

Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ
им. С.Л. Соболева
Сибирского отделения
Российской академии наук
(ИМ СО РАН)

630090 Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 4
Для телеграмм: Новосибирск, 90, Математика
Тел.: (8-383) 333-28-92. Факс: (8-383) 333-25-98
E-mail: im@math.nsc.ru

12.05.2015 № 15302-2-2171
На № 36/11-1684 от 31.03.15

УТВЕРЖДАЮ:

Директор Института
чл.-к. РАН



С.С. Гончаров

2015 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертационную работу

Мышкиной Евгении Константиновны «О вычетных интегралах и степенных суммах
корней систем неалгебраических уравнений в \mathbb{C}^n »,

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Исследование систем нелинейных алгебраических уравнений является классической задачей математики. В настоящее время кроме стандартного метода исследования развивается метод базисов Гребнера-Ширшова.

На основе многомерного логарифмического вычета в \mathbb{C}^n был построен новый метод исследования алгебраических систем уравнений. Он возник в работе Л.А.Айзенберга (1977 г.). Его основная идея заключается в нахождении степенных сумм корней системы (в положительной степени), а затем в использовании одномерных или многомерных рекуррентных формул Ньютона. В отличие от классического метода он менее трудоёмок и не увеличивает кратности корней. Его дальнейшее развитие и применение было проведено в монографиях Л.А.Айзенберга, А.П.Южакова, А.К.Циха, В.И.Быкова, А.М.Кытманова и М.З.Лазмана (1983-1995 гг.).

Данные методы не могут быть впрямую применены к исследованию систем

неалгебраических уравнений. Поскольку формулы для нахождения степенных сумм корней системы получить, как правило, нельзя, так как корней системы может быть бесконечное число и, следовательно, ряд из таких корней – расходящийся. Хотя системы данного вида возникают не только в математике, но и в химической кинетике (модель Зельдовича-Семенова). Лишь в 2005 году в работе А.М.Кытманов и З.Е.Потаповой рассмотрен частный вид систем неалгебраических уравнений. Поэтому актуальность темы диссертации определяется недостаточной разработкой исследования систем неалгебраических уравнений.

Основное внимание в работе удалено исследованию важной задачи о нахождении степенных сумм корней в отрицательной степени и установлению их связи с вычетными интегралами, построенными по функциям, входящим в систему. Использование этих интегралов позволяет получить формулы для нахождения степенных сумм, не находя самих корней. Для разных типов систем эти формулы являются различными. В качестве приложений найдены суммы некоторых двойных рядов.

Основные научные результаты содержатся во второй главе диссертации. В ней рассмотрены степенные суммы корней разных систем в отрицательной степени. Такие степенные суммы вычисляются с помощью вычетных интегралов, циклы интегрирования в которых зависят от вида системы. Основное внимание удалено трем видам систем неалгебраических уравнений: простейший, треугольный и специальный. Простейшая система уравнений состоит из функций $f_j(z)=h_j(z)e^{g_j}$ ($j=1,\dots,n$), где функции h_j представляют собой сумму монома степени k_j и сходящегося степенного ряда, состоящего из мономов степени больше, чем k_j , а функции g_j являются сходящимися степенными рядами (целыми функциями) в C^n . Для простейших систем приведено три утверждения: в теореме 2.1 дана точная формула для вычисления вычетных интегралов, связанных с системой уравнений, в теореме 2.2 выписаны условия, при которых эти вычетные интегралы равны степенным суммам корней системы в отрицательной степени, в теореме 2.3 доказано равенство вычетных интегралов и степенных сумм для систем, в которых функции разлагаются в бесконечные произведения функций вида f_j . В частности, для целых функций конечного порядка роста.

Для треугольных систем уравнений и систем специального вида также доказаны утверждения типа теорем 2.1-2.3 (это теоремы 2.4-2.9). Следует отметить, что в рассматриваемые системы могут входить различные параметры. Это позволяет проводить параметрический анализ систем.

В заключительном параграфе главы 2 даны условия (теоремы 2.11, 2.13) разложения целых функций в бесконечное произведение функций, связанных с их нулями (вариант классической теоремы Адамара).

В главе 3 построен новый метод вычисления сумм кратных рядов. Для данного числового ряда нужно найти систему уравнений, для которых он служит степенной суммой. Затем, используя формулы второй главы для разных систем неалгебраических уравнений, можно получить интегральное представление для суммы ряда. И, следовательно, найти эту сумму. Для каждого вида систем уравнений, рассмотренных во второй главе, приведены примеры 3.1-3.6 нахождения сумм кратных рядов, неизвестных ранее. Здесь коэффициенты ряда также могут зависеть от параметров.

Несмотря на хорошее изложение диссертационной работы, уместно сделать следующие замечание: недостаточно полно исследован вопрос о том, насколько широк класс систем, рассмотренных в работе.

Результаты, полученные в диссертации, являются новыми и представляют научный интерес. Они полностью обоснованы математическими доказательствами, имеют теоретическое значение и могут быть использованы в компьютерной алгебре, в многомерном комплексном анализе, в математических задачах химической кинетики. Практическое их применение возможно в рамках научно-педагогической деятельности: они могут быть внедрены в учебный процесс в виде материала для проведения специальных курсов по многомерному комплексному анализу.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Результаты работы изложены в 14 работах автора, 5 из которых опубликованы в журналах из списка, рекомендованного ВАК.

Основные результаты докладывались на ряде международных и российских конференций (Новосибирск, 2013-2014гг; Ярославль, 2013; Казань, 2014; Ереван, 2014), прошли достаточную апробацию.

Результаты диссертации могут быть в дальнейшем использованы в Институте математики СО РАН, НГУ, Математическом институте РАН, Сибирском федеральном университете.

Таким образом, работа Е.К.Мышкиной представляет собой завершенную научно-исследовательскую работу на актуальную тему. Новые научные результаты, полученные диссидентом, имеют существенное значение для теории неалгебраических систем уравнений. Выводы и рекомендации обоснованы

Учитывая новизну, актуальность и научную ценность выполненного исследования, считаем, что диссертационная работа Мышкиной Евгении Константиновны «О вычетных интегралах и степенных суммах корней систем неалгебраических уравнений в \mathbb{C}^n » отвечает требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» от 24 сентября 2013 г. № 842, предъявляемым к кандидатским диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор заслуживает присуждения ему указанной ученой степени по специальности 01.01.01 – вещественный, функциональный и комплексный анализ.

Отзыв на диссертацию и автореферат обсужден на заседании лаборатории обратных задач математической физики "12" мая 2015 г., протокол № 9.

Председатель семинара,
заведующий лабораторией,
д.ф.-м.н., профессор



Аниконов Юрий Евгеньевич

