

ОТЗЫВ
официального оппонента на диссертацию
Рогозиной Мариной Степановны
«О корректности задачи Коши для
полиномиальных разностных операторов»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.01 – вещественный,
комплексный и функциональный анализ

Разностные уравнения имеют достаточно богатую историю, стоит лишь упомянуть уравнение Фибоначчи и уравнение для Гамма-функции Эйлера, которое в натуральных числах дает определение факториала. Связи и приложения разностных уравнений очень разнообразны. Они простираются от классических задач комбинаторики и производящих функций, до задач распознавания образов, задач из ЦОС (цифровой обработки сигналов) и автоматического регулирования. Но особенно тесно связаны разностные уравнения с дифференциальными уравнениями. Разностной схемой обычно называют разностное уравнение, аппроксимирующее исходное дифференциальное уравнение и начальные (границные) условия. Одна из самых простых разностных схем реализуется в методе ломаных Эйлера при решении задачи Коши. Теория разностных схем численного решения дифференциальных уравнений является одной из основных частей современной вычислительной математики. Т.о. разностные уравнения, условия существования их решений, устойчивость этих решений является актуальной задачей современной математики.

В случае одного переменного особенно тесно связаны линейные однородные дифференциальные уравнения (ЛОДУ) с постоянными коэффициентами с линейными однородными разностными уравнениями (ЛОРУ) с постоянными коэффициентами. Постановка задачи Коши для разностных уравнений и условия устойчивости решений не вызывает сложностей. Для решения ЛОДУ и ЛОРУ составляются характеристические уравнения, корни которых позволяют построить общее решение соответствующего дифференциального или разностного уравнения. Вопрос устойчивости решений неоднородного линейного разностного уравнения зависит от того лежат ли корни характеристического многочлена внутри единичного круга. Однако и в одномерном случае аналогия между дифференциальными и разностными уравнениями далеко не полная. Например, для неоднородных дифференциальных уравнений известен широкий класс решений с экспоненциальным многочленом в правой части. Такого класса решений для неоднородных разностных уравнений уже не имеется.

В случае многих переменных различия еще более существенны. Даже постановка задачи Коши для разностных уравнений довольно неоднозначна и требует преодолеть ряд трудностей. Вопросы существования, единственности и

устойчивости решений связаны с видом не только полиномиального разностного оператора, но с условиями на множество «границных» точек и условиями на множество на котором ищется решение. Это объясняется с одной стороны тем, что задача Коши в многомерном случае сводится к решению бесконечной системы с бесконечным количеством уравнений. В зависимости от того можно ли привести эту систему к нижнетреугольному виду разностная схема называется явной или неявной.

Настоящая диссертация преследует две основные цели. Первая – отыскание условий существования и единственности решений различных вариантов задачи Коши для полиномиальных разностных операторов. Вторая – поиск условий устойчивости решений задачи Коши в случае явных разностных схем.

Диссертация состоит из введения, двух глав (каждая глава содержит 4 параграфа) и списка литературы (44 наименования). Работа изложена на 73 страницах. Перейдем к рассмотрению основных результатов.

Во введении по аналогии с теорией разностных схем вводится понятие корректности задачи Коши для полиномиального разностного оператора. В первой главе исследуется вопрос корректности задачи Коши для полиномиальных разностных операторов специального вида (выделена одна переменная). В первых двух параграфах дается определение фундаментального решения для разностного уравнения с разностным полиномиальным оператором и получены формулы, выражающие решение задачи Коши через фундаментальное решение и начальные данные. В последующих двух параграфах первой главы эти формулы и методы теории амеб алгебраических гиперповерхностей применяются для доказательства устойчивости задачи Коши. В третьем параграфе формулируются и доказываются необходимое и отдельно достаточное условия устойчивости задачи Коши для многослойной линейной однородной разностной схемы. В четвертом доказывается критерий устойчивости задачи Коши для многослойной линейно неоднородной разностной схемы. Применение теории амеб для критерия устойчивости не случайно, ранее в работе Лейнартаса – Пассаре – Циха теория амеб была применена к описанию асимптотического поведения многомерных разностных уравнений.

Глава вторая посвящена получению условий разрешимости задачи Коши для полиномиального разностного оператора с начально-краевыми условиями типа Рикье. В первом параграфе для коэффициентов полиномиального разностного оператора порядка формулируется достаточное условие, при выполнении которого поставленная задача имеет единственное решение. Это условие аналогично условию, которое использовалось в монографии Л.Хермандера для доказательства разрешимости в классе аналитических функций варианта обобщенной задачи Коши для полиномиального дифференциального оператора с начально-краевыми условиями типа Рикье. В ходе доказательства достаточности предложенного условия, строится набор линейных систем с конечным числом уравнений, неравенство нулю

определителей которых эквивалентно поставленной задаче. Во втором параграфе показано, что достаточное условие, обеспечивающее разрешимость данной задачи эквивалентно существованию мономиального базиса в фактор кольце многочленов по идеалу, порожденному характеристическим многочленом. В третьем параграфе для двумерного случая дано другое доказательство теоремы 5 о разрешимости.

В четвертом параграфе исследуется разрешимость многослойных неявных разностных схем в «полосе» целочисленной решетки.

Сделаем некоторые замечания. Известные сведения об устойчивости как в случае одномерных дискретных динамических систем, так и в теории разностных схем можно было осветить более подробно. В формулах (6) и (7) теоремы 2 автореферата не совсем понятно по какому множеству производится суммирование. Эти замечания ни в коей мере неискажают смысла работы и не умаляют ее ценности.

Диссертация изложена грамотно, хорошим языком, аккуратно оформлена, а отмеченные недостатки нисколько не снижают ее ценности. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

В целом диссертация М.С. Рогозиной представляет собой завершенное исследование по актуальной тематике. Представленные в диссертации результаты являются новыми, принадлежат лично автору диссертации и обоснованы исчерпывающими доказательствами. Основные результаты диссертации опубликованы в 9 работах, одна из которых выполнена в соавторстве.

На основании изложенного можно заключить, что диссертация М.С. Рогозиной «О корректности задачи Коши для полиномиальных разностных операторов» отвечает всем требованиям, установленным п.9 «Положения о присуждении ученых степеней», предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.01. – вещественный, комплексный и функциональный анализ, а ее автор Рогозина Марина Степановна, заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук.

ФГБОУ ВПО

«Сибирский государственный аэрокосмический

Университет имени академика М.Ф. Решетнева»,

кафедра высшей математики,

доцент,

кандидат физико-математических наук

Яковлев Евгений Иосифович

12.05.2015г.

Почтовый адрес: 660060, Красноярск, ул. Качинская 19-1

Телефон: 2111604

E-mail: yei@nm.ru



Подпись Скоблев удостаиваю
З.Ч.
Заместитель Ректора Ж.С.Сагдуру М.
Л.И.Бобкове
г.Красноярск