

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию

Пушкаревой Татьяны Алексеевны

ПЕРИОДЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛОВ ПРИМА НА ПЕРЕМЕННОЙ КОМПАКТНОЙ РИМАНОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.01 —

вещественный, комплексный и функциональный анализ

Исследования, проводимые в диссертационной работе, берут начало в классических трудах Ф. Прима и П. Апеля, в которых были изучены мультипликативные функции и дифференциалы Прима для специальных классов характеров на фиксированной компактной римановой поверхности. Эти результаты нашли приложения в теории уравнений математической физики — в работах С.П. Новикова, И.М. Кричевера; в теории векторных расслоений над римановыми поверхностями и комплексными многообразиями — в работах Р. Ганнинга, Дж. Кемпфа; в аналитической теории чисел — в работах Дж. Фейя, Дж. Йоргенсона, Х.М. Фаркаша. Во второй половине прошлого столетия теория мультипликативных функций и дифференциалов Прима на римановых поверхностях получила существенное развитие в связи с построением теории пространств Тейхмюллера.

В работах Р. Ганнинга (1980) и В.В. Чушева (2003) было начато построение общей теории q -дифференциалов Прима и их классов периодов для произвольных характеров на переменной компактной римановой поверхности. При этом классическая теория однозначных мероморфных функций и абелевых 1-дифференциалов на компактной римановой поверхности соответствует тривиальному характеру $\rho = 1$.

Цель диссертационной работы Т.А. Пушкаревой — создать основы теории гармонических и мероморфных дифференциалов Прима и их классов периодов для любых характеров, как аналог теории абелевых 1-дифференциалов, но уже для переменной компактной римановой поверхности. Эти исследования лежат на стыке комплексного и функционального анализа, геометрии, дифференциальных уравнений и алгебры. Диссертация Т.А. Пушкаревой относится к динамично развивающейся

современной теории функций на римановых поверхностях. Все изложенное выше позволяет охарактеризовать направление, к которому относится диссертация, как актуальное, перспективное и имеющее приложения в различных областях математики. Диссертация состоит из введения, четырех глав и списка литературы. Во введении кратко изложено содержание диссертации.

В параграфе 1.2 первой главы диссертации доказана теорема о полной сумме вычетов для (ρ, q) -дифференциалов любых целых порядков и при любых характерах ρ на компактной римановой поверхности рода $g \geq 2$. В качестве одного из следствий этой теоремы о вычетах находятся интересные три закона взаимности для однозначных мероморфных функций и дифференциалов Прима на компактной римановой поверхности.

Основным результатом первой главы является построение четырех основных типов элементарных дифференциалов Прима, локально голоморфно зависящих от характеров ρ и модулей компактной римановой поверхности. Впервые дано полное и конструктивное описание дивизоров элементарных дифференциалов Прима на поверхности. С помощью таких элементарных дифференциалов Прима строятся базисы локально голоморфных сечений основных типов векторных расслоений со слоями, состоящими из дифференциалов Прима, над произведением пространства Тейхмюллера и группы характеров.

В параграфах 1.5 и 1.6 установлены новые свойства пространств мероморфных мультипликативных функций с заданными полюсами и найдены аналоги формулы разложения П. Аппеля для мультипликативных функций на переменной компактной римановой поверхности и для переменных характеров.

Основным результатом второй главы диссертации является получение основных соотношений на периоды и основных видов билинейных соотношений между периодами элементарных дифференциалов Прима трех родов на переменной компактной римановой поверхности рода $g \geq 2$ — отдельно для существенных и несущественных характеров. Некоторые частные случаи билинейных соотношений ранее были найдены в работах П. Аппеля, Р. Ганнинга, В.В. Чушева, Дж. Кемпфа и Э. Джеблону, но эти соотношения рассматривались только на фиксированной поверхности и для специальных характеров. В §2.1 доказана эквивалентность основных соотношений П. Аппеля и Р. Ганнинга на периоды голоморфных дифференциалов Прима.

В третьей главе построены явные базисы в пространствах голоморф-

ных абелевых и (ρ, q) -дифференциалов для несущественных характеров на четырех специальных римановых поверхностях и на всех кривых Ферма $F_n : y^n = x^n - 1, n \geq 3$, с помощью метода Н. Беннама и форм-вычетов Пуанкаре.

В четвертой главе диссертации изучаются классы периодов гармонических дифференциалов Прима — отдельно для существенных и несущественных характеров на переменной компактной римановой поверхности рода $g \geq 2$. Гармоническое векторное расслоение Прима вещественно-аналитически изоморфно кохомологическому расслоению Ганнинга над произведением пространства Тейхмюллера и группы нормированных нетривиальных характеров. При этом изоморфизм задается отображением периодов, которое сопоставляет гармоническому дифференциалу Прима ϕ на F_μ его класс периодов. Аналоги теорем де Рама и Ходжа для замкнутых и гармонических дифференциалов Прима для любых характеров на переменной компактной римановой поверхности даны в предложении 4.4.1. Отметим, что приведенное в диссертации доказательство не требует сложной техники кохомологий с коэффициентами в пучках по сравнению с работами Р. Ганнинга и Э. Джеблону. Кроме того, доказательство дается сразу для переменной компактной римановой поверхности.

В §4.1 строятся канонические базисы гармонических дифференциалов Прима, которые вещественно-аналитически зависят от нормированных характеров и комплексно-аналитически зависят от модулей компактных римановых поверхностей. Это важно для приложений данной теории.

В §4.5 исследованы периоды голоморфных дифференциалов для существенных характеров. Также построены канонические базисы голоморфных дифференциалов Прима, локально голоморфно зависящие от существенных характеров и модулей компактных римановых поверхностей.

Основные результаты диссертации опубликованы в 4 статьях, из них 2 работы в ведущих рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Все результаты диссертации Т.А. Пушкаревой являются новыми и сопровождаются полными доказательствами. Они могут быть использованы в ПОМИ РАН (Санкт-Петербург), ИМ СО РАН (Новосибирск), Сибирском федеральном университете, а также в Московском, Новосибирском, Тверском, Казанском и Кемеровском государственных университетах.

В тексте диссертации имеются некоторые недостатки:

1) Дважды, хотя и в разных параграфах, дается определение мультипликативной точки Вейерштрасса.

2) Имеются опечатки в тексте диссертации на странице 18, 10 строка сверху; странице 26, 9 строка снизу; страница 37, 4 строка снизу; странице 38, 5 строка сверху; странице 56, 6 строка сверху и на странице 73, 3 строка снизу.

3) На странице 12 в определении 1.1.2 следует заменить m на q , так как дальше по тексту говорится про q -дифференциалы.

4) Имеется некоторая несогласованность в обозначениях дифференциалов: иногда в нижних индексах пишется запятая, а иногда точка с запятой.

Указанные недостатки не влияют на строгость и полноту доказательств теорем в диссертации.

Диссертация Т.А. Пушкаревой представляет собой законченное научное исследование, в котором содержатся следующие основные результаты:

1) Получены теоремы о полной сумме вычетов для (ρ, q) -дифференциалов Прима любого целого порядка на компактной римановой поверхности.

2) Построены четыре основных типа элементарных дифференциалов Прима $\tau_{\rho;Q}$, $\tau_{\rho;Q}^{(m)}$ ($m > 1$), $\tau_{\rho;P_1^2, P_2^2}$ и $\tau_{\rho;Q_1}^{(2)}$, где $df_0(Q_1) = 0$ и f_0 — мультипликативная единица для ρ , локально голоморфно зависящих от характера ρ и модулей компактной римановой поверхности.

3) Получены основные соотношения на периоды и основные виды билинейных соотношений между периодами элементарных дифференциалов Прима трех родов на переменной компактной римановой поверхности для любых характеров. Как частные случаи из них получаются билинейные соотношения П. Аппеля, Р. Ганнинга, Г. Кемпфа, Э. Джеб-лоу.

4) Доказано, что голоморфное векторное расслоение Прима вещественно-аналитически изоморфно когомологическому расслоению Ганнинга над произведением пространств Тейхмюллера и нетривиальных нормированных характеров.

Диссертация Т.А. Пушкаревой «Периоды дифференциалов Прима на переменной компактной римановой поверхности» соответствует критериям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК Минобрнауки к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических

наук по специальности 01.01.01 (вещественный, комплексный и функциональный анализ), а ее автор, Пушкарева Татьяна Алексеевна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Кандидат физико-математических наук,
научный сотрудник Лаборатории теории функций
ИМ СО РАН

14.09.2014

Абросимов Николай Владимирович

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН
630090, Новосибирск, пр. Коптюга 4
Тел.: 8 (383) 363-46-42
Email: abrosimov@math.nsc.ru

Подпись	<i>Абросимов</i>
удостоверяю	<i>Николая Владимировича</i>
Зав. орготделом	<i>[Signature]</i>
ИМ СО РАН	
"14" 09	12
	20 г.

Н.З. Киндалева