ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию
Полковникова Александра Николаевича
«О спектральных свойствах операторов, порожденных
некоэрцитивными эрмитовыми формами»,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.01.-
вещественный, комплексный и функциональный анализ

Теория смешанных краевых задач для эллиптических дифференциальных операторов второго порядка активно развивалась в течение всего последнего столетия. Начала различных вариантов таких задач рассматривались многими математиками с начала XX века. В 1910 году С. Заремба описал условия разрешимости смешанной задачи для оператора Лапласа в области с гладкой границей и непрерывными начальными данными Неймана и Дирихле на разных кусках границы.

Существенную роль в развитии краевых задач в целом и эллиптических задач в частности сыграли работы С.Л. Соболева, Л.Н. Слободецкого, О.А. Ладыженской, Н.Н. Уральцевой, М.И. Вишика и других известных ученых. Более рафинированные субэллиптические задачи для эллиптических уравнений были открыты и исследованы в работах С. Агмона, А. Дуглиса, Л. Нирeберга, Дж. Кона, Л. Хермандера и др.

Одним из основных методов исследования таких задач является метод обобщенных решений, а существенным подспорьем при их решении - метод базисов (метод Галеркина в теории дифференциальных уравнений).

В классических случаях, когда задача порождена некоторой эрмитовой формой и является эллиптической (коэрцитивной в терминологии диссертации), хорошо известно, что ее собственные функции совпадают с собственными векторами некоторого компактного самосопряженного оператора и, по теореме Гильберта-Шмидта, образуют ортонормированный базис в подходящем функциональном пространстве соболевского типа. Возмущения краевых задач в членах младшего порядка обычно приводит к рассмотрению несамосопряженных компактных операторов, которые могут вовсе не иметь собственных функций, однако, часто обладают достаточно обширной системой корневых векторов. Для эллиптических краевых задач в областях с гладкой границей основные методы исследований полноты корневых систем были указаны еще во второй половине XX века М.В. Келдышем для так называемых слабых возмущений и Ф. Браудером для сильных возмущений. Спектральная теория эллиптических задач с негладкой границей изучалась в более поздних работах В. Кондратьева, Б.-В. Шульце и Н. Тарханова. Наиболее известные результаты о субэллиптических задачах получены для комплексных дифференциалов Дольбо в псевдовыпуклых областях.

Цель диссертационной работы А.Н. Полковникова – найти подходящие функциональные пространства для решения неэллиптических (некоэрцитивных, в терминологии диссертации) смешанных задач, отыскать условия разрешимости соответствующих операторных уравнений и доказать полноту систем их корневых векторов.

Автор получает достаточные условия фредгольмовости смешанных задач робеновского типа для сильно эллиптического скалярного дифференциального оператора второго порядка с комплекснозначными коэффициентами, порожденных одним классом некоэрцитивных эрмитовых форм. Также доказывает теорему вложения в шкалу пространств Соболева-Слободецкого для пространств соболевского типа, порожденных такими эрмитовыми формами, и теорему о полноте корневых функций соответствующих задач в пространствах, порожденными (некоэрцитивными) эрмитовыми формами. Кроме того указаны достаточные условия фредгольмовости и однозначной разрешимости одного семейства некоэрцитивных задач для эллиптического с параметром дифференциального оператора второго порядка с граничными условиями робеновского типа.

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Объем диссертации – 123 страницы, библиография содержит 78 наименований.

В первой главе работы проводится обзор результатов, полученных к настоящему моменту в теории смешанных краевых задач для дифференциальных эллиптических операторов второго порядка с граничными условиями робеновского типа.

Вторая глава посвящена некоторым достаточным условиям фредгольмовости и разрешимости для субэллиптических смешанных задач. Основным результатом этой главы (и, по видимому, диссертации в целом) является теорема 4 о вложении рассматриваемых в диссертации пространств в шкалу пространств Соболева-Слободецкого. В отличие от результатов Л. Хермандера и Дж. Кона о комплексной задаче Неймана, автор не накладывает условий (псевдо-)выпуклости на пространственные области, где решается задача. Использованная автором техника была позднее применена к более общим операторам в работах А.А. Шлапунова, Н. Тарханова и А.Н. Пейчевой.

Третья глава посвящена спектральным свойствам рассматриваемых операторов. В ней доказываются спектральные свойства эллиптических с параметром операторов (теорема 8, теорема 9, теорема 10). Хотя в диссертационной работе используются классические метод компактных возмущений и метод лучей медленного роста резольвенты для компактных операторов конечного порядка, автору пришлось изрядно потрудиться, чтобы адаптировать их к субэллиптическим задачам.

В четвертой главе приведены несколько примеров, и используются полученные результаты для изучения условий разрешимости некорректной задачи Коши для оператора Коши-Римана и построения формул Карлемана для ее решений. В частности, в примере 2 показано, что для выбранного класса задач теорема вложения в шкалу пространств Соболева-Слободецкого не улучшаема. Что касается, исследования некорректной задачи Коши, то автор следует схеме, ранее использованной Н. Тархановым и А.А. Шлапуновым в несколько других пространствах. Хотя критерий разрешимости задачи, полученный в диссертации и характер сходимости построенной регуляризации значительно лучший, чем в работе Н. Тарханова и А.А. Шлапунова, формулы Карлемана получились, на мой взгляд, слишком громоздкими.

Все основные результаты диссертации являются новыми и сопровождены подробными доказательствами и своевременно опубликованы в рецензируемых математических журналах.

При решении поставленных задач автор проявил владение современными методами функционального анализа, комплексного анализа и методами интегральных представлений. Диссертация написана четким и ясным языком, автор аккуратно поясняет все важные этапы доказательств.

Автореферат правильно и полностью отражает содержание диссертации.

К работе можно высказать следующие замечания - присутствуют несколько мелких опечаток на страницах: 4 (в инициалах С.Л. Соболева), 9 (5 строка снизу), 12 (1 строка сверху), 35 (5 срока сверху), 48 (строка перед леммой 6), 53 (2 строка после названия параграфа 2.3), 83 (6 строка сверху).

Указанные замечания не снижают научной ценности данной работы. Считаю, что диссертационная работа Полковникова Александра Николаевича "О спектральных свойствах операторов, порожденных некоэрцитивными эрмитовыми формами" отвечает всем требованиям, установленным п. 9 "Положения о порядке присуждения ученых степеней" от 24 сентября 2013 г. №842, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ, а ее автор заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент
Доцент кафедры математики
и методики преподавания математики
федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего
образования "Горно-Алтайский
государственный университет"
кандидат физико-математических наук Тулина Марина Ивановна
12.03.2018г

Почтовый адрес:
Горно-Алтайский государственный университет,
ул. Ленкина, 1, г. Горно-Алтайск, Россия, 649000
Тел. +79833284757
e-mail: aniram.ru@googlemail.com

Подпись Тулиной М.И.
заверяю. Специалист УК
Вахова Вахова А.С.
«12» 03 2018