

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Шлепкина Алексея Анатольевича «Группы, насыщенные конечными группами специального вида» на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Магистральным направлением в теории бесконечных групп является изучение групп с различными условиями конечности. Важными классами таких групп являются класс периодических групп и класс групп Шункова, которые не обязаны быть периодическими.

Другим направлением теории групп было восходящее к работе П.Г. Конторовича (1940 г.) изучение покрытий и расщеплений групп, а также локальных систем подгрупп. В этом направлении следует упомянуть работы П.Г. Конторовича, А.Г. Куроша, С.Н. Черникова, А.И. Старостина, В.М. Бусаркина, О. Кегеля и др.

В 1993 г. А.К. Шлепкин ввел понятие насыщенности групп группами из заданного (насыщающего) множества, расширяющее понятие локальной системы подгрупп (в классе локально конечных групп эти понятия эквивалентны). Введение этого нового важного понятия, на наш взгляд, в значительной степени обусловлено внедрением методов классификации конечных простых групп в теорию бесконечных групп. Заметим, что известные примеры периодических не локально конечных групп, как правило, не содержали конечных простых неабелевых групп. В работах В.В. Беляева, А.В. Боровика, С. Томаса, Б. Хартли и Г. Шюта (1983-1984 гг.) была доказана теорема, которую в терминах насыщенности можно сформулировать так: если локально конечная группа обладает насыщающим множеством, состоящим из конечных простых групп лиева типа, ранги которых ограничены в совокупности, то и сама группа является группой лиева типа. А.К. Шлепкин записал в "Коуровскую тетрадь" вопрос 14.101<sup>\*</sup> о справедливости этой теоремы для всех периодических групп. Уместен также аналог этого вопроса для групп Шункова. Кроме того, актуален для различных задач теории групп и общий вопрос о строении групп с насыщающим множеством, состоящем из конечных, но не обязательно простых, групп.

Данная диссертация посвящена изучению периодических групп и групп Шункова, насыщенных различными классами конечных групп. Центральные ее результаты описывают периодические группы, насыщенные конечными группами, близкими к простым группам лиева типа ранга 1. Заметим при этом, что характеристики конечных простых групп лиева типа ранга 1 служат краеугольным камнем классификации конечных простых групп. Исследования используют методы теории конечных групп, а также методы исследования групп с различными условиями конечности.

Диссертационная работа состоит из введения, 7 глав (разделенных на параграфы), заключения и списка литературы. Работа изложена на 142 страницах, список литературы включает 105 наименований.

Во **введении** обосновывается актуальность исследований диссертационной работы, дается достаточно подробный обзор современного мирового состояния проблемы, кратко излагается содержание работы, формулируются основные результаты, а также приводятся необходимые сведения, характеризующие диссертацию, автора и полученные результаты

В **первой главе** приводятся некоторые определения, известные факты и вспомогательные утверждения.

Во **второй главе** изучаются группы, насыщенные конечными, но не обязательно простыми группами.

В параграфе 2.1 доказано, что бесконечная 2-группа, насыщенная сплетенными группами (т. е. сплетениями конечных циклических групп и группы порядка 2), изоморфна сплетению бесконечной локально циклической 2-группы и группы порядка 2 (теорема 2.1.1). Построен пример, показывающий, что теорема 2.1.1 для произвольных периодических групп неверна. Однако показано, что для локально конечных групп (теорема 2.1.12) и групп Шункова (теорема 2.1.13), такое обобщение возможно.

В параграфе 2.2 получен признак простоты бесконечной группы Шункова, насыщенной конечными простыми неабелевыми группами (теорема 2.2.1).

В параграфе 2.3 исследованы периодические группы и группы Шункова с насыщающим множеством, состоящим из диэдральных групп удвоенного нечетного порядка и знакопеременной группы степени 5 (теоремы 2.3.1 и 2.3.4 соответственно).

В параграфе 2.4 исследованы периодические группы и группы Шункова с насыщающим множеством, состоящим из диэдральных групп удвоенного нечетного порядка и групп  $L_2(q)$  с абелевой силовской 2-подгруппой (теоремы 2.4.1 и 2.3.10 соответственно).

**Третья глава** посвящена исследованию периодических групп, насыщенных группами  $GL_2(q)$  или  $PGL_2(q)$  (теоремы 3.1.1, 3.2.1, 3.2.7, 3.2.13, 3.3.1).

В **четвертой главе** рассмотрены периодические группы, насыщенные простыми конечными унитарными и линейными группами степени 3 (теоремы 4.1.7, 4.2.1, 4.3.1).

В **пятой главе** рассмотрены группы Шункова, насыщенные простыми группами лиева типа ранга 1 (теоремы 5.1.1, 5.2.1).

В **шестой главе** рассмотрены периодические группы, насыщенные простыми конечными группами лиева типа ранга 1 (теоремы 6.1.1, 6.2.1).

В **седьмой главе** рассмотрены периодические группы 2-ранга 2, насыщенные конечными простыми неабелевыми группами (теоремы 7.1.1, 7.2.1).

Работа довольно хорошо организована, хотя и не свободна от некоторых неточностей и языковых погрешностей. Сделаем несколько замечаний по диссертации.

1. На стр. 4, строки 12-13 сверху, вместо «группы Шункова отличны от локально конечных групп» корректнее написать «группы Шункова могут быть не локально конечными».

2. На стр. 4, строка 14 сверху, вместо «не обладающих периодической частью» корректнее написать «с тривиальной периодической частью».

3. На стр. 8 следовало дать определение сплетенной группы перед формулировкой теоремы 2.1.1.

4. На стр. 10, строка 5 сверху, вместо «...всех групп  $\{L_2(p^n)\}$  (здесь  $p$  и  $n$  не фиксируются)» следует написать «...всех групп  $L_2(p^n)$ , где  $p$  и  $n$  не фиксируются», иначе насыщающее множество одноэлементно.

5. Общее замечание к главе 1 таково: практически отсутствуют обозначения и определения для конечных групп.

6. Ссылка на книгу Картера [66] не корректна для предложений 1.4.2, 1.4.7, 1.4.9 и в доказательстве предложения 1.4.3. Более того, в формулировке предложения 1.4.9 на стр. 22 вместо «группа кватернионов» следует писать «обобщенная группа кватернионов».

7. В списке литературы на стр. 140-141 имеются языковые погрешности в ссылках [64], [65], [68], [72], [75], [77], а также перепутаны страницы в ссылке [81].

Однако перечисленные недостатки незначительны, легко исправляемы и не влияют на общую положительную оценку работы. Существенных замечаний не имею.

По теме диссертации опубликовано 19 научных работ, все в изданиях, рекомендованных ВАК для публикации результатов диссертаций (большая часть из них также входит и в международную базу данных Web of Science).

Диссертационная работа А.А. Шлепкина представляет собой завершённую научную работу. Результаты диссертации являются достоверными, новыми и актуальными, вносят заметный вклад в теорию бесконечных периодических групп и групп Шункова. Все основные утверждения сопровождаются строгими математическими доказательствами. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации. Основные результаты своевременно опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК (всего 19 статей) и неоднократно докладывались на различных российских и международных научных конференциях.

Считаю, что диссертация А.А. Шлепкина «Группы, насыщенные конечными группами специального вида» полностью соответствует п. 9-14 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» от 24 сентября 2013 г. №842, удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК Минобрнауки к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, а ее автор, Шлепкин Алексей Анатольевич, заслужива-

ет присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

« 25 » апреля 2019 г.

Официальный оппонент  
д-р физ.-мат. наук, профессор  
ведущий научный сотрудник  
отдела алгебры и топологии  
Федерального государственного  
бюджетного учреждения науки  
Институт математики и механики  
им. Н.Н. Красовского  
УрО РАН

 / Анатолий Семенович Кондратьев

Подпись А.С. Кондратьева заверяю  
ученый секретарь Института  
кандидат физ.-мат. наук





О.Н. Ульянов

Почтовый адрес:

ул. С. Ковалевской, 16, Екатеринбург, 620990,

Институт математики и механики

им. Н.Н. Красовского УрО РАН

Телефон: +7 (343) 3753484

E-mail: [a.s.kondratiev@imm.uran.ru](mailto:a.s.kondratiev@imm.uran.ru)