

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ
им. С.Л. Соболева
Сибирского отделения
Российской академии наук
(ИМ СО РАН)**

630090 Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 4
Для телеграмм: Новосибирск, 90, Математика
Тел.: (8-383) 333-28-92. Факс: (8-383) 333-25-98
E-mail: im@math.nsc.ru

04.12.2014 № 15302-2-2171

Ha № _____ от _____

УТВЕРЖДАЮ

Директор ФГБУН
Институт математики
им. С.Л. Соболева
Сибирского Отделения

Отзыв ведущей организации о диссертации Ольги Андреевны Шишкиной

«Многочлены Бернулли от нескольких переменных и многомерный аналог формулы Эйлера-Маклорена», выполненной на соискание степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертация посвящена активно развивающемуся в последнее десятилетие разделу современной математики, стоящему на стыке многомерного комплексного анализа и теории разностных уравнений – задаче суммирования функций нескольких дискретных аргументов. В случае одного переменного задачу решает знаменитая формула Эйлера-Маклорена, в которой искомая сумма значений функции в целых точках отрезка выражается через интеграл и производные от этой функции, а также через числа Бернулли. Числа и многочлены Бернулли нашли разнообразные применения в различных областях теоретической и прикладной математики. Многомерным вариантам формулы Эйлера-Маклорена посвящены работы таких известных специалистов, как А. Г. Хованский, M. Brion, M. Vergne, N. Berline.

В диссертации исследована задача неопределенного суммирования функций нескольких дискретных аргументов:

- определены многомерные аналоги чисел Бернулли, многочленов Бернулли, изучены их свойства и получен многомерный аналог формулы Бернулли для суммы значений мономов в целых точках параллелотопа;
 - найден дискретный аналог формулы Ньютона-Лейбница в задаче неопределенного суммирования функций нескольких аргументов;

- получены многомерные варианты формулы Эйлера-Маклорена в задачах суммирования по целым точкам рационального параллелотопа и симплекса.

Перейдем к подробному изложению содержания диссертации.

Диссертационная работа состоит из введения, двух глав и списка литературы. Объем диссертации - 80 страниц, библиография содержит 60 наименований.

Во введении обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, дается обзор научной литературы по изучаемой проблеме, излагается краткое содержание работы и формулируются основные результаты.

Первая глава посвящена некоторым обобщениям чисел Бернулли и многочленов Бернулли на случай нескольких переменных. В первом параграфе вводятся понятия чисел и многочленов Бернулли, ассоциированных с рациональным конусом, строится оператор Тодда и доказывается, что многочлены Бернулли представляют собой результат действия оператора Тодда на мономы (Теорема 1). Во втором и четвертом параграфах исследуются различные свойства многочленов Бернулли, а в третьем приводится аналог формулы Бернулли для суммы значений мономов в целых точках рационального параллелотопа. К основным результатам главы, кроме Теоремы 1, можно отнести Теорему 2, в которой доказано, что многочлены Бернулли удовлетворяют разностному уравнению, Теорему 3, в которой сумма значений монома в целых точках рационального параллелотопа выражена через интеграл от многочлена Бернулли, а также Теорему 4, посвященную доказательству свойств сложения, умножения и дополнения многочленов Бернулли.

Во второй главе исследуется проблема суммирования функций нескольких дискретных аргументов. Подход Эйлера к решению этой проблемы предполагает, что первом шаге нужно определить понятие дискретной первообразной и найти дискретный аналог формулы Ньютона-Лейбница. В первом параграфе второй главы эта задача решена для случая унимодулярного конуса (Теорема 5), а во втором параграфе с помощью методов теории дифференциальных операторов бесконечного порядка построен оператор Тодда и получен многомерный аналог формулы Эйлера-Маклорена как для дискретной первообразной, так и для суммы значений целой функции экспоненциального типа по целым точкам рациональных параллелотопов (Теоремы 6 и 7). Переход к общему случаю, когда конус не является унимодулярным, оказался довольно сложным и возникающие при

этом проблемы были решены в третьем параграфе (Теорема 8 и 10). В четвертом параграфе второй главы рассмотрен случай суммирования по n-мерному симплексу и также получен аналог формулы Эйлера-Маклорена.

На основании вышесказанного считаю, что автором получены законченные результаты, которые являются существенным вкладом в теорию многомерных разностных уравнений. Все основные результаты диссертации являются новыми и сопровождены подробными доказательствами. Они своевременно опубликованы в рецензируемых математических журналах.

При решении указанных выше проблем автор проявила исключительное трудолюбие, заметную эрудицию, владение современными методами математического анализа и теории функций комплексного переменного.

Диссертация написана четким и ясным языком и проиллюстрирована хорошо поясняющими суть дела примерами.

Автореферат правильно и полностью отражает содержание диссертации.

Результаты диссертации могут быть использованы при проведении научно-исследовательских работ в МИАН им. В. А. Стеклова, Институте математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Институте математики с вычислительным центром УНЦ РАН, а также при чтении спецкурсов и проведении спецсеминаров в Московском Государственном университете, Новосибирском государственном университете, Томском государственном университете и Сибирском Федеральном университете.

Содержание диссертационной работы, ее научные положения и выводы являются достоверными, обоснованными и актуальными. Диссертация О. А. Шишкиной «Многочлены Бернулли от нескольких переменных и многомерный аналог формулы Эйлера-Маклорена» является законченным исследованием. Она полностью соответствует п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» от 24 сентября 2013 г. №842 и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК Минобрнауки к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Учитывая вышеизложенное, несомненно, что ее автор Шишина Ольга Андреевна, несомненно, заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании семинара лаборатории теории функций ФГБУН Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН «28» ноября 2017 года (протокол № 17 от 28.11.17).

Главный научный сотрудник
лаборатории теории функций
Федерального государственного
Бюджетного учреждения науки
Института математики им. С. Л. Соболева
Сибирского отделения
Российской академии наук,
доктор физико-математических наук
по специальности 01.01.01,
профессор

ЛНЗ



Асеев Владислав Васильевич

Почтовый адрес: 630090 Новосибирск,
пр. Академика Коптюга, 4
Институт математики
им. С.Л. Соболева СО РАН
e-mail: btp@math.nsc.ru
Тел.: (8-383) 329-76-08

