

## О Т З Ы В

официального оппонента  
о диссертации Поисеевой Саргыланы Семёновны  
«Группы с ограничениями на степени неприводимых характеров»,  
представленной на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности  
01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

Теория представлений и характеров, возникнув в конце XIX века, оказалась и продолжает оставаться одним из мощных средств изучения конечных групп, их строения и свойств. Методами теории характеров были доказаны многие фундаментальные факты (разрешимость бипримарных групп, строение групп Фробениуса, непростота групп с изолированной инволюцией и др.). Важную роль теория характеров сыграла в классификации конечных простых групп в целом и в формировании ее отдельных и важных фрагментов, в частности, в доказательстве теоремы Фейта–Томпсона о разрешимости конечных групп нечетного порядка.

По таблице характеров группы  $G$  можно получить важную информацию о группе, определить будет ли  $G$  абелевой, нильпотентной разрешимой, найти ее центр, коммутант, определить ее нормальные подгруппы и т.д.

Сильным условием, ограничивающим строение группы, оказывается наличие неприводимого характера большой степени. Как известно, порядок конечной группы равен сумме квадратов степеней ее неприводимых обыкновенных характеров. Таким образом, группа может иметь не более одного неприводимого характера, у которого квадрат степени не меньше, чем половина порядка группы.

Диссертационная работа Саргыланы Семёновны Поисеевой посвящена изучению групп обладающих таким характером. Следуя терминологии, принятой в работе,  $G$  называется  $LC(\Theta)$ -группой если у  $G$  есть неприводимый комплексный характер  $\Theta$ , степень  $\Theta(1)$  которого удовлетворяет неравенству  $2\Theta(1)^2 \geq |G|$ . Выделение  $LC(\Theta)$ -групп, изучение их свойств и свойств самого характера  $\Theta$  ввиду сказанного естественно и интересно. В работе получен ряд сильных результатов, касающихся  $LC(\Theta)$ -групп.

Так во второй главе (первая глава диссертации является предваряющей и вспомогательной) доказано весьма нетривиальное утверждение: оказывается у  $LC(\Theta)$ -группы  $G$ , не являющейся 2-группой, квадрат “большого” характера  $\Theta$  содержит в качестве неприводимых составляющих все неприводимые характеры группы  $G$ . Это свойство характера  $\Theta^2$  аналогично известному свойству регулярного характера  $\rho$ , при том, что степень  $\Theta^2$  строго меньше степени  $\rho$ . Кроме того, установлены важные свойства характера  $\Theta$ . В частности, доказано, что он точный.

В третьей, четвертой и пятой главах изучается строение  $LC(\Theta)$ -групп с ограничениями на примарное разложение степени  $\Theta(1)$ .

Более точно, в третьей главе классифицированы  $LC(\Theta)$ -группы  $G$  такие, что  $\Theta(1)$  есть степень простого числа  $p$  и силовские  $p$ -подгруппы в  $G$  абелевы.

В четвертой главе классифицированы  $LC(\Theta)$ -группы такие, что  $\Theta(1)$  есть произведение точно двух простых чисел (совпадающих или различных).

Наконец, в пятой главе изучается ситуация, когда  $LC(\Theta)$ -группа  $G$  обладает “большим” характером  $\Theta$ , степень которого равна  $p^2q$  для простых чисел  $p$  и  $q$  таких, что  $p > q$ . Доказано, что такая  $G$  разрешима и, более того, имеет нормальную абелеву подгруппу индекса, равного степени  $\Theta$ .

Формулировки основных результатов оттенены содержательными примерами, демонстрирующими важность тех или иных условий или неулучшаемость отдельных заключений.

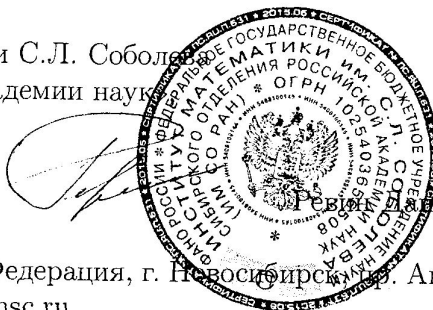
Уже сами по себе перечисленные результаты производят сильное впечатление. Они особенно впечатляют, если учесть, что их получение потребовало от диссертантки наряду с хорошей общематематической подготовкой, глубоких специальных знаний в теории представлений и ряде сложных разделов теории групп, включая классификацию конечных простых групп и знакомство с современной литературой. Саргылана Семёновна продемонстрировала виртуозное владение трудной техникой теоретико-характерных вычислений и глубокую математическую интуицию. Подготовленная ей диссертационная работа является законченным научным исследованием и характеризует ее автора как сложившегося математика-ученого.

Все результаты диссертации строго доказаны и своевременно опубликованы (как лично, так и в соавторстве с научным руководителем Л.С.Казариным) в четырех научных статьях в изданиях, входящих в перечень ВАК. Автореферат точно отражает содержание работы. Результаты прошли апробацию на научных конференциях в Нальчике, Казани, Екатеринбурге и Ярославле.

Конечно, диссертация не лишена отдельных недостатков, которые извиняет большой объем проделанной работы. В работе присутствуют опечатки и языковые шероховатости. Неточно цитируется результат В.С.Монахова (предложение 1.2.13): из приведенной формулировки не ясно, что такое  $q$  в утверждениях 1 и 2. Комментарий к теореме 3.1.2 на стр. 9 противоречит формулировке самой теоремы: в формулировке группа Фробениуса порядка 72 может выступать в качестве прямого сомножителя наряду с другими группами, а комментарий исключает такую возможность. Отмеченные недостатки несущественны для содержания работы и никак не влияют на высокую оценку проведенного научного исследования.

Резюмирую сказанное. Диссертация Поисеевой Саргыланы Семёновны «Группы с ограничениями на степени неприводимых характеров» соответствует пп. 9–11 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» (постановление Правительства РФ №842 от 24 сентября 2013 г.), удовлетворяет всем требованиям ВАК Минобрнауки, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел, а сама Саргылана Семёновна заслуживает присуждения ей этой степени.

ФГБУН «Институт математики имени С.Л. Соболева»  
Сибирского отделения Российской академии наук  
лаборатория теории групп,  
ведущий научный сотрудник, доцент,  
доктор физико-математических наук  
14.03.2018 г.



Почтовый адрес: 630090, Российская Федерация, г. Новосибирск, ул. Акад. Коптюга, 4.  
Телефон: 3297618, e-mail: revin@math.nsc.ru

Подпись Ревина Д.О. удостоверяю  
Учёный секретеръ ИМ СО РАН  
кандидат физико-математических наук

Светов Иван Евгеньевич