ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕТА

на диссертацию Тарасова Юрия Сергеевича «Группы подстановок с конечными параметрами рассеивания», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 - математическая логика, алгебра и теория чисел.

Представление абстрактных групп подстановками с теми или иными свойствами часто оказывается решающим в их изучении. Отметим, например, важнейшую роль теории конечных дважды транзитивных групп подстановок в классификации конечных простых групп. Перенос даже некоторых фрагментов этой теории на бесконечные группы подстановок позволяет получить весьма сильные результаты в исследовании бесконечных групп. При изучении локально конечных групп важным оказалось их представление подстановками, каждая из которых переставляет лишь конечное число точек. Такие подстановки называют финитарными. Естественным расширением группы финитарных подстановок метрического пространства является группа его ограниченных подстановок. Для подстановки такой группы максимум расстояний между точкой и её образом конечен. Понятие группы ограниченных подстановок множества целых чисел $\mathbb{Z}$ возникло в работе Н. М. Сучкова (1985 г.) в связи с построением смешанной группы, факторизуемой двумя локально конечными погруппами.

Пусть либо $M = \mathbb{Z}$, либо $M = \mathbb{N}$ – множество натуральных чисел. Для подстановки g множества M в работе Н. М. Сучкова, А. А. Манькова и Ю. С. Тарасова (2012 г.) определён параметр рассеивания $\lambda(g)$ следующим образом. Для $\alpha \in M$ через $M_\alpha(g)(L_\alpha(g))$ обозначено множество всех таких чисел $\beta \in M$, что $\beta \leq \alpha \leq \beta^g(\beta^g \leq \alpha < \beta)$. Если $t(g)$ - максимум порядков множеств $M_\alpha(g)$, а $s(g)$ – максимум порядков множеств $L_\alpha(g)$, то $\lambda(g) = \max(t(g), s(gt))$. Подстановка g называется равномерной, если $|M_\alpha(g)| = |L_\alpha(g)|$ для всех $\alpha \in M$. Каждая подстановка x множества $\mathbb{N}$ равномерна. Поэтому $\lambda(x) = t(x) = s(x)$. Подстановки множества M с конечными параметрами рассеивания образуют группу $Disp(M)$, которая существенно шире группы $Lim(M)$ всех ограниченных подстановок множества M.

В диссертации изучаются группы $Lim(M)$ и $Disp(M)$. Она изложена на 54 страницах, состоит из введения, трёх глав и списка литературы.

Введение содержит необходимые определения, обоснование актуальности исследования, формулировки полученных результатов и их апробации.

Основным результатом первой главы является является теорема 1.1. Рассмотрим необходимые для её понимания определения. Подмножество из $\mathbb{N}$ называется m-плотным, если расстояние между любыми двумя его соседними элементами не превосходит m. Ясно, что любое подмножество L множества $\mathbb{N}$ разбивается на максимальные m-плотные подмножества. Пусть $D_m(L)$ — множество всех классов этого разбиения. Множество L называется рассеянным, если при любом натуральном m все классы множества $B_m(L)$ конечны и вполне рассеянным, если порядки этих классов ограничены.

Пусть a – инволюция группы $Lim(\mathbb{N})$ с параметром ограниченности равным 1; $L(a)$ — носитель подстановки a; T – нормальное замыкание a в группе $Lim(\mathbb{N})$. Теорема 1.1. утверждает, что T тогда и только тогда является собственной подгруппой группы $Lim(\mathbb{N})$, когда $L(a)$ — рассеянное множество. При этом если $L(a)$ — рассеянное, но не вполне рассеянное множество, то T – смешанная группа.

Заметим, что теорема 1.1. является базовой в дальнейших изучениях нормальных замыканий подстановок в группе $Lim(\mathbb{N})$.

Во второй главе начато изучение групп $Disp(\mathbb{N})$ и $Disp(\mathbb{Z})$. Теоремы 2.1 и 2.2 устанавливают тесную связь между ними. Пусть R — группа всех равномерных подстановок множества $\mathbb{Z}$. Конструктивно доказана теорема 2.3 о вложимости конечных подмножеств групп $Disp(\mathbb{N})$ и $Disp(\mathbb{Z}) \cap R$ в группы вида $Q = AB$, где A, B — локально финитно аппроксимируемые подгруппы из Q.

В третьей главе доказано (теоремы 3.1 и 3.2), что группа $Disp(M)$ порождается подстановками множества M с параметром вложения 1. Дано полное описание этих порождающих.

Диссертация написана хорошим математическим языком, легко читается. Её автор владеет методами исследования групп подстановок.

Замечено несколько опечаток. Приведём наиболее существенные.

1) Стр. 10, строка 1 сверху. Вместо $\alpha_m^h = h_1$ следует читать $\alpha_m^h = \alpha_1$.

2) Стр. 24, строка 3 сверху. Вместо $\gamma^{yx} = \beta$ следует читать $\gamma_1^{yx} = \beta$.

3) Стр. 29, строка 5 сверху. Вместо «Теорема 2.6» следует читать «Теорема 2.3».

4) Стр. 41, строка 4 снизу. Вместо $j > 0$ следует читать $j < 0$.

В целом диссертация Ю. С. Тарасова представляет собой законченную научную работу, а её результаты вносят существенный вклад в теорию бесконечных групп подстановок с естественными условиями конечности. По теме диссертации опубликованы 4 статьи в изданиях списка ВАК РФ, одна из которых без соавторов. Автореферат верно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертация Ю. С. Тарасова «Группы подстановок с конечными параметрами рассеивания» соответствует п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» от 24 сентября 2013 г. № 842, удовлетворяет всем требованиям, предъявленным ВАК Минобрнауки к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 - математическая логика, алгебра и теория чисел, а ее автор, Юрий Сергеевич Тарасов, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент:

Тимофеенко Алексей Викторович 03.09.2018

ФГБОУВО «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П.Астафьева», кафедра алгебры, геометрии и методики их преподавания, профессор, доктор физико-математических наук, доцент

Почтовый адрес: 660049, Сибирский федеральный округ, Красноярский край, г. Красноярск, улица им. Ады Лебедевой, дом 89. Телефон: +7 (923) 3271732. E-mail: a.v.timofeenko62@mail.ru