

**Отзыв официального оппонента о диссертации  
О. И. Егорушкина «Разрешимость полиномиальных  
грамматик и синтаксический анализ контекстно-свободных  
языков на основе коммутативных образов»**

Диссертация Олега Игоревича Егорушкина посвящена применению методов теории функций комплексного переменного в исследовании формальных языков и задающих их грамматик. Этот подход был предложен у А. Л. Семёнова (1973 г.) для изучения алгоритмических проблем, связанных с контекстно-свободными грамматиками. Сама идея представления формальных грамматик в алгебраической и, далее, аналитической форме более старая и восходит к работам Н. Хомского и М.-П. Шютценберже, т.е. появилась практически одновременно с самим понятием формальной грамматики (Хомский, 1956 г.). Одновременно и сила, и слабость этого подхода заключаются в существенном различии алгебраических структур формальных языков, с одной стороны, и комплексных чисел и функций комплексного переменного, с другой. А именно, вторые коммутативны, в то время как первые — нет. Таким образом, при переходе от теоретико-языковых объектов к соответствующим объектам комплексного анализа (называемым *коммутативными образами* первых) с неизбежностью пропадает часть информации. Точнее говоря, при переходе к коммутативным образам мы если не полностью теряем, то существенно ограничиваем возможность отслеживать *порядок букв* в словах языка. Классический пример важности порядка букв — это язык “MIX”, состоящий из всех слов над алфавитом  $\{a, b, c\}$ , в котором количества вхождений каждой из трёх букв совпадают. Сам этот язык не является контекстно-свободным, однако при игнорировании порядка букв становится неотличим от не только контекстно-свободного, но даже и регулярного (автоматного) языка  $(abc)^*$ .

В свете указанных выше ограничений, налагаемых переходом к коммутативным образам, результаты диссертации О. И. Егорушкина выглядят довольно неожиданными, интересными и глубокими. Так, в первой главе диссертации (в используемой автором нумерации вводная глава имеет номер «ноль») доказан критерий существования и единственности языка, порождаемого полиномиальной грамматикой. Полиномиальные грамматики обобщают широко известное понятие контекстно-свободных



грамматик, представленных в виде систем символьных полиномиальных уравнений Хомского – Шютценберже. В системах Хомского – Шютценберже уравнения имеют специальный вид; в полиномиальных же грамматиках разрешаются произвольные. При таком обобщении грамматики теряют детерминированность: в отличие от контекстно-свободного случая решение системы уравнений (т.е. язык, задаваемый грамматикой, представленный в виде синтаксического полинома) может не быть единственным, а может и не существовать. Из работы Егорушкина следует, что информация о существовании и единственности решения не только не теряется при переходе к коммутативному образу, но и может быть легко извлечена из него путём вычисления якобиана. Интересно отметить, что условие существования решения некоммутиативной системы соответствует не простому условию существования решения для некоммутиативной системы, а более сильному (в некотором смысле «более гладкому») условию — посылке теоремы о неявной функции.

Тем не менее, методы первой главы работы всё ещё остаются в большей степени формально-алгебраическими. Этого нельзя сказать о второй главе, важным достоинством которой является *существенное* использование аппарата многомерного комплексного анализа для исследования свойств формальных языков. В этой главе автор диссертации предпринимает попытку разработать метод синтаксического анализа языков, заданных формальными грамматиками, путём изучения их коммутативных образов методами комплексного анализа — а именно, доказывает теоремы (2.2 и 2.3) об интегральном представлении синтаксических полиномов. Правые части — собственно, интегральные представления — вычисляются явно техникой многомерных вычетов. В разделе 2.4 приводится простой, но весьма показательный пример использования предложенной автором техники для синтаксического разбора по простой грамматике выражений (взятой из книги Глушкова и др.). На этом примере ярко видно следующее свойство синтаксического анализа по коммутативному образу (к сожалению, не сформулированное у автора явно): анализ коммутативного образа даёт информацию о том, *какие* правила подстановки и *в каких количествах* нужно применять для вывода данного слова (монома), но не о том, *в каком порядке* они должны применяться. Таким образом, соотношение между коммутативным и некоммутиативным переносится с вопроса о порядке букв в словах к вопросу о порядке применения правил в выводе. Рассмотрение более



сложного, чем приведённый в разделе 2.4, примера могло бы более явно показать существенность порядка применений правил.

Таким образом, в диссертации Егорушкина установлено и глубоко исследовано взаимодействие между полиномиальной — в частности, контекстно-свободной — грамматикой, с одной стороны, и её коммутативным образом, с другой. Показано, что для исследования последнего могут эффективно применяться методы комплексного анализа. Это открывает перспективу использования разнообразных математических методов (например, методов алгебраической геометрии) в применении к теории формальных грамматик. Работа написана хорошим математическим языком. Все математические утверждения подтверждены строгими доказательствами, чётко и ясно изложенными.

Как и любой большой текст, диссертация О. И. Егорушкина, наряду с отмеченными выше несомненными достоинствами, обладает и рядом недостатков. Эти недостатки не касаются математической сущности работы (т.е. не ставят под сомнение истинность лемм и теорем).

Во-первых, обзор имеющейся литературы выполнен недостаточно аккуратно. Так, ссылки на многие работы даны просто списком во вводной главе, безо всяких пояснений. При этом некоторые из этих работ, например, [54], [66], [105], [106], относятся к теории формальных языков достаточно опосредованно (т.е. следовало бы либо пояснить их связь с тематикой диссертации, либо не ссылаться на них вовсе). В то же время, некоторые работы, более близко связанные с темой диссертации, например, диссертация К. Ю. Горбунова (МГУ, 2006), работы М. Каназавы о соотношениях между классами формальных грамматик, алгоритм Дж. Эрли, или теорема М. Нива́ о конечных преобразователях, в список литературы не включены. (Приведённый здесь небольшой перечень также, разумеется, не претендует на полноту.) Непонятно, почему ссылка [96] дана на английский перевод, а не на русский оригинал статьи. Ссылки [97], [99] и [98], [100] повторяют друг друга.

Во-вторых, при обсуждении нового алгоритма синтаксического разбора автор лишь упоминает о других имеющихся алгоритмах, но не проводит ни настоящего сравнительного анализа, ни хотя бы обзора существующих работ. При этом утверждение о практической применимости нового алгоритма синтаксического разбора не подтверждено его апробацией либо теоретическим доказательством высокой эффективно-



сти: оценки алгоритмической сложности в работе нигде не приводятся. В то же время, существующие алгоритмы типа «перенос-свёртка» (LR) обладают высокой эффективностью (на «хороших» грамматиках) и отлично зарекомендовали себя на практике. Существуют и относительно эффективные универсальные алгоритмы, такие как алгоритм Эрли ( $O(n^3)$  на произвольных,  $O(n^2)$  на однозначных кс-грамматиках) или цитируемый автором алгоритм Л. Валианта [121] ( $O(n^{2,38})$  на произвольных кс-грамматиках). Отметим, что от зависимости времени работы от длины входного слова („число операций, которое растёт вместе с длиной монома“) не свободен и предлагаемый автором алгоритм: длина монома влияет на сложность подынтегрального выражения и, следовательно, на время, необходимое вычислительной машине или человеку для вычисления интеграла. Хотя бы линейная зависимость времени работы алгоритма разбора от длины входного слова неизбежна всегда, кроме тривиальных случаев.

В-третьих, автор явно не указывает, что при переходе к коммутативному образу теряется информация о порядке применения правил подстановки в выводе данного слова (см. выше). Тем самым дополнительный источник алгоритмической сложности (в каком порядке применить правила?) оказывается скрыт от читателя.

В-четвёртых, в работе имеется небольшое количество опечаток.

Приведённые выше замечания не сказываются на общей положительной оценке диссертации.

**Заключение по диссертации.** Диссертация Олега Игоревича Егорушкина «Разрешимость полиномиальных грамматик и синтаксический анализ контекстно-свободных языков на основе коммутативных образов» соответствует научной специальности 05.13.17 — Теоретические основы информатики — и является законченной научно-квалификационной работой, содержащей решение научной задачи исследования полиномиальных языков и грамматик в терминах их коммутативных образов, имеющей значение для развития основ теории формальных языков.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Диссертация Егорушкина полностью соответствует требованиям п. 9 Положения о присуждении учёных степеней, утверждённого Постановлением

Правительства России № 842 от 24.09.2013 г., а её автор, Олег Игоревич Егорушкин, заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.17 — Теоретические основы информатики.

Кандидат физико-математических наук,  
старший научный сотрудник отдела математической логики  
ФГБУН Математического института им. В. А. Стеклова  
Российской академии наук



Степан Львович Кузнецов

Подпись С. Л. Кузнецова заверяю

Учёный секретарь МИАН, к. ф.-м. н.



П. А. Яськов

29 ноября 2018 г.

119991, Москва, ул. Губкина, 8, МИАН, отдел математической логики  
тел.: +7 917 562 66 70; e-mail: skuzn@inbox.ru, sk@mi-ras.ru