

ОТЗЫВ
официального оппонента на диссертацию
Шишкиной Ольги Андреевны
«Многочлены Бернулли от нескольких переменных
и многомерный аналог формулы Эйлера – Маклорена»,
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный,
комплексный и функциональный анализ

Исчисление конечных разностей, как дискретный аналог дифференциального и интегрального исчисления, зарождалось и формировалось параллельно с основными разделами математического анализа. Начала его были заложены в работах П. Ферма, И. Барроу, Г. Лейбница, а лежащие в его основе фундаментальные соотношения были получены в 18 веке Я.Бернулли и Л. Эйлером.

Одной из важнейших задач в исчислении конечных разностей является задача суммирования функций дискретного переменного. Сумму степеней последовательных натуральных чисел вычислил еще Я. Бернулли. В 1713 году он получил общее выражение для нахождения этой суммы и вывел рекуррентное правило, позволяющее вычислять числа Бернулли. В общем случае задачу суммирования функций одного аргумента решает формула Эйлера – Маклорена, позволяющая выражать дискретные суммы значений функции через интеграл и производные от этой функции, а также через числа Бернулли.

В отличие от случая одной переменной, проблема суммирования функций нескольких дискретных аргументов менее исследована.

Цель докторской работы О.А. Шишкиной – исследование задачи неопределенного суммирования функций нескольких дискретных аргументов. Для этого автор определяет многомерные аналоги чисел Бернулли и многочленов Бернулли и доказывает их свойства, получает многомерный аналог формулы Бернулли для суммы мономов по целым точкам рационального параллелотопа и получает дискретный аналог формулы Ньютона – Лейбница для решения задачи неопределенного суммирования.

Затем автор получает многомерный аналог формулы Эйлера – Маклорена для отыскания дискретной первообразной и формулу для суммы значений функции в целых точках рационального параллелотопа с переменной вершиной.

Докторская работа состоит из введения, двух глав и списка литературы. Объем докторской – 80 страниц, библиография содержит 60 наименований.

В первой главе работы определяются числа Бернулли, ассоциированные с рациональным конусом, и соответствующие им многочлены Бернулли. Для

функций нескольких переменных строится оператор Тодда, ассоциированный с рациональным конусом, и доказывается, что многочлены Бернулли есть результат действия оператора Тодда на мономы (Теорема 1). Доказывается основное свойство многочленов Бернулли (Теорема 2) и формулы умножения, сложения, дополнения и дифференцирования для многочленов Бернулли, ассоциированных с рациональным конусом (Теорема 4). Выводится многомерный аналог формулы Бернулли, в котором сумма значений мономов в целых точках рационального параллелотопа выражается через интеграл от многочлена Бернулли по параллелотопу с переменной вершиной (Теорема 3).

Вторая глава посвящена суммированию функций нескольких дискретных аргументов. Используя методы теории многомерных разностных уравнений, автор вводит понятие дискретной первообразной и доказывает дискретный аналог формулы Ньютона – Лейбница (Теорема 5), получает многомерный аналог формулы Эйлера–Маклорена для дискретной первообразной (Теорема 6) и формулу для суммы значений функций в целых точках рационального параллелотопа, построенного на образующих унимодулярного конуса (Теорема 7). В общем случае, когда конус не является унимодулярным, получение аналогов Теорем 5 и 7 потребовало дополнительных усилий и для общего случая они были доказаны в третьем параграфе (Теоремы 8 и 10). В последнем параграфе второй главы рассмотрен случай суммирования по n -мерному симплексу и получен аналог формулы Эйлера–Маклорена для целых функций экспоненциального типа.

Таким образом, автором диссертации получены основные соотношения классического исчисления конечных разностей для многомерного случая. Эти результаты вносят серьезный вклад в теорию многомерных разностных уравнений.

Все основные результаты диссертации являются новыми и сопровождены подробными доказательствами и своевременно опубликованы в рецензируемых математических журналах.

При решении поставленных задач автор проявила владение современными методами математического анализа, теории функций комплексного переменного и широкую математическую эрудицию. Диссертация написана четким и ясным языком, автор аккуратно поясняет все важные этапы доказательств.

Автореферат правильно и полностью отражает содержание диссертации.

К работе можно высказать следующие замечания. Поскольку Теорема 10 является аналогом Теоремы 7 для общего случая, было бы более естественно формулировать обе теоремы в сходных математических выражениях. Кроме того, на последних страницах (59, 65, 69, 71), есть несколько мелких опечаток, которые можно было устраниТЬ, включив проверку орфографии.

Указанные замечания не снижают научной ценности данной работы.
Считаю, что диссертационная работа Шишкиной Ольги Андреевны
«Многочлены Бернули от нескольких переменных и многомерный аналог
формулы Эйлера – Маклорена» отвечает всем требованиям, установленным
п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» от 24 сентября
2013 г. №842, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности
01.01.01 – вещественный комплексный и функциональный анализ, а ее автор
заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-
математических наук.

Официальный оппонент

Профессор кафедры математики
и методики преподавания математики
федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего
образования «Горно-Алтайский
государственный университет»
доктор физико-математических
наук, доцент

Тетенов Андрей Викторович

01.12.2017г.

Почтовый адрес:

Горно-Алтайский государственный университет,
ул. Ленкина, 1, г. Горно-Алтайск, Россия, 649000

Тел. +79139997895

e-mail: atet@mail.ru

