ОТЗЫВ НА ДИССЕРТАЦИЮ ДМИТРИЯ ВЛАДИМИРОВИЧА КРУЧИНИНА «МЕТОД ПОЛУЧЕНИЯ ЯВНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ ПОЛИНОМОВ НА ОСНОВЕ СТЕПЕНЕЙ ПРОИЗВОДЯЩИХ ФУНКЦИЙ», ПРЕДСТАВЛЕННУЮ В ДИССЕРТАЦИОННЫЙ СОВЕТ Д 999.040.02 НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ КАНДИДАТА ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ 01.01.01 — ВЕЩЕСТВЕННЫЙ, КОМПЛЕКСНЫЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Диссертация Д. В. Кручинина посвящена изучению свойств некоторых специальных полиномов методами, основанными на использовании степеней производящих функций. Специальные полиномы играют огромную роль в науке. Хорошо известные полиномы Эрмита, Лаггера, Лежандра, полиномы Чебышева 1-го и 2-го родов играют важную роль в теории интерполяции, в теории гильбертовых пространств, в уравнениях математической физики, при использовании преобразования Фурье; полиномы Бернулли возникают при изучении многих специальных функций, например ζ-функций Римана и Гурвица. Зачастую здесь бывают важны рекуррентые формулы, при помощи которых эти полиномы определяются, а также явные формулы для этих полиномов, которые получаются применением техники производящих функций.

Следует отметить, что полиномы Эрмита, Лаггера, Лежандра, полиномы Чебышева 1-го и 2-го родов, полиномы Бернулли на сегодняшний день достаточно хорошо изучены. Однако во многих фундаментальных и прикладных вопросах возникают те или иные классы полиномов, для которых также необходимо знать рекуррентые формулы, при помощи которых эти полиномы определяются, а также явные формулы для этих полиномов. Именно этим задачам посвящена диссертационная работа. Более конкретно, в диссертационной работе выведены новые явные формулы для полиномов Бернулли второго рода, обобщенных полиномов Лаггера, обобщенных Голдом и Хоппером многомерных полиномов Эрмита и обобщенных полиномов Хумберта, полиномов Стирлинга, Петерса, Наруми, Лерча, Махлера и обобщений полиномов Мотта, для которых также были получены новые комбинаторные тождества.

Для получения явных формул автор разработал специальный новый комбинаторный метод вычисления коэффициентов степеней производящих функций, у которых отсутствует свободный член. Последовательности из коэффициентов таких производящих функций называются в работе композитами порядка k, и они являются центральным объектом работы; как отмечено в работе, частным случаем композит порядка k являются потенциальные полиномы и массивы Риордана. Взаимосвязь нового метода с известными результатами показана, в частности, на примере получения доказательства известного тождества Таппера. Работа написана понятным языком, хорошо структурирована. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и приложения. В первой главе дан аналитический исторический обзор, описаны способы задания специальных полиномов, связанные с производящими функциями. Во второй главе предлагается подход к определению явных формул для коэффициентов степеней производящих функций, решается задача нахождения коэффициентов обратных производящих функций. В третьей главе найдены новые явные формулы для полиномов Бернулли второго рода, обобщенных полиномов Лаггера, обобщенных Голдом и Хоппером полиномов Эрмита и обобщенных полиномов Хумберта, полиномов Стирлинга, Петерса, Наруми, Лерча, Махлера и обобщений полиномов Мотта. Также на основе формулы для композиты обратной производящей функции автором получены новые комбинаторные тождества для полиномов Мотта и Бернулли.

Перечислим замечания по работе.

Первая группа замечаний связана с некоторой небрежностью в оформлении работы, что естественно затрудняет чтение. В определении 3 на стр. 17 дважды повторяется символ $f_n(x)$, кроме того, в самом определении 3 речь идет параметрах функции $f_n(x)$, но не уточняется — о каких именно параметрах идет речь. На стр. 22 появляется функция f, но не поясняется, что это за функция. На стр. 24 в определении 9 следовало бы написать «и обозначать их» вместо «и обозначать». На стр. 25 во второй строке сверху следует уточнить, какие именно λ_i рассматриваются (натуральные, положительные, любые вещественные?). На стр. 30 в третьей выносной формуле слева есть зависимость от переменной x, однако справа зависимости от x нет; также в связи с этой формулой автору необходимо было остановиться на одном из двух обозначений — $F^0(x)$ или $F(x)^0$. На стр. 31 в формулировке теоремы 7 в одном месте опечатка в наборе знака неравенства. На стр. 32 в доказательстве теоремы 10 упоминается правило произведения производящих функций, здесь следовало бы его напомнить. На стр. 34 при доказательстве теоремы 12 в некоторых местах вместо F^Δ написано F. На стр. 57 во второй выносной формуле появилась не определенная выше функция $F[k-n, k-\alpha; 2k+1; j/(x+j)]$. На стр. 60 упоминается теорема обращения Лагранжа, однако формулировка не приводится. Однако, как несложно видеть, эти замечания не влияют на научное содержание работы.

Вторая группа замечаний относится к некоторому отсутствию интерпретаций и оценок для ряда полученных в рамках работы результатов. Так, например, последнее предложение на стр. 56, где идет речь о явных формулах для полиномов Бернулли второго рода: «Полученные формулы являются новыми, но они сложнее, чем известное явное представление (3.6) полиномов Бернулли второго рода». То же касается и формул для полиномов Эйлера со стр. 61, и полиномов Лаггера на стр. 63. Возникает естественный вопрос о смысле получения подобных более сложных обобщений. Конечно, где-то важны и более сложные формулы, они, например, могут давать выигрыш в точности вычислений, но, к сожалению, подобного анализа в работе нет. Говоря о новом доказательстве тождества Траппера как о результате диссертационной работы, необходимо сопоставить его с уже известными доказательствами, пояснить, в чем были проблемы, в чем достоинства и недостатки нового доказательства.

Последние две страницы диссертации — Приложение А, представляющее из себя ксерокопию документа «Акт о внедрении результатов диссертационной работы Кручинина Дмитрия Владимировича в учебный процесс», в котором фиксируется, что «...Предлагаемый математический аппарат над коэффициентами степеней производящих функций позволяет автоматизировать получение явных выражений для коэффициентов производящих функций, что может послужить основой для дальнейшего развития математических пакетов и систем компьютерной алгебры...» Следует отметить, что эффективное использование этого математического аппарата невозможно без упрощения полученных формул. В диссертации при изучении свойства степеней композит и их произведений сделаны успешные первые шаги в этом направлении.

Не раскрыты приложения, связанные с использованием полученных новых формул в областях фундаментальной математики, в которых традиционно используются специальные полиномы (теория приближений, уравнения математической физики). В будущем это также может послужить ориентиром для получения приложений полученных результатов.

Правильность полученных в диссертации результатов не вызывает сомнений. Материалы диссертации опубликованы в 13 печатных работах, в том числе 10 статьях рецензируемых журналах, из них 9 статей в изданиях из перечня ВАК (6 в изданиях, индексируемых базами данных Scopus и Web of Science). Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертационная работа «Метод получения явных выражений полиномов на основе степеней производящих функций» удовлетворяет требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», а ее автор — Кручинин Дмитрий Владимирович заслуживает присуждения ему степени кандидата физико-математических наук.

Д-р физ.-мат. наук, Александр Валерьевич Грешнов
ведущий научный сотрудник
лаборатории геометрической теории управления
Института математики СО РАН,
630090, Новосибирск, пр. акад. Коптюга, 4,
телефон (8-383) 333-28-92
greshnov@math.nsc.ru

Подпись Александра Валерьевича Грешнова
удостоверяю
Зав. орготделом Н.З. Киндалева
ИМ СО РАН
08 04 2016.