ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию

Некрасовой Татьяны Игоревны

«Задача Коши для полиномиальных

разностных операторов и производящие функции решений

с носителями в рациональных конусах»,

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Разностные уравнения являются важной составной частью теории исчисления конечных разностей, так к примеру с их помощью решается одна из основных задач этой теории – задача суммирования функций дискретного аргумента. Решение этой задачи дал Эйлер (1733) и его подход состоял в том, что он свел ее к решению простейшего конечно разностного уравнения.

Одномерная теория конечно разностных уравнений развивалась параллельно с теорией обыкновенных дифференциальных уравнений и в случае линейных уравнений она имеет вполне завершенный вид.

Разностные уравнения (рекуррентные соотношения) возникают в различных областях математики. В сочетании с методом производящих функций они дают мощный инструмент исследования задач перечислительного комбинаторного анализа.

Трудности перехода от одномерной теории конечно разностных уравнений к многомерному случаю вполне сопоставимы с теми, которые возникают при переходе от обыкновенных дифференциальных уравнений к уравнениям в частных производных.

Широкий класс многомерных разностных уравнений возникает при дискретизации дифференциальных уравнений в теории разностных схем, а дискретизация уравнений Коши-Римана (Ферран Ж., 1944, Duffin R. J., 1956) привела к созданию теории аналитических и гармонических функций на гауссовой решетке (Медных, Данилов, 2009). Можно отметить еще теорию цифровой обработки сигналов, в которой разностные уравнения и z-преобразования их решений используются как инструмент постороения цифрового рекурсивного фильтра, устойчивость которого сводится к вопросу о сходимости ряда из модулей коэффициентов Тейлора рациональной функции. Для $n>1$ это трудная проблема и решена она для $n=2$ (А. К. Цих, 1991 г.).

Один из способов оценить «запас» решений многомерного линейного разностного уравнения состоит в постановке дополнительных (граничных, начальных) условий на решение, обеспечивающих его существование и единственность. По аналогии с дифференциальными уравнениями такого рода задачу можно назвать задачей Коши для разностного уравнения.

Для разностных уравнений, возникающих в задачах комбинаторного анализа, типичной является ситуация, когда решения ищутся в положительном октанте целочисленной решетки (M. Bousquet-Melou, M. Petkovsek, 2000 г.). Однако есть широкий круг задач как в комбинаторном анализе (обобщенные пути Дика и др.) так и в других разделах математики, в которых естественным представляется искать решения разностного уравнения на множествах более общего вида.

Диссертационная работа Т. И. Некрасовой посвящена задаче Коши для полиномиальных разностных операторов с постоянными коэффициентами в рациональных конусах, в ней исследуется проблема ее разрешимости и зависимость свойств производящей функции решения от свойств производящей функции начальных данных задачи.

Более точно «зависимость» означает следующее. Рациональные функции представляют собой простейший и наиболее важный класс производящих функций. Кроме них Р. Стенли отнес к наиболее полезным в перечислительном комбинаторном анализе также алгебраические и D-финитные.

Вопрос формулируется следующим образом: будет ли производящая функция решения принадлежать к одному из этих трех классов функций, если к нему принадлежит производящая функция начальных данных?

В первой главе диссертации исследован вопрос о разрешимости задачи Коши для полиномиального разностного оператора(§1.1, теорема 1) и найдены формулы как для ее решения (§1.2, теорема 2), так и для производящей функции этого решения (§1.3, теорема 3).

В четвертом параграфе первой главы вводится понятие мультисекции кратного ряда Лорана с носителем в рациональном конусе и доказывается формула (теорема 4), в которой мультисекция выражается через исходный ряд. Эта формула потребуется во второй главе для исследования свойств D-финитных рядов Лорана (теорема 6).

Вторая глава посвящена исследованию производящих функций решения задачи Коши. Еще А. Муавр показал, что производящая функция всякого решения линейного рекуррентного соотношения (возвратной последовательности) является рациональной функцией. Для $n>1$ утвержение А. Муавра оказалось неверным, а вопрос о правильном определении D-финитности кратного степенного ряда – нетривиальным (Липшиц, 1989 г.).

Для рядов Лорана с носителем в рациональном конусе определение D-финитности дано в §2.1 и там же найдены условия (теорема 5), при выполнении которых производящая функция решения задачи Коши остается в тех же классах предложенной Р. Стенли иерархии, что и производящая функция начальных данных.

В диссертационной работе получен ряд интересных результатов. Представленные результаты являются новыми и имеют полные доказательства. Основные из них опубликованы в рецензируемых изданиях. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Среди замечаний отметим, что в параграфе 2.4 можно было рассмотреть больше примеров применения полученных результатов в комбинаторном анализе, в частности, привести пример D-финитности производящей функции решения.

Указанные замечания не снижают научной ценности данной работы. Считаю, что диссертационная работа Некрасовой Татьяны Игоревны «Задача Коши для полиномиальных разностных операторов и производящие функции решений с носителями в рациональных конусах» отвечает всем требованиям, установленным п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» от 24 сентября 2013 г. №842, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.01 – вещественный комплексный и функциональный анализ, а ее автор заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук.

17 ноября 2015г.

Официальный оппонент

Профессор кафедры математики
и методики преподавания математики
федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего
профессионального образования «Горно-Алтайский
государственный университет»
доктор физико-математических
наук, доцент Тетенов Андрей Викторович

Почтовый адрес: Горно-Алтайский государственный университет, ул. Ленкина, 1, г. Горно-Алтайск, Россия, 649000

Тел. +79139997895

e-mail: atet@mail.ru

Подпись Тетенова А.В.
заверяю. Специалист УК
Вахова А.С.
17 11 2015 г.