

УТВЕРЖДАЮ

И.о. декана  
механико-математического ф-та  
МГУ имени М.В. Ломоносова,  
профессор В.Н. Чубариков

18 марта 2016 г.



### ОТЗЫВ

ведущей организации «Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова"» на диссертацию Верёвкина Игоря Викторовича «Применение метода линейных определяющих уравнений и преобразований Эйлера–Дарбу для интегрирования уравнений в частных производных», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Методы построения точных решений нелинейных уравнений с частными производными важны как для теории дифференциальных уравнений, так и для приложений. В настоящее время наиболее широко используются несколько основных методов построения точных решений: методы группового анализа дифференциальных уравнений, метод неклассических симметрий, методы функционального и обобщённого разделения переменных, методы Пенлеве-анализа, метод дифференциальных связей и др. Дальнейшее развитие таких методов является актуальной задачей теории нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными. Точные решения нелинейных дифференциальных уравнений необходимы для анализа математических моделей различных физических процессов, а также для развития и совершенствования асимптотических и численных методов. В диссертации дано применение метода линейных определяющих уравнений и преобразований Эйлера–Дарбу для построения точных решений уравне-

ний с частными производными, рассмотрены обобщения преобразования Эйлера–Дарбу. Тема диссертационной работы несомненно актуальна.

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы из 49 наименований.

Во **введении** даётся мотивировка исследования, обосновывается его актуальность, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируются цель и задачи, сформулированы научная новизна и практическая значимость работы.

В **первой главе** рассматриваются инвариантные многообразия второго и третьего порядков для нелинейного уравнения теплопроводности с источником.

**Вторая глава** посвящена рассмотрению преобразования Эйлера–Дарбу для уравнения Фоккера–Планка в представлении Ито. Найдены прямое и противоположное преобразования Эйлера–Дарбу, высшие преобразования Эйлера–Дарбу и обсуждается обобщение на многомерный случай для уравнения Фоккера–Планка частного вида.

В **третьей главе** введено преобразование Эйлера–Дарбу для неоднородных дифференциальных уравнений с правой частью в виде обобщенной функции. В качестве примера построены фундаментальные решения уравнений Клейна–Гордона–Фока и Шредингера с переменными коэффициентами, описывающих частицу во внешнем скалярном поле.

В **заключении** сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

Специального упоминания заслуживают следующие результаты, полученные в диссертации:

1. Для одномерного уравнения нелинейной теплопроводности с источником найдены инвариантные многообразия порядков два и три; построено новое точное решение.
2. Для одномерного уравнения Фоккера–Планка в представлении Ито построены прямое и противоположное преобразования Эйлера–Дарбу, преобразование Эйлера–Дарбу порядка  $k$ . С помощью преобразования Эйлера–Дарбу для двух коэффициентов сноса построены точные решения, удовлетворяющие заданным краевым условиям, являющиеся одновременно фундаментальными решениями задачи Коши.
3. Введено преобразование Эйлера–Дарбу для неоднородных дифференциальных уравнений с правой частью в виде обобщенной функции.

Диссертацию отличает внутренняя цельность и логическое единство глав.

Результаты диссертации являются достоверными, так как при их получении использовались методы теории дифференциальных уравнений и апробированные аналитические методы.

Все результаты диссертации являются новыми и представляющими значительный интерес для приложений. Работа выполнена на высоком научном уровне.

Основные результаты диссертации опубликованы. По теме диссертации опубликованы 3 статьи в журналах из списка ВАК РФ.

Диссертация написана ясным и доступным языком, основные результаты изложены в виде теорем и предложений.

Название диссертации соответствует её содержанию и заявленной специальности. Автореферат соответствует содержанию диссертации и достаточно полно её отражает.

Имеются следующие замечания:

1. В диссертации недостаточно подробно изложена процедура поиска решений определяющего уравнения.
2. В работе рассмотрен простейший случай  $B$ -метода определяющих уравнений, когда в определяющее уравнение включаются только произвольные постоянные. Можно было бы рассмотреть более общий случай, когда вместо произвольных постоянных рассматриваются функции от зависимой и независимых переменных. На наш взгляд, это бы не сильно усложнило поиск решений определяющего уравнения.

Указанные замечания не снижают положительной оценки работы в целом.

Результаты диссертации могут быть использованы в следующих организациях: Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, на механико-математическом и физическом факультетах МГУ имени М.В. Ломоносова и др. организациях.

Таким образом, диссертация И.В. Веревкина «Применение метода линейных определяющих уравнений и преобразований Эйлера–Дарбу для интегрирования уравнений в частных производных» представляет собой завершённую научно-исследовательскую работу, выполненную на актуаль-

ную тему, удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к кандидатским диссертациям, и соответствует п. 9 «Положения о присуждении учёных степеней», утверждённого постановлением Правительства Российской Федерации (№ 842 от 24 сентября 2013 г.), а её автор, Игорь Викторович Верёвкин, заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв составлен доктором физико-математических наук, профессором Аксёновым Александром Васильевичем. Отзыв одобрен и утверждён на заседании кафедры гидромеханики, протокол № 1 от 17 марта 2016 г.

Доктор физико-математических наук,  
профессор кафедры гидромеханики  
механико-математического факультета  
Московского государственного  
университета имени М.В. Ломоносова

А.В. Аксёнов

17 марта 2016 г.

Подпись профессора Аксёнова Александра Васильевича удостоверяю:

Специалист по кадрам  
механико-математического факультета



Телефон: 8-495-9393958 (раб.)

E-mail: aksenov@mech.math.msu.su

Почтовый адрес: 119991, г. Москва,

Ленинские горы 1, Главное здание МГУ,  
Механико-математический факультет