ОТЗЫВ

официального оппонента профессора кафедры алгебры и дифференциальных уравнений федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования Кабардино-Балкарского государственного университета Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, доктора физико-математических наук, научного руководителя кафедры, Журтова Арчила Хазешовича на диссертационную работу Дуракова Бориса Евгеньевича «Группы с заданными системами конечных фробениусовых подгрупп с инволюциями» представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 — математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (физико-математические науки).

В диссертации изучается строение бесконечных периодических и смешанных групп, содержащих различные системы конечных фробениусовых подгрупп с инволюциями. Особая роль инволюций в теории групп хорошо известна, а теорема Фробениуса является одним из мощных средств исследования в теории конечных групп. В диссертации для некоторых классов бесконечных групп доказаны аналоги известных теорем Фробениуса, Бернсайда, Брауэра-Судзуки и теоремы Томпсона о разложимости в прямое произведение силовских подгрупп ядер конечных групп Фробениуса.

Как известно, в классе всех групп, в том числе и периодических, теорема Фробениуса не выполняется, но различные ее аналоги имеют исключительно важное значение для бесконечных групп с условиями конечности более слабыми, чем локальная конечность. В основе таких условий конечности по Шункову лежит понятие конечного элемента, порождающего с каждым своим сопряженным элементом конечную подгруппу (например, инволюции в периодической группе). Эти и другие условия конечности получили свое гражданство в 1964 г. в силу известных результатов Е.С. Голода и И.Р. Шафаревича. Систематическое изучение бесконечных групп с конечными элементами в Красноярске началось с 70-х годов прошлого века В.П. Шунковым и его учениками; этому направлению принадлежит и данная диссертация.

Различным обобщениям теоремы Фробениуса посвящено очень много работ по конечным и бесконечным группам. Периодические группы и группы Шункова, насыщенные конечными группами из различных множеств, интенсивно изучаются 30 лет. В большинстве работ насыщающее множество исследуемой группы состоит из заданного списка конечных простых групп. В них доказывается локальная конечность периодических групп (и определяется их строение) или существование локально конечной периодической части в группах Шункова. В ряде работ изучались периодические группы, насыщенные конечными группами диэдра и полудиэдральными группами, и также была доказана их локальная конечность. Исследованные в диссертации группы уже не обязательно являются локально конечными, и не всегда обладают периодической частью (примеры из § 1.3).

Диссертация состоит из введения, трех глав, списка литературы, содержащей 79 наименований, и занимает 69 страниц текста. В главе 1 диссертации приведены определения, используемые известные результаты и ряд примеров групп, для которых теоремы Фробениуса, Бернсайда, Брауэра-Судзуки и Томпсона в полном обьеме не верны. Эти примеры обосновывают необходимость дополнительных условий в формулировках доказываемых в диссертации теорем. Приведены также примеры смешанных и периодических не локально конечных групп, удовлетворяющих доказываемым в диссертации теоремам (примеры из § 1.3). Они построены из известных групп С.И. Адяна, А.Ю. Ольшанского, свободных произведений групп с объединенными подгруппами с помощью сплетений и факторизаций.

В главе 2 доказано, что группы с не максимальными обособленными 2-подгруппами, содержащие конечную или совершенную инволюцию, являются группами Фробениуса (теоремы 2.1.1, 2.1.3 и следствие 2.1.2). Найдено одно достаточное условие выполнимости в группе теоремы Брауэра-Судзуки (теорема 2.2.1, следствие 2.2.2). В теореме 2.2.3 указаны некоторые свойства контрпримера к вопросу В.Д. Мазурова 15.54 из Коуровской тетради. В § 2.3 исследуются периодические группы с парой обобщенно конечных элементов, насыщенные конечными группами Фробениуса с дополнениями четных порядков.

Доказано, что такие группы являются группами Фробениуса с абелевыми ядрами и дополнениями ранга 1.

В главе 3 диссертации исследуются бесконечные группы с дополнительными условиями конечности, в которых каждая конечная подгруппа содержится в конечной фробениусовой подгруппе (условие насыщенности).

В теореме 3.1.1 установлено строение периодической слабо сопряженно бипримитивно конечной группы с нетривиальным локально конечным радикалом, насыщенной конечными группами Фробениуса. В случае не локально конечного ядра доказано, что любая конечная подгруппа ядра нильпотентна, а периоды силовских подгрупп фактор-группы по локально конечному радикалу ограничены. Этот результат на более узкие классы групп (бинарно конечные группы и группы с не локально конечным ядром) уточняется в теоремах 3.1.2 и 3.1.3.

В теореме 3.2.1 доказано, что насыщенная конечными группами Фробениуса группа 2-ранга один с конечным элементом четного порядка > 2 разложима в полупрямое произведение нормальной периодической абелевой подгруппы F и централизатора инволюции, при этом любая максимальная периодическая подгруппа группы является группой Фробениуса с ядром F.

С помощью условия насыщенности в классе слабо сопряженно бипримитивно конечных групп 2-ранга 1 дана характеризация групп, в которых подгруппа, порожденная всеми элементами простых порядков, является периодической группой Фробениуса с абелевым ядром (теорема 3.2.2).

В § 3.3 изучаются насыщенные конечными группами Фробениуса группы 2-ранга больше 1. Слабо сопряженно бипримитивно конечная группа 2-ранга > 1 разложима в полупрямое произведение нормальной периодической подгруппы F и подгруппы без инволюций, нижний слой группы порождает группу Фробениуса с ядром $F = O_2(F) \times O_{2'}(F)$ и локально циклическим дополнением (теорема 3.3.1). Если локально конечный радикал группы тривиален, то силовская 2-подгруппа группы нормальна, а ее централизатор содержит подгруппу, порожденную всеми элементами простых нечетных порядков из ядра, которая раскладывается в прямое произведение своих силовских подгрупп (теорема 3.3.2).

В диссертации и автореферате указано, что исследования тесно связаны с вопросами 4.75, 6.56, 11.52, 12.48, 13.54, 14.58, 15.54, 20.94, 20.95 и др. из Коуровской тетради, что подчеркивает актуальность исследований.

Основные результаты диссертации Б.Е. Дуракова – аналоги теорем Бернсайда-Брауэра-Судзуки, Фробениуса и описание строения групп с инволюциями, насыщенных конечными группами Фробениуса. Они составляют весомый вклад в исследования групп с различными условиями конечности.

Результаты диссертационного исследования опубликованы в публикациях, аннотированных ВАК, и апробированы на конференциях Международного и Всероссийского уровней (в период с 2016 по 2023 год). Основные результаты диссертации опубликованы в пяти статьях (из них три совместно с научным руководителем) в журналах перечня ВАК и в материалах конференций.

Диссертация написана достаточно ясно и грамотно. Имеется не слишком длинный ряд пропущенных слов и словосочетаний. Отметим также, что Томпсон опубликовал решение знаменитой гипотезы Фробениуса о нильпотентности ядра не в 1959 году, как указано в диссертации, а в 1960.

Основные результаты диссертации являются новыми, своевременно опубликованы, известны специалистам и составляют весомый вклад в теорию бесконечных групп с условиями конечности. Они несомненно будут применяться в дальнейших исследованиях по теории групп и ее приложениях.

Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертация Б. Е. Дуракова «Группы с заданными системами конечных фробениусовых подгрупп с инволюциями» удовлетворяет требованиям ВАК РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, сформулированным в п. 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней (постановление №842 от 24 сентября 2013 года, а ее автор Борис Евгеньевич Дураков заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 — математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (физико-математические науки).

Официальный оппонент
доктор физико-математических наук,
научный руководитель кафедры алгебры
и дифференциальных уравнений, Журтов Арчил Хазешович

ФГБОУ ВО "Кабардино-Балкарский
государственный университет им. Х.М. Бербекова"
Почтовый адрес: ул. Чернышевского, 173,
г. Нальчик, 360004, Россия
Телефон: +7 (928) 691-32-51,
E-mail: zhurtov_a@mail.ru

"ЗАВЕРЯЮ"
Ученый секретарь КБГУ
«25» мая 2023 г.
М.В. Анисова