ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Лихачевой Алены Олеговны на тему

«Ковры и ковровые подгруппы групп Шевалле типов Bl, Cl, F4»,

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 – математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (физико-математические науки)

Диссертация Лихачевой А. О. посвящена изучению подгрупп групп Шевалле, определяемых системой корней и наборами аддитивных подгрупп. Понятие ковра и ковровой подгруппы возникали как инструмент при решении различных задач матричных групп и групп Шевалле как над полями, так и над кольцами (см. также собственные вопросы ковровой тематики, в числе которых вопросы В. М. Левчука 7.28, 15.46 в Коуровской тетради). Целью работы является описание неприводимых ковров аддитивных подгрупп лиева типа Bl, Cl, F4 над полями. К основным результатам относится и построение примеров неприводимых незамкнутых ковров любого лиева типа над различными классами коммутативных колец.

В первой главе диссертации приводятся основные определения и вспомогательные утверждения, необходимые для дальнейшей работы.

Уже примеры 1.3.4 и 1.3.5, которые дают отрицательный ответ на вопрос о том, будет ли ковровой подгруппа M, порожденная своими пересечениями $M \cap X_r, r \in \Phi$, носят принципиальный характер. Эти примеры дают основание и для дальнейшего изучения этого вопроса.

Еще более перспективной в плане дальнейшего изучения представляется теорема 1.4.1, в которой для любого коммутативного кольца с единицей K, идеала I из K и аддитивной подгруппы Z из K при условии $Z + I \neq K$ для любой системы корней Φ строится неприводимый незамкнутый ковер типа Φ над K.

Во второй главе диссертации для системы корней Φ ранга не менее двух над локально конечным полем и неприводимым ковром A типа Φ доказывается теорема 2.3.1 о том, что с точностью до сопряжения диагональным элементом из расширенной группы Шевалле $E(\Phi, K)$ любая аддитивная подгруппа из K совпадает с некоторым подполем P поля K и ковер A замкнут.

Теорема 2.3.1, а также следующая теорема 2.4.1, доказывающая аналогичный результат с аналогичными теореме 2.3.1 ограничениями для полного матричного ковра, берут свое начало из работы В. М. Левчука 1983 г.

В третьей главе в теореме 3.3.1 для неприводимого ковра $A = \{A_r | r \in \Phi\}$ типа $B_l(l \geq 2)$, $C_l(l \geq 2)$ или F_4 над полем F, причем одна аддитивная подгруппа A_r является R-модулем, где F – алгебраическое расширение поля R, доказывается, что тогда с точностью до сопряжения диагональным элементом либо $A_r = P$ при всех $r \in \Phi$ для некоторого подполя P поля F, либо char $F = 2$, и существует несовершенное подполе K поля F и

$$\mathrm{A}_r = \begin{cases} P, \text{если } r - \text{короткий корень} \\ Q, \text{если } r - \text{длинный корень} \end{cases}$$

для двух различных бесконечных аддитивных подгрупп P и Q поля K, удовлетворяющих включениям $K^2 \leq Q < P \leq K$ и равенствам $Q = Q^{-1}$ и $P = P^{-1}$, и ковер A замкнут.

Учитывая результаты исследований «неконстантных» ковров и полученных для них результатов, теорема 3.3.1 носит завершающий характер.

Результаты диссертации опубликованы в 4 статьях в изданиях перечня ВАК, в том числе одна статья без соавторов. Эти результаты неоднократно докладывались на научных конференциях. Автореферат диссертации полностью отражает ее содержание.

Диссертация производит положительное впечатление, однако есть замечания по тексту диссертации. Приведем некоторые из них.

1. В теореме 3.3.1, в отличие от теорем 2.3.1 и 2.4.1, не указано, откуда берется диагональный элемент.

2. На с. 10 перед формулировкой теоремы 2.3.1 говорится, что в § 2.3 рассматривается случай, когда ранг системы больше 2. Но в теореме 2.3.1 рассматривается случай ранга 2.

3. На с. 57, строка 11 снизу говорится о ссылке на лемму 2.3.2. Но лемма 2.3.2 сформулирована только для положительных корней.

4. Имеются также погрешности в оформлении списка литературы под номерами [13], [14], [18], [21], [25], [26], [27], [30], [32]-[34], [39], [42], [43], [49], [55] - [57].

Отмеченные недостатки носят технический характер и легко устраняются.

Считаю, что диссертация А. О. Лихачевой «Ковры и ковровые подгруппы групп Шевалле типов Bl, Cl, F4» удовлетворяет требованиям ВАК РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, сформулированным в п. 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней (постановление №842 от 24 сентября 2013 года), а ее автор Алена Олеговна Лихачева заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 – математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (физико-математические науки).

«09» августа 2023 г.

Официальный оппонент
доктор физико-математических наук,
профессор,
отдел алгебры и топологии,
ведущий научный сотрудник Зенков Виктор Иванович

ФГБУН "Институт математики и механики
им. Н.Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук"
Почтовый адрес: ул. Ковалевской, 16,
Екатеринбург, 620108, Россия
Телефон: +7 (922) 213-88-97,
E-mail: v1i9z52@mail.ru

Подпись В.И. Зенкова заверяю:
Врио ученого секретаря
кандидат физ.-мат. наук Б.В. Дигас