

ФАНО РОССИИ  
Федеральное государственное  
бюджетное учреждение науки  
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ  
И МЕХАНИКИ

им. Н.Н. Красовского  
Уральского отделения  
Российской академии наук  
(ИММ УрО РАН)  
г.Екатеринбург, 620137  
ул.С.Ковалевской, д.16  
тел.(343) 374-83-32, факс 374-25-81  
E-mail [dir-info@imm.uran.ru](mailto:dir-info@imm.uran.ru)

23 11 2017 №16343/10-21/1



«УТВЕРЖДАЮ»

Директор ИММ УрО РАН,

Лукоянов И.Ю.

На № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

Г

Г

### ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

о кандидатской диссертации Тимофеевко Ивана Алексеевича «Порождающие мультиплеты инволюций линейных групп над кольцом целых чисел», представленной к защите по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Многие задачи теории групп и смежных разделов математики редуцируются к нахождению порождающих элементов с определенными свойствами. Хорошо известен метод жесткости, сводящий решение обратной задачи теории Галуа для данной конечной группы к нахождению рациональных порождающих мультиплетов. Группы, порождаемые тремя инволюциями, две из которых перестановочны, нашли применения в доказательстве существования гамильтоновых путей в графах Кэли и в описании групп автоморфизмов карт — графов с односвязными гранями.

Диссертация состоит из введения, 3 глав, разбитых на 9 параграфов, заключения, списка литературы (47 наименований) и приложения — код программы в системе Wolfram Mathematica. Объем — 108 страниц.

В диссертации исследуются следующие вопросы о порождении линейных групп малых размерностей и групп Шевалле исключительных типов над кольцами целых и целых гауссовых чисел.

А) Порождается ли данная группа  $G$  тремя инволюциями?

Б) Порождается ли данная группа  $G$  тремя инволюциями, две из которых перестановочны?

В) Каково минимальное число  $n(G)$  порождающих инволюций группы  $G$ , произведение которых равно 1?

Группы, порожденные тремя инволюциями, две из которых перестановочны, называются  $(2 \times 2, 2)$ -группами. Было известно, что среди групп Шевалле над кольцами целых  $Z$  и целых гауссовых чисел  $Z+Zi$   $(2 \times 2, 2)$ -группами являются:  $SL(n, Z)$ ,  $n \geq 14$ ,  $PSL(n, Z)$ ,  $n \geq 5$ ,  $PSL(n, Z+Zi)$ ,  $n \geq 7$ .

В первой главе диссертации рассмотрены вопросы Б) и В) для линейных групп размерности 2 над кольцами  $Z$  и  $Z+Zi$ . В частности, доказана

Теорема 1. Группа  $GL(2, Z)$  порождается тремя инволюциями, но не порождается тремя инволюциями, две из которых перестановочны,  $\mu(GL(2, Z)) = 6$ . Группа  $PGL(2, Z)$  порождается тремя инволюциями, две из которых перестановочны,  $\mu(PGL(2, Z)) = 5$ . Группы  $SL(2, Z)$  и  $PSL(2, Z)$  не порождаются никаким множеством инволюций.

Основными результатами главы 2 и центральными всей диссертации являются теоремы 2 и 3, которые утверждают, что присоединенные группы Шевалле типа  $G_2$ ,  $E_6$ ,  $E_7$  и  $E_8$  над кольцом целых чисел являются  $(2 \times 2, 2)$ -группами. Следовательно, для этих групп дается ответ на вопрос 15.67 из Коуровской тетради. Порождающие тройки инволюций в теоремах 2 и 3 указаны явно.

В главе 3 положительно решается вопрос А) для специальных линейных групп размерности 6 и 10 над  $Z$  и соответственно над простым конечным полем. При получении результатов глав 2 и 3 использовались компьютерные вычисления. Этот факт подробно отражен в приложении.

Имеются следующие замечания.

- 1) Стр. 3, строка 4. Гауссовых чисел вместо гауссовых.
- 2) Стр. 5, 11-строка снизу, не согласуются падежи.
- 3) Стр. 26, строка 10, два раза поставлена точка после  $x, y$ .
- 4) Стр. 30, строка 9, применяя равенство (2,7) после этого нужна запятая.
- 5) Заключение, пункт б, произведение которых равно 1, после этого нужна запятая.

Результаты, представленные в диссертации, вносят заметный вклад в теорию линейных групп. Их научная достоверность и новизна не вызывают сомнения. Автореферат полно и точно отражает содержание диссертации.

С результатами диссертации следует ознакомить специалистов, работающих в математических институтах СО РАН, УрО РАН, МИ РАН, университетах Москвы, Санкт-Петербурга, Екатеринбурга, Красноярска, Владикавказа и др.

На основании вышесказанного можно однозначно сделать вывод, что представленная работа «Порождающие мультиплеты инволюций линейных групп над кольцом целых чисел» соответствует п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» от 24 сентября 2013 г. № 842, удовлетворяет всем требованиям, предъявленным ВАК Минобрнауки к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел и ее автор, Тимофеев Иван Алексеевич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв на диссертацию заслушан и утвержден на научном семинаре отдела алгебры и топологии Института математики и механики им. Н.Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук от «28» ноября 2017 года, протокол № 10.

**Ведущая организация:** Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук (ИММ УрО РАН).

Почтовый адрес: 620990, Российская Федерация, г. Екатеринбург,  
ул. Софьи Ковалевской, д. 16.

Телефон: +7 (343) 374-83-32

Тел./факс: +7 (343) 374-25-81

E-mail: [dir-info@imm.uran.ru](mailto:dir-info@imm.uran.ru)

Веб-сайт: <http://www.imm.uran.ru>

Заведующий отделом алгебры и топологии  
ИММ УрО РАН, д.ф.-м.н., профессор,  
член-корреспондент РАН

 Александр Алексеевич Махнев