

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Тимошенко Егора Александровича «Идемпотентные радикалы в категории модулей. csp -кольца и модули над ними», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 - Математическая логика, алгебра и теория чисел

Понятие радикала является фундаментальным в современной алгебре. Впервые это понятие возникло в начале XX века в связи с работами Ф.Э. Молина, Э. Картана и Дж. Ваддерберна о конечно порожденных ассоциативных алгебрах. Позднее появилось множество различных обобщений классического радикала (радикал Джекобсона, радикал Бэра, радикал Левицкого и др.). В начале 50-х гг. XX века возникла общая теория радикалов колец и алгебр. Под ее влиянием радикалы начали активно проникать в другие классы алгебраических систем, в частности, в теорию модулей.

Центральное место в диссертации Е.А. Тимошенко отводится изучению радикалов абелевых групп (т.е. Z -модулей) и радикалов модулей над csp -кольцами. Актуальность изучения csp -колец и модулей над ними обусловлена их тесной связью с sr -группами (sr -группы – один из самых изучаемых классов абелевых групп за последние 10 лет). А именно, всякая sr -группа является модулем над разными csp -кольцами и, более того, csp -кольца реализуются как кольца эндоморфизмов sr -групп. Эволюция понятия csp -кольца восходит еще к работам Л. Фукса, И. Гальперина и К. Рангасвами (1964, 1968), в которых похожие кольца использовались для исследования аддитивных групп регулярных и π -регулярных колец. В начале XXI века А.А. Фомин и П.А. Крылов при исследовании смешанных абелевых групп использовали в своих статьях csp -кольца с базовым полем Q . Из этих работ и появилась общая конструкция csp -кольца (ее оформил П.А. Крылов около 2005 г.). Модули над csp -кольцами исследовались Е.Г. Зиновьевым и А.В. Царевым.

Таким образом, тематика диссертации интересна и актуальна. В ней используются методы теорий абелевых групп, колец и модулей, теории радикалов, а также теоретико-множественные методы. Как понятно из названия

диссертации, основной подход к изучению абелевых групп в диссертации основан на использовании радикалов.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, списков литературы и обозначений.

Глава 1 носит вспомогательный характер. В ней приводятся результаты и понятия, необходимые для изложения основных фактов диссертации. В главе 2 изучается \otimes -радикал в категории абелевых групп. В параграфе 7 описана решетка, которую образуют \otimes -радикалы (теорема 7.6), в параграфах 8 и 9 рассматриваются свойства замкнутости и перестановочности.

В главе 3 рассматриваются $E(e)$ -модули и $T(e)$ -модули, введенные П.А. Крыловым как обобщения широко известных E -модулей и T -модулей соответственно. Теория данных модулей используется Е.А. Тимошенко для построения T -радикала и E -радикала. T -радикалом R -модуля A автор называет сумму всех его подмодулей, являющихся $T(e)$ -модулями. Двойственным образом определяется $E(e)$ -радикал. Основными результатами главы являются теоремы 11.5, в которой доказывается, что каждый \otimes -порожденный каким-то S -модулем радикал также \otimes -порождается некоторым S - S -бимодулем. Аналогичный результат доказывается для Ном-радикала в теореме 11.8. При этом вводится понятие br -кольца (это кольцо, удовлетворяющее условиям теоремы 11.8). Свойствам br -колец целиком посвящен параграф 12.

В параграфе 13 вводится понятие csp -кольца и выводятся некоторые вспомогательные теоретико-множественные результаты о мощностях, не превосходящих континуума. В параграфе 14 описываются некоторые достаточные мощностные характеристики базовых полей csp -колец. Из доказанных теорем, в частности, вытекает, что при принятии континуум-гипотезы базовым полем подходящего csp -кольца может служить любое поле характеристики 0 и мощности, не превосходящей континуума. В параграфе 15 получено исчерпывающее описание проективных модулей над csp -кольцами – доказано, что они изоморфны прямым суммам идеалов кольца. Более того, получена система инвариантов (являющихся кардинальными числами)

проективных модулей над csp -кольцами. Далее описаны плоские модули над csp -кольцами (теорема 16.8) и свойства \cap -чистых подмодулей. В параграфе 17 описаны идемпотентные радикалы категории $\text{mod-}R$ (где R — csp -кольцо). Выяснено строение решетки, образуемой этими радикалами, и доказано, что в категории модулей над произвольным csp -кольцом «решеточное» и «поточечное» пересечения любых идемпотентных радикалов совпадают.

Основные результаты диссертационной работы Е.А. Тимошенко являются новыми. Они снабжены подробными и четкими доказательствами. Особо отметим аккуратность и тщательность оформления диссертации. Вынесенные на защиту результаты докладывались автором на ряде конференций и опубликованы в 35 статьях и тезисах, 12 из которых – в журналах из списка Перечня ВАК Минобрнауки РФ. Результаты представляют интерес для специалистов МГУ, МПГУ, ИМ СО РАН, Санкт-Петербургского, Новосибирского, Томского и др. университетов. Автореферат полно и верно отражает содержание диссертации. Название диссертации «Идемпотентные радикалы в категории модулей. csp -кольца и модули над ними» соответствует содержанию работы и отражает основную проблематику исследования.

Тема, содержание и результаты диссертации Тимошенко Е.А. отвечают Паспорту специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Замечаний к результатам диссертационной работы нет. Имеются некоторые вольности при трактовке источников. Так, например, в доказательстве теоремы 5.13 дается ссылка на статью А. Орнатти [75] и говорится, что в ней доказано, что все сервантные подкольца кольца целых p -адических чисел являются E -кольцами. Однако данная статья вышла в 1965 году, а понятие E -кольца появилось только в начале 70-х гг. XX века. Некоторые ссылки в тексте диссертации на результаты и понятия из книг и объемных статей лучше было бы дать с указанием номера теоремы (определения) или номера параграфа.

Отмеченные немногочисленные недостатки носят редакторский характер и не влияют на очень хорошее впечатление от работы. Диссертация представляет

собой яркое и глубокое исследование. Ее результаты, несомненно, являются заметным вкладом в теорию абелевых групп, модулей и радикалов.

Представленная диссертация Тимошенко Е.А. полностью соответствует требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям в пп. 9, 10, 11, 13, 14 Положения о порядке присуждения ученых степеней, утвержденного Правительством РФ (постановление №842 от 24.09.2013 г.), а ее автор заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук.

30.12.2015г.

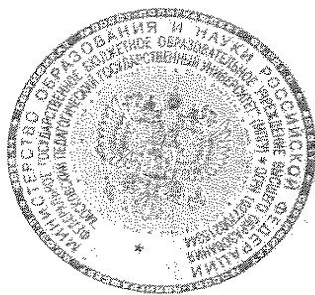
профессор кафедры алгебры

федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский педагогический государственный университет», 107140, город Москва, улица Краснопрудная, дом 14,
доктор физико-математических наук по специальности 01.01.06

Царев Андрей Валерьевич

тел. (499)264-46-83

e-mail: algebra@mpgu.edu, an-tsarev@yandex.ru



А.В. Царев