

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию

Веревкина Игоря Викторовича

«Применение метода линейных определяющих уравнений и преобразований Эйлера-Дарбу для интегрирования уравнений в частных производных»,

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности

01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Диссертационная работа посвящена применению и развитию метода линейных определяющих уравнений (ЛОУ) и преобразований Эйлера-Дарбу для построения точных решений дифференциальных уравнений. Актуальность тематики связана с пониманием процессов, которые описываются дифференциальными уравнениями и с тестированием алгоритмов численного решения таких уравнений. Теория построения точных решений берет начало с работ Лапласа, Дарбу, Гурса, Софуса Ли. Развитие геометрических и групповых методов нашло в работах Л.В. Овсянникова и Г. Биркгофа. Позднее был открыт метод обратной задачи рассеяния (Гарднер, Грин, Крускал, Миура). В данной диссертации развиваются комплексные методы, в которых используется и групповой анализ, и метод дифференциальных связей, и классический метод интегрирования дифференциальных уравнений типа преобразований Лапласа, Дарбу, Мутара.

Диссертация состоит из введения, трех основных глав и заключения. Список литературы представлен 49 наименованиями источников.

Во введении автор кратко рассматривает развитие методов интегрирования, относящихся непосредственно к используемым в диссертационной работе, – группового анализа дифференциальных уравнений и преобразований Дарбу,

дает определение фундаментального решения дифференциального уравнения и приводит краткую справку по уравнению Фоккера-Планка. При этом, устоявшееся название «преобразование Дарбу», расширяется до названия «преобразование Эйлера-Дарбу», что, по видимому, допустимо, если принять во внимание бесспорный приоритет Эйлера в применении указанного преобразования.

В первой главе метод линейных определяющих уравнений ЛОУ используется для поиска инвариантных многообразий одномерного нелинейного уравнения теплопроводности. При этом нелинейный коэффициент теплопроводности задается степенной функцией. Удастся найти новые инвариантные многообразия и построить новые решения. Результат решения ЛОУ содержится в Теоремах 1.1. и 1.2. Используя найденные инвариантные многообразия 2-го и 3-го порядков, строится ряд решений, из которых одно новое, выражающееся через функции Вейерштрасса (уравнения 1.69, 1.70).

Во второй главе рассматривается преобразование Эйлера-Дарбу для уравнения Фоккера-Планка. Цель - построение специального вида преобразования Эйлера-Дарбу, которое сохраняет класс уравнений Фоккера-Планка. Найдены формулы для прямого и противоположного преобразований Эйлера-Дарбу (теоремы 2.1. и 2.3.), для высших преобразований Эйлера-Дарбу порядка k (теорема 2.2.), и обсуждается обобщение на многомерный случай для уравнения Фоккера-Планка частного вида (теорема 2.4.). Завершается вторая глава двумя примерами решений уравнения Фоккера-Планка, удовлетворяющих заданным краевым условиям. Интересно, что построенные решения являются фундаментальными решениями задачи Коши.

В третьей главе введено преобразование Эйлера-Дарбу для неоднородных дифференциальных уравнений с правой частью в виде обобщенной функции, и в качестве примера построены фундаментальные решения уравнений Клейна-Гордона-Фока и Шредингера с переменными коэффициентами.

Достоверность представленных результатов не вызывает сомнений, так как они представлены в виде доказанных теорем и опираются на известные теории построения точных решений дифференциальных уравнений.

Диссертация прошла всестороннюю **апробацию**. Работа была доложена на российских и международных конференциях, а также известных семинарах. По теме диссертации опубликовано 3 статьи в журналах из списка ВАК. Автореферат полностью отражает содержание диссертации.

По содержанию диссертации можно сделать следующие замечания:

- 1) Результаты главы 1 основаны на уравнении (1.22). Но вывод этого уравнения отсутствует. Вместо этого дан вывод уравнения (1.17), которое потом нигде не используется. Следовало бы пояснить логику перехода от (1.17) к (1.22).
- 2) Из текста диссертации не ясно, все ли решения ЛОУ 2-го и 3-го порядков найдены.
- 3) В третьей главе использован термин «стандартная теория обобщенных функций» (стр. 61), не принятый в литературе. Корректнее было бы строго определить, что понимается под обобщенной функцией и каково пространство основных функций.

Изложенные в отзыве замечания не умаляют ценности результатов И.В. Веревкина. Диссертация является научно-квалификационной работой, в которой содержится решение задачи о построении точных решений нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными. Представленные результаты являются новыми и имеют полные доказательства. Предложенные методы имеют значение для развития теории дифференциальных уравнений.

Считаю, что диссертационная работа Игоря Викторовича Веревкина «Применение метода линейных определяющих уравнений и преобразований Эйлера-Дарбу для интегрирования уравнений в частных производных» соответствует пункту 9 Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства РФ от 24.09.2013 № 842, удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК при Минобрнауки России к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и

оптимальное управление, а ее автор, Игорь Викторович Веревкин, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

10 марта 2016 г.

Официальный оппонент

Профессор, заведующий лабораторией фильтрации федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева Сибирского отделения Российской академии наук,
доктор физико-математических наук

Владимир Валентинович
Шелухин

Почтовый адрес: ФГБУН Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, пр. Лаврентьева, 15, г. Новосибирск, Россия, 630090

Тел.

e-mail: shelukhin@hydro.nsc.ru

