



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное
бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Алтайский государственный университет»
пр-т Ленина, 61, г. Барнаул, 656049
Тел. (385-2) 291-291. Факс (385-2) 66-76-26
E-mail: rector@asu.ru

ОГРН 1022201770106 ИНН 2225004738/КПП 222501001
д/с 20176U88990 ОКПО 02067818
р/с 40501810401732000002 в ОТДЕЛЕНИЕ БАРНАУЛ г. Барнаул
ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный университет»
БИК 04 0173001
27.04.2016 № 10-2-21/05/2352
на № 01

УТВЕРЖДАЮ
Ректор ФГБОУ ВПО
«Алтайский государственный
университет»
Землихов Сергей Валентинович



« 27 04 2016 г. »

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертационную работу
Магденко Евгения Петровича "Решение линейных сопряженных задач для
уравнений вязких теплопроводных жидкостей в цилиндрических областях",
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических
наук по специальности 01.01.02-дифференциальные уравнения, динамические
системы и оптимальное управление

Диссертационная работа Е.П. Магденко посвящена исследованию
линейных сопряженных начально-краевых задач для систем
дифференциальных уравнений, описывающих осесимметрические движения
вязких теплопроводных жидкостей в цилиндрических областях.

Актуальность для науки и практики

Вопросы о математической корректности краевых задач для
дифференциальных уравнений в частных производных, возникающих при
моделировании движений сплошных сред, являются неизменно актуальными на
протяжении многих десятилетий в связи с высокой практической
востребованностью этих задач в естественных науках и технике. Кроме того,

данный класс задач вызывает неизменный интерес математиков, поскольку их решение постоянно встречает существенные трудности в математическом плане, что стимулирует дальнейшее развитие математических методов. В узком смысле теория многофазных потоков с учетом различных физических и химических факторов возникает при проектировании систем охлаждения, росте кристаллов и пленок, в аэрокосмической промышленности. Прикладной характер динамики двухслойных конвективных течений вряд ли требует дополнительных комментариев. Таким образом, актуальность темы, избранной диссертантом, не вызывает сомнений.

Диссертационная работа Е.П. Магденко состоит из введения, четырех глав, заключения, содержит 116 страниц, включая 10 рисунков и список литературы из 72 наименований.

Во введении обосновывается актуальность изучаемой проблемы, проводится обзор литературы по теме исследований. Кроме того, дана краткая сводка результатов диссертации по главам и приведены используемые в дальнейшем сведения по уравнениям модели, кинематическим и динамическим условиям на поверхности раздела двух вязких жидкостей с учетом термокапиллярных эффектов.

В первой главе исследуются задачи об осесимметрическом распределении тепла для двух контактирующих цилиндров при известной температуре на поверхности цилиндров и при равенстве температур и потоков тепла на поверхности раздела. Рассматриваемая задача есть частный случай общей модели конвекции двухслойных течений на основе уравнений Обербека-Буссинеска.

Сначала рассматривается линейная стационарная задача. Она решается на основе метода разделения переменных и принципа суперпозиции. Формулируются условия на класс граничных значений, при выполнении которых решение является классическим. Эти условия даются либо в терминах коэффициентов разложения граничных значений в ряд Фурье по бесселевым

функциям нулевого порядка, либо указывается необходимая гладкость граничных функций на основаниях цилиндров (теорема 1.1.1).

Затем рассматривается линейная нестационарная задача. Она решается методом разделения переменных и использует преобразование Лапласа по времени. Также формулируются условия на граничные значения, обеспечивающие существование классического решения (теорема 1.2.1, теорема 1.2.2). В конце главы на основе полученных автором оценок доказана сходимость решения нестационарной задачи к решению стационарной при неограниченном росте времени и указана оценка скорости сходимости в норме L_2 (теорема 1.2.3). С учетом леммы 1.1.1 об единственности результаты главы 1 гарантируют корректность постановки задачи об осесимметрическом распределении тепла для двух контактирующих цилиндров.

Во второй главе диссертации рассматривается задача о потере устойчивости равновесия двух несмешивающихся жидкостей в цилиндре при наличии между ними границы раздела, а также – аналогичная задача для однослойной жидкости со свободной границей, через которую происходит теплообмен с окружающей средой. Исследование проводится на основе линеаризованной на равновесном состоянии задачи о малых осесимметрических возмущениях системы в рамках модели Обербека-Буссинеска. Получена зависимость числа Марангони от геометрии области движения и физических параметров жидкостей.

Глава 3 посвящена исследованию одного частично инвариантного решения системы уравнений модели Обербека-Буссинеска. Это решение можно трактовать как осесимметричное термокапиллярное движение двух несмешивающихся вязких теплопроводных жидкостей в цилиндрической трубе, разделенных подвижной недеформируемой поверхностью.

После обезразмеривания и выделения малого параметра – числа Марангони, автор стандартным образом приходит к линейной системе дифференциальных уравнений для шести искомых функций и ряда начальных, граничных и дополнительных условий. Две искомых функции зависят только

от времени и входят в правую часть одномерных параболических уравнений (задача 3.1.27-3.1.37), т.е. рассматриваемая задача не является классической. Далее основное внимание уделено получению априорных оценок решений полученной задачи в предположении, что гладкое решение существует. Сформулированы условия на данные задачи, гарантирующие равномерную ограниченность решений (теорема 3.3.1). Кроме того, указаны условия на данные, при которых решение с ростом времени экспоненциально стремится к нулю (теорема 3.4.1).

В четвертой главе диссертации рассматривается задача главы 3 при упрощающем предположении о том, что поверхность раздела между двумя жидкостями фиксирована. Это предположение дает возможность построить стационарное решение в аналитической форме в виде простых формул. Для решений нестационарной задачи получены априорные оценки, позволяющие доказать экспоненциальную сходимость с ростом времени этих решений к решению стационарной задачи (теорема 4.5.1). В разделе 4.4 главы очень кратко изложен другой способ решения исходной задачи, а именно, использование преобразования Лапласа, получение и исследование краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

В заключении дана краткая сводка основных результатов.

Новизна основных научных результатов и их значимость для науки и производства

Отметим, на наш взгляд, наиболее интересные результаты диссертации:

- 1) для сопряженной задачи о распределении тепла в копечном цилиндре построено решение в виде рядов Фурье по функциям Бесселя, доказана единственность решения и стабилизация по времени к стационарному решению;
- 2) исследованы спектральные задачи об устойчивости двухслойного течения в цилиндре и однослойного течения со свободной границей;

3) получены априорные оценки обратных сопряженных линейных задач, описывающих осесимметричное термокапиллярное движение двух вязких несмешивающихся теплопроводных жидкостей при малом числе Марангони и при двух режимах течения: с недеформируемой подвижной поверхностью раздела и с фиксированной. В обеих задачах установлена стабилизация по времени к стационарному решению. В случае фиксированной поверхности раздела в явном виде получено решение стационарной и нестационарной задач.

Все эти результаты имеют важное теоретическое значение в теории дифференциальных уравнений с частными производными. Конструктивные доказательства разрешимости задач позволяют построить численные алгоритмы, которые можно использовать для расчета технологических процессов (рост кристаллов, изготовление пленок).

Общие замечания

Сделаем несколько замечаний по диссертации.

1. На с.21 диссертации используется символ $A_{jr}^{(s)}$, который нигде не определен. Используются два разных символа для обозначения гиперболической функции (с.21 и с.29, с.46). Есть опечатки (с. 5), с.112 ([21]), с.114 ([43]).
2. Задача (2.1.8) - (2.1.21) на с.56 решается разделением переменных согласно формулам (2.1.22) - (2.1.25). Причем в эти формулы входит одна и та же функция R . Как обеспечить выполнения для R одновременно четырех уравнений?
3. Уравнение (3.1.2) для функции g на стр. 69 должно содержать правую часть вида $v(g_{rr} + \frac{1}{r}g_r)$. Кроме того, в уравнении (3.1.8) на с. 70 вместо величины v_j должна стоять u_j . Первое слагаемое правой части (3.3.19) на с. 82 должно иметь множитель $1/R_1$. В постановке задачи (3.3.17) явно не хватает условий.

4. В главе 3 основное внимание уделяется получению априорных оценок сопряженной задачи (3.1.27)-(3.1.37). Вопрос о существовании решения не рассматривается. Что известно о разрешимости задачи?

Отмеченные недостатки не снижают общей положительной оценки диссертации. Автору удалось преодолеть значительные аналитические трудности при исследовании сопряженных начально-краевых задач для систем дифференциальных уравнений с частными производными.

Достоверность результатов не вызывает сомнений, поскольку они основаны на строго доказанных теоремах. Автор продемонстрировал глубокие знания и высокую технику в области качественной теории дифференциальных уравнений с частными производными и спектральных задач для систем дифференциальных уравнений. Все результаты является новыми и своевременно опубликованы в российских научных изданиях (5 из них из списка ВАК), неоднократно обсуждались на различных конференциях. Автореферат правильно и достаточно полно отражает содержание диссертации. Результаты исследования могут быть использованы в Институте гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Институте механики сплошных сред УрО РАН, Пермском государственном национальном исследовательском университете, Южном федеральном университете, Новосибирском национальном исследовательском государственном университете и других родственных организациях.

Заключение

Диссертация "Решение линейных сопряженных задач для уравнений вязких теплопроводных жидкостей в цилиндрических областях" представляет собой завершённую научно-исследовательскую работу на актуальную тему. Новые научные результаты, полученные диссертантом, имеют существенное значение для развития качественной теории дифференциальных уравнений с частными производными и систем, а также для обоснования моделей конвективных течений двух вязких теплопроводных жидкостей, имеющих

