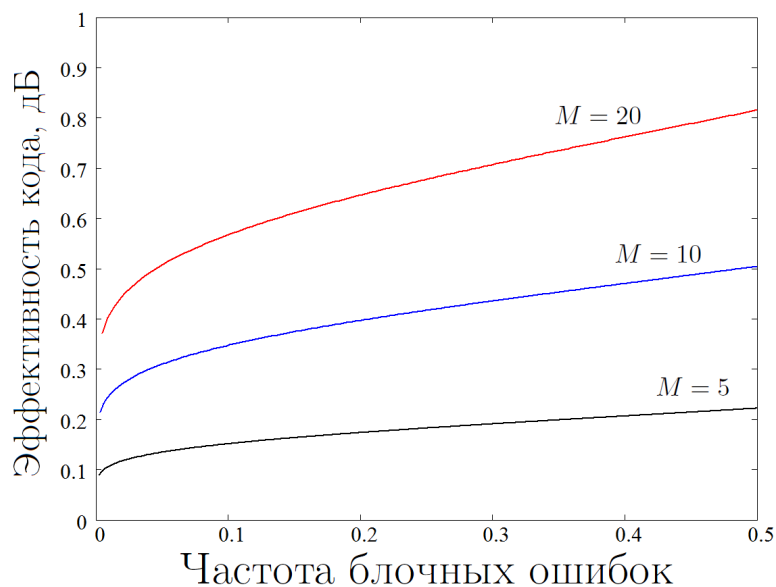


Рисунок 4 — Эффективность блочного кода, удаляющего триплет 101

размер каждой из подпоследовательностей, делящихся на разрешённые и запрещённые. Завершается раздел обозначением возможности снижения потребления памяти путём использования приближённых значений используемых в алгоритме величин вместо точных.

В разделе 3 идёт речь о разработке методов оценки эффективности кодов в оптических каналах связи, а также о результатах, полученных в ходе применения построенных в предыдущих разделах кодовых схем на практике. Здесь наглядно представлены показатели эффективности, имевшие место быть в ходе проведения численных экспериментов с кодами. Кроме того, проведён анализ возможности дополнения помехоустойчивых кодов кодами с ограничениями, а также рассмотрен вопрос о том, в каких случаях такое дополнение будет эффективным.

Раздел 3.1 является прологом к анализу кодов, поскольку он посвящён разработке методов оценки эффективности кодовых конструкций в условиях наличия нелинейных возмущений в канале связи. Приведено два подхода к анализу эффективности кодов, на основе которых была получена оценка возможной выгоды от применения ограниченных кодов, построенных в разделе 2. Сначала рассматривается частный случай, когда вектор ошибок равен $\vec{Q} = q \cdot (1, 1, 1, 1, 1, M, 1, 1)$ (этот случай соответствует случаю перекрытия соседних импульсов в канале). Для различных M определена эффективность блочного кода, который уменьшает количество триплетов 101. Кривые эффективности показаны на рисунке 4. Они построены для

Таблица 3 — Статистика ошибок по каналам передачи данных

Триплет	Канал 1	Канал 2	Канал 3	Канал 4	Канал 5
000	0	2	4	2	6
001	1216	1353	1471	1559	1604
010	7081	7154	7783	8299	8470
011	111	123	181	190	192
100	1064	1250	1286	1422	1464
101	7650	8029	8590	9298	9354
110	94	122	134	145	168
111	42	53	70	60	93

блочного кода с длиной блока 128 бит. Эффективность кода при $M = 10$ составляет от 0.3 дБ до 0.5 дБ в зависимости от исходного значения q — вероятности ошибок в любом триплете, кроме 101. Эффективность порядка 0.5 дБ возможна для канала с частотой блочных ошибок $BLEP = 0.3$, что соответствует $BER = 2.7 \cdot 10^{-3}$; эти условия находятся в области практического применения.

Такой же анализ проведён и для адаптивного кода. Он, в силу своей ориентации исключительно на вид паттерн-эффекта, по оценкам даёт выгоду порядка нескольких децибел, при этом в разделе обсуждены границы применимости подобных оценок и условия, при которых возможно их получить.

В разделе 3.2 идёт речь непосредственно о результатах применения построенных ранее алгоритмов. С учётом статистики ошибок, данной в таблице 3, построен код для уменьшения числа ошибок. Результаты его применения показаны на рис. 5. Здесь ρ — отношение количества ошибок в закодированном сигнале к количеству ошибок в сигнале исходном. Так, можно видеть, что адаптивный код даже с небольшой длиной блока в 16 битов и с избыточностью 10% снижает количество ошибок в два раза в условиях общей частоты ошибок (BER — bit error rate) порядка 10^{-2} . Такой результат даёт основание считать применение такого кода целесообразным, поскольку в волоконно-оптических линиях с частотным разделением каналов при плотном использовании допустимых частот уровень «сырого» BER может иметь такой же порядок, как и тот, что рассмотрен в примере.

Рассмотрен и более сложный случай паттерн-эффекта, с детализацией

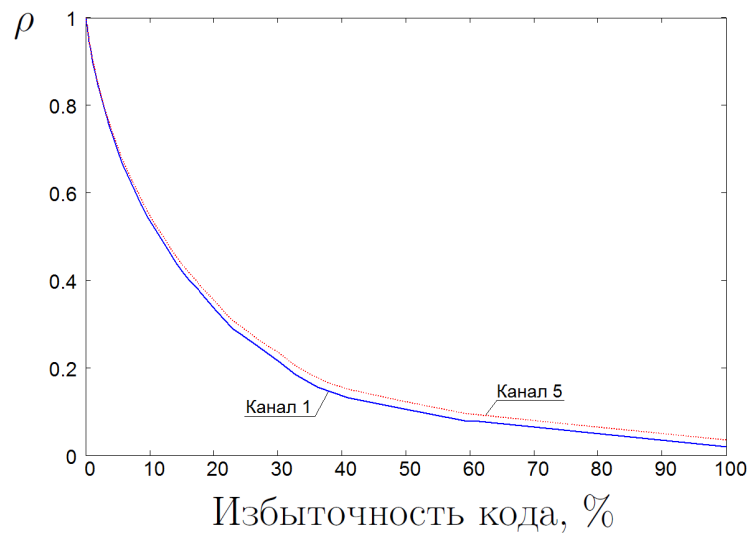


Рисунок 5 — Отношение вероятности появления ошибок в исходном сообщении к вероятности появления ошибок в закодированном сообщении

не по триплетам, а по квинтуплетам (пятёркам последовательных битов). Зависимость значения частоты ошибок от избыточности кода показана для разных численных экспериментов на рис. 6.

В разделе 3.3 ведётся обсуждение вопроса о том, какие корректирующие коды и почему целесообразно использовать в оптоволоконных линиях связи. Данное обсуждение предваряется кратким описанием основных помехоустойчивых кодов и их свойств, после чего анализируются стандарты, действующие на данный момент в области оптических телекоммуникаций. Так, в ноябре 2009 года Международный телекоммуникационный союз (ITU — International Telecommunication Union) издал стандарт на оптоволоконную связь G.709, в котором в качестве корректирующего кода указан код Рида-Соломона. Поскольку и прежде код Рида-Соломона играл существенную роль в волоконно-оптической связи, то его сущность и возможности изложены подробно.

Также в данном разделе приведены варианты сочетания ограниченных кодов с корректирующими кодами, обсуждены достоинства и недостатки различных методов сочетания. В разделе проводится анализ характеристик стандартных корректирующих кодов и по итогам анализа выводится условие, при котором имеет смысл использовать ограниченные коды совместно с корректирующими. В частности, их можно применять на больших частотах ошибок, если они способны снизить эти частоты до значений, при которых начинают эффективно работать корректирующие коды. В разделе также

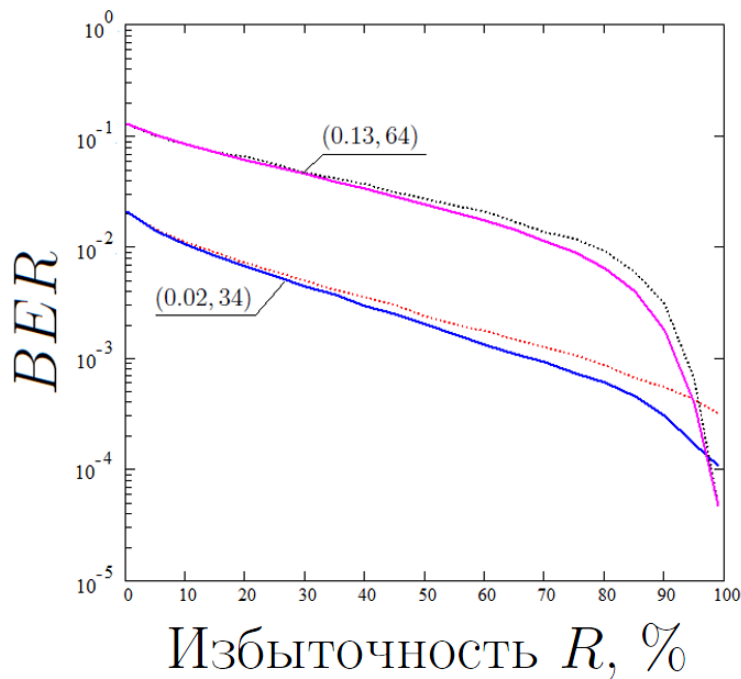


Рисунок 6 — Зависимость между частотой ошибок и избыточностью 16-ти и 24-битного блочного кода

излагаются методы сочетания корректирующего и ограниченного кодов, способные компенсировать такой недостаток ограниченных кодов, как распространение ошибок по блоку данных.

В заключении сформулированы основные результаты работы.

Построены быстродействующие и высокоэффективные ограниченные коды, имеющие низкую избыточность и позволяющие снизить количество ошибок в оптических каналах связи, а также проведён комбинаторный анализ последовательностей, содержащих заданное количество определённых подпоследовательностей, который был использован для построения кодов.

Проведён теоретический анализ кодов, который позволил выявить вероятностные свойства закодированных блоков данных, а также определить, насколько возможна реализация предложенных алгоритмов с помощью современных средств электроники.

Предложены методы оценки энергетической эффективности кодов в условиях наличия в канале нелинейных искажений.

Определена область эффективности построенных ограниченных кодов. Это позволило найти условия, в которых при совместном использовании ограниченного и корректирующего кодов коррекция ошибок может происходить в условиях большей частоты ошибок BER , при которой

без ограниченных кодов схема не способна обеспечить требуемое качество обработки принятого сообщения.

Опубликованные по теме диссертации работы из списка ВАК.

1. A. Shafarenko, A. Skidin, S.K. Turitsyn. Weakly-constrained codes for suppression of patterning effects in digital communications // IEEE Transactions on Communications, Vol. 58(10), Pp. 2845–2854, 2010.

2. A. Skidin, A. Redyuk, O. Shtyrina, M. Fedoruk, A. Shafarenko. The analysis of the error statistics in a 5x40 Gbit/s fibre link with hybrid amplification // Optics Communications, Vol. 284(19), Pp. 4695–4698, September 2011.

3. А.С. Скидин, М.П. Федорук, А.В. Шафаренко, С.К. Турицын. Преодоление паттерн-эффекта в оптоволоконных линиях связи с помощью адаптивного блочного кодирования // Дискретный анализ и исследование операций, том 17, № 4, стр. 67–83, 2010.

Публикации в трудах конференций

1. A. Shafarenko, M. Fedoruk, A. Skidin, S. Turitsyn. Efficient Weakly-Constrained codes for mitigation of patterning effects in digital communications // International Conference on Ultra Modern Telecommunications (ICUMT-2009), October 12-14, St.Petersburg, Russia, 6 Pp, 2010.

2. Скидин А.С., Федорук М.П., Штырина О.В., Редюк А.А., Турицын С.Л., Шафаренко А.В. Паттерн-эффект как результат действия нелинейных явлений в волоконных световодах и его подавление с помощью кодов с ограничениями // Материалы российского семинара по волоконным лазерам, 19-22 апреля 2010 г., Ульяновск. - С. 70–71.

3. Skidin A., Fedoruk M., Redyuk A., Shtyrina O., Shafarenko A., Turitsyn S.K. Suppression of Patterning Effects in Digital Communications by an Adaptive Constrained Coding // ACIT - Information and Communication Technology (ACIT-ICT 2010), June 15-18, Novosibirsk, Russia - P.182-185.

4. Скидин А.С., Федорук М.П., Шафаренко А.В. Применение специальных методов кодирования информации при передаче данных по волоконно-оптическим линиям связи // Фотон-Экспресс, том 6(94) (по материалам III-й Всероссийской конференции по волоконной оптике), стр. 120–121, октябрь 2011.