ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертацию
Пушкаревой Татьяны Алексеевны

ПЕРИОДЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛОВ ПРИМА НА ПЕРЕМЕННОЙ КОМПАКТНОЙ РИМАНОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук
по специальности 01.01.01 –
вещественный, комплексный и функциональный анализ

Классическая теория однозначных мероморфных дифференциалов и их периодов на фиксированной компактной римановой поверхности была построена в работах А. Пуанкаре, Ф. Клейна. Классическая теория соответствует тривиальному характеру $\rho = 1$. В работах Ф. Прима, Г. Роста, П. Аппеля были изучены мультипликативные функции и дифференциалы Прима, а также их периоды для специальных классов характеров на фиксированной компактной римановой поверхности. Эти результаты нашли приложения в теории уравнений математической физики – работы С. П. Новикова, И. М. Кричевера, в теории векторных расслоений над римановыми поверхностями и комплексными многообразиями – Р. Ганнинг, Дж. Кемпф, в аналитической теории чисел – Г. Петерсон, Дж. Фей, Дж. Йоргенсон, Х. М. Фаркаш. Принимая во внимание такую ценность мультипликативных объектов для специальных характеров, Р. Ганнинг начал, а В. В. Чуешев продолжил построение общей теории мероморфных дифференциалов Прима для общих характеров, но уже на переменной компактной римановой поверхности.

Цель диссертационной работы создать основы общей теории гармонических дифференциалов Прима и их периодов для любых характеров, как аналог теории абелевых дифференциалов, но для переменной компактной римановой поверхности. Эти исследования лежат на стыке таких областей математики, как математический анализ, функциональный анализ, геометрия, дифференциальные уравнения и алгебра. Диссертация Т.А. Пушкаревой относится к динамично развивающейся современной теории функций на римановых поверхностях. Это позволяет охарактеризовать направление, к которому относится диссертация, как актуальное, перспективное и имеющее приложения в различных областях математики.

Диссертация, изложенная на 110 страницах, состоит из введения, четырех глав и списка литературы. Во введении дан краткий исторический обзор по проблематике работы и кратко изложено содержание диссертации.

Методы исследования используют : универсальное расслоение Якоби, чьи слои являются многообразиями Якоби компактных римановых поверхностей, над пространством Тейхмюллера; метод построения базисов голоморфных дифференциалов и различных видов мероморфных дифференциалов Прима, которые голоморфно зависят от модулей компактной римановой поверхности и характеров ρ; сложную технику работы с классами дивизоров и голоморфными сечениями К. Эрла в пространствах целых дивизоров на переменной римановой поверхности.

В первой главе диссертации в §1.2 доказана теорема о полной сумме вычетов для $(\rho, q)-$дифференциалов Прима для любых целых порядков и при любых характерах ρ на переменной компактной римановой поверхности.

Как следствие в §1.3 доказываются законы взаимности для однозначных мероморфных функций и дифференциалов Прима, и находятся необходимые и достаточные условия существования $(\rho, q)-$дифференциалов с заданными полюсами и вычетами в них.

В §1.4 построены четыре основных типа элементарных дифференциалов Прима, локально голоморфно зависящие от характера ρ и модулей компактной римановой поверхности. Дано полное описание дивизоров элементарных дифференциалов Прима на поверхности. Любой мероморфный дифференциал можно представить в виде конечной суммы элементарных дифференциалов трех родов. С помощью таких элементарных дифференциалов Прима можно построить базисы локально голоморфных сечений всех основных типов векторных расслоений, со слоями состоящими из дифференциалов Прима, над произведением пространства Тейхмюллера и группы характеров

В §1.5 получены новые свойства пространств мероморфных мультипликативных функций с заданными полюсами на переменной компактной римановой поверхности и для переменных характеров. Кроме того, в §1.6 доказаны аналоги формулы разложения П. Аппеля для мультипликативных функций на переменной компактной римановой поверхности.

Во второй главе диссертации найдены основные соотношения на периоды и виды билинейных соотношений между периодами элементарных дифференциалов Прима трёх родов на переменной компактной римановой поверхности для любых существенных и несущественных характеров.

Таким образом в этой главе получена классификация билинейных соотношений для периодов дифференциалов Прима на переменной компактной римановой поверхности рода $g \geq 2$. Отметим, что частные случаи билинейных соотношений в работах П. Аппеля, Р. Ганнинга, В.В. Чуешева, Дж. Кемпфа, Э. Джеблоу рассматривались только на фиксированной поверхности и для специальных характеров. В §2.1 доказана эквивалентность основных соотношений П.Аппеля и Р.Ганнинга на периоды голоморфных дифференциалов Прима.

В третьей главе получены явные базисы в пространствах голоморфных абелевых и $(\rho, q)-$дифференциалов для несущественных характеров на четырех специальных римановых поверхностях и на всех кривых Ферма $F_n : y^n = x^n - 1, n \geq 3$.

В четвертой главе изучаются периоды гармонических дифференциалов Прима для существенных и несущественных характеров на переменной компактной римановой поверхности. В теореме 4.2.3 доказано, что гармоническое векторное расслоение Прима вещественно-аналитически изоморфно когомологическому расслоению Ганнинга над произведением пространства Тейхмюллера и группы нормированных нетривиальных характеров. Этот изоморфизм задается отображением периодов, которое сопоставляет гармоническому дифференциалу Прима ϕ на F_μ его класс периодов $[\phi] \in H^1(\Gamma_\mu, \rho)$. Предложение 4.4.1. является аналогом теорем де Рама и Ходжа для замкнутых и гармонических дифференциалов Прима для любых характеров на переменной компактной римановой поверхности.

Отметим, что эти результаты для частного случая фиксированной поверхности были получены Р. Ганнингом и Э. Джеблоу с помощью когомологий с коэффициентами в пучках. В нашем случае это получается элементарными способами используя классы периодов Ганнинга сразу для переменной компактной римановой поверхности.

В теореме 4.4.1 строятся канонические базисы гармонических дифференциалов Прима, которые вещественно-аналитически зависят от нормированных характеров и комплексно-аналитически зависят от модулей компактных римановых поверхностей.

В §4.5 в теореме 4.5.1 изучены периоды голоморфных дифференциалов для существенных характеров. В следствии 4.5.1 построены канонические базисы голоморфных дифференциалов Прима, локально голоморфно зависящие от существенных характеров и модулей компактных римановых поверхностей.

Основные результаты диссертации опубликованы в 4 статьях и 11 тезисах, из них 4 работы в ведущих рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК, и апробированы на научных семинарах и конференциях в Новосибирске, Томске, Казани, Кемерово и Красноярске. Автореферат правильно и полно отражает структуру и содержание диссертации. Все результаты диссертации Т.А. Пушкаревой являются новыми и имеют полные доказательства. Результаты могут найти применения в ПОМИ РАН (Санкт-Петербург), ИМ СО РАН (Новосибирск), СФУ, Московском, Новосибирском, Тверском, Казанском и Кемеровском университетах.

Считаю, что диссертационная работа Т.А. Пушкаревой соответствует специальности 01.01.01 (вещественный, комплексный и функциональный анализ), и соответствует всем критериям, установленным п.9 "Положения о присуждении ученых степеней" , а ее автор Пушкарева Татьяна Алексеевна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Научный руководитель, д.ф.-м.н. (специальность 01.01.01),
профессор кафедры математического анализа КемГУ

Виктор Васильевич Чуешев

Почтовый адрес: 650043, Кемерово, 43, Красная, 6, Кемеровский государственный университет, математический факультет, Чуешеву В.В.

Телефон: 8 923 499 33 41

E-mail: vvchueshev@ngs.ru

05.08.2014г.

Подпись Чуешева В.В. заверяю:
Документовед