

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию

Феклистова Сергея Викторовича

“О феномене Гартогса для почти однородных алгебраических многообразий со специальной компактификацией”,

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 – вещественный, комплексный и функциональный анализ (физико-математические науки)

В диссертации Феклистова С. В. изучается феномен продолжения Гартогса для почти однородных алгебраических многообразий со специальной компактификацией.

Теорема Гартогса – один из основополагающих результатов современного комплексного анализа. В самой простой формулировке, она гласит, что голоморфная функция на  $\mathbb{C}^2$  без точки однозначно продолжается в точку (что радикально отличается от ситуации в размерности 1). Более общо, вместо двумерного комплексного пространства можно брать пространство высшей размерности, а вместо точки – компактное подмножество.

В алгебраической геометрии, аналогичные результаты тоже верны, и допускают значительное обобщение. Так, для аффинных многообразий, свойство продолжения в точку является одним из двух составляющих знаменитого критерия нормальности Ж.-П. Серра (вторая составляющая – гладкость в коразмерности 1). Тому же Серру принадлежит классический, 1953 года, критерий, показывающий, когда аналог теоремы Гартогса верен для произвольного комплексного многообразия – грубо говоря, это верно, если первые когомологии с компактным носителем структурного пучка обращаются в 0. Однако как проверять это условие на практике, вообще говоря, непонятно, и во многих случаях оказывается трудным и интересным вопросом, который, в разных контекстах, активно изучается до сих пор.

Именно этому вопросу посвящена диссертация Сергея Феклистова.

Диссертация состоит из введения и трех глав, посвященных, в первом приближении, трем основным полученным в ней результатам. Сперва диссертант весьма аккуратно и тщательно прописывает основания – в чем именно состоит “феномен Гартогса”, в каких случаях следует и не следует его ожидать, какие общие и частные результаты здесь известны. Следует отметить, что данный им обзор состояния вопроса на настоящий момент очень подробный и выверенный, и показывает доскональное владение литературой и общематематическим контекстом. Затем, в первой главе, сформулирован и доказан *первый основной результат* – некоторая версия критерия Серра, которая, однако, допускает реальную практическую проверку. От многообразия требуется, чтобы оно допускало компактификацию с предписанными свойствами: во-первых, граница должна быть связной, и не иметь глобальных голоморфных функций, кроме констант, а во-вторых, компактификация не должна иметь первых когомологий с коэффициентами

в структурном пучке (при этом поскольку на компактификации когомологии и когомологии с компактными носителями совпадают, достаточно брать обычные когомологии, которые, как правило, вполне можно вычислить).

Затем диссертант обращается к тому классу многообразий, который и является для него главным – к многообразиям, почти однородным по отношению к действию некоторой редуктивной группы. По сути, для этого класса, весьма естественного и богатого, в диссертации Феклистова вопрос о феномене Гартогса полностью разрешен – даны исчерпывающие и эффективные критерии того, когда он имеет место. Сам класс почти однородных многообразий довольно богат, и включает в себя, в частности, торические многообразия, а также их обобщения, известные как сферические многообразия. Данные многообразия допускают весьма эффективное чисто комбинаторное описание, и служат источником для самых разных примеров в алгебраической и комплексной геометрии. *Второй основной результат* диссертации Феклистова – общий когомологический критерий для феномена Гартогса на почти однородных многообразиях, а *третий основной результат* – аналог этого критерия в сферическом случае, где когомологии уже можно явно описать, и получить критерий, сформулированный в терминах выпуклой геометрии (и тем самым, легко и эффективно проверяемый в практической работе).

Все эти результаты, а также само понятие  $(1, 0)$ -компактифицируемого многообразия, лежащее в основе первого результата, являются, безусловно, абсолютно новыми и, на мой взгляд, представляют собой весьма значительное продвижение в данной области науки. В диссертации полностью изучено явление феномена Гартогса для обширного и практически важного класса многообразий, и это без сомнения послужит основой для большого количества применений и обобщений.

Результаты диссертации опубликованы в двух научных статьях и 5 тезисах докладов. Одна статья опубликована в журнале, индексируемом в наукометрических базах данных SCOPUS и Web of Sciences. Ее результаты получены в соавторстве с научным руководителем. Вторая статья опубликована в издании из Перечня рекомендованных ВАК. Эти результаты неоднократно докладывались на различных конференциях и семинарах. Автореферат диссертации полностью отражает ее содержание.

### **Замечания**

В целом, диссертация написана весьма тщательно и хорошо; все доказательства полные и понятные, введение легко читается, написано ясно и четко, и совершенно правильно описывает как и состояние вопроса в целом, включая его историю, так и вклад, вносимый самой диссертацией. Есть несколько мелких математических неточностей, перечисленных ниже; отмечу, что они относятся к изложению, а не к математической сути диссертации, и совершенно не умаляют ее достоинств.

1. Некоторое общее замечание к изложению: возможно, хорошо было бы с самого начала привести несколько конкретных примеров, где феномен Гартогса имеет и не имеет места. Это не очень существенно, т.к. далее, в самом тексте, таких примеров довольно много, но, в общем, помогло бы читателю.

2. Совсем мелочь: на стр. 13 имеется словосочетание “связные относительно компактные компоненты”. Это не очень хорошо стилистически, т.к. “связная компонента” это единый термин, который лучше не разрывать; лучше было бы “относительно компактные связные компоненты”.

3. Чуть более серьезное замечание, но, в общем, все равно мелочь: использование термина “подкатегория” на стр. 14. Дело в том, что обычно под “подкатегориями” понимают строго полные подкатегории (каковой категория  $G$ -многообразий, разумеется, не является). Проблема здесь в том, что одно и то же многообразие может иметь разные действия  $G$ , т.е. нельзя считать, что в категории  $G$ -многообразий меньше объектов, чем в категории просто многообразий – а тогда непонятно, в каком смысле она “под”-категория. Грубо говоря, действие  $G$  – в отличие от, скажем, нормальности – это структура, а не свойство, и такие вещи правильнее было бы терминологически различать.

Резюмируя, полагаю, что диссертация Феклистова С. В. “О феномене Гартогса для почти однородных алгебраических многообразий со специальной компактификацией” удовлетворяет требованиям ВАК РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, сформулированным в п. 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней (постановление 842 от 24 сентября 2013 года), а ее автор Сергей Викторович Феклистов заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 – вещественный, комплексный и функциональный анализ (физико-математические науки).

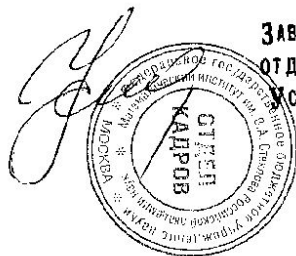
Официальный оппонент  
доктор физико-математических наук,  
профессор РАН,  
отдел алгебраической геометрии,  
ведущий научный сотрудник



Каледин Дмитрий Борисович

ФГБУН Математический институт им. В.А. Стеклова  
Российской академии наук  
Почтовый адрес: 119991, г. Москва, ГСП-1, ул. Губкина, 8  
Телефон: +7(916)189-7093  
E-mail: kaledin@mi-ras.ru

Подпись Д. Б. Каледина заверяю:



ЗАВЕДУЮЩИЙ  
ОТДЕЛОМ КАДРОВ  
УСАЧЕВА О. Г.

“24” июля 2023 г.