УТВЕРЖДАЮ
проректор по научной работе
Челябинского государственного
университета
д.ф.-м. н., профессор
__________ И.В. Бычков
«01» июня 2023 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

на диссертацию
Дуракова Бориса Евгеньевича
«Группы с заданными системами конечных фробениусовых подгрупп с инволюциями»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5
математическая логика, алгебра, теория чисел и
дискретная математика (физико-математические науки)

Выдающийся алгебраист М.И. Каргаполов неоднократно отмечал, что

> отдельной теории бесконечных групп не существует, поскольку почти всегда приходится опираться на конечные группы.

Диссертация Б.Е. Дуракова является примером справедливости этого утверждения, поскольку в ней изучаются достаточные условия переноса на бесконечные периодические группы замечательных результатов теории конечных групп: теорем Брауэра–Судзуки и Фробениуса. Отметим, что красноярская алгебраическая школа давно и плодотворно осваивает применение и перенесение результатов о группах Фробениуса на бесконечные группы.

Важность тематики диссертации прежде всего определяется тем, что простые переформулировки результатов о конечных группах для периодических групп, как правило, неверны, поэтому актуально находить условия для справедливости таких перенесений на периодические группы.

Диссертация состоит из введения и трех глав, список литературы содержит 79 названий.

Введение включает обзор основных понятий и результатов диссертационной работы. В частности, во введении формулируются основные вопросы **(A)**–**(E)**.

В первой главе приведены определения, обозначения и доказаны вспомогательные результаты, некоторые из них имеют самостоятельный интерес. Среди них отметим некоторые примеры из раздела 1.3.

Во второй главе диссертации исследованы бесконечные группы 2-ранга 1. Особо отметим следующие результаты.

Теорема 2.1.1. *Группа G с обособленной, не максимальной в G 2-подгруппой T и конечной инволюцией i локально конечна и является группой Фробениуса с абелевым ядром $[i, G]$ и локально циклическим, или (обобщенно) кватернионным дополнением T.*

Интересен аналог теоремы Бернсайда–Брауэра–Судзуки.

Теорема 2.2.1. *Пусть G — периодическая группа 2-ранга 1 и её инволюция i порождает с каждым элементом конечного порядка из G, не делящегося на 4, конечную подгруппу. Тогда $iO(G) \in Z(G/O(G))$.*

Третья глава диссертации посвящена изучению бесконечных групп, насыщенных конечными группами Фробениуса. Отметим следующий результат.

Теорема 3.2.2. *Группа G 2-ранга 1 с конечным элементом четного порядка > 2 и слабо сопряженно бипримитивно конечным централизатором инволюции тогда и только тогда является ΩFA-группой, когда она насыщена конечными группами Фробениуса.*

Этот результат представляется необычным, поскольку обычно рассматривается строение группы насыщенной определёнными подгруппами, а здесь наоборот указывается условие насыщенности. Своего рода — *обратная* насыщенность.

Также интересен результат о насыщенности группами Фробениуса.

Теорема 3.3.1. *Пусть слабо сопряженно бипримитивно конечная группа G содержит четверную группу Клейна и насыщена конечными группами Фробениуса. Тогда $G = F \rtimes H$, где F — периодическая группа, $\Omega_1(H)$ — локально циклическая группа без инволюций и $\Omega_1(G) = F \rtimes \Omega_1(H)$ — группа Фробениуса с ядром F и дополнением $\Omega_1(H)$.*

Все основные результаты диссертации являются новыми. Часть из них получена в соавторстве с научным руководителем А. И. Созутовым.

Автору удалось значительно продвинуться в решении интересных и важных задач для бесконечных периодических групп. Диссертация Б.Е. Дуракова производит хорошее впечатление своими результатами.

Она вносит существенный вклад в изучение бесконечных периодических групп.

Отметим, что в диссертации имеются некоторые недочёты в изложении, которые отразим в замечаниях ниже.

1. Термин *фробениусова* группа представляется неудачным, лучше всегда говорить группа Фробениуса.

2. На с. 5:

   > Как доказал В. В. Блудов (1997 г.)...

   Не хватает ссылки, видимо, это [4].

3. На с. 7:

   > Целью диссертационного исследования является получение частичных решений вопросов **(A)**, **(B)** и **(D)** при дополнительных условиях, накладываемых на группу, и выяснение свойств контрпримера к вопросам **(B)** и **(C)**.

   Непонятно, почему не упоминается вопрос **(E)**, но перед этим предложением указывается результат по этому вопросу.

4. Начало Главы1:

   > ...с монографиями А. И. Созутова [21,32], используемые известные результаты и ряд примеров групп, для которых теоремы Фробениуса, Бернсайда, Брауэра–Судзуки и Томпсона в полном обьеме не верны.

   Во-первых, не только А. И. Созутов является автором указанных монографий. Во-вторых, теорем Фробениуса, Бернсайда и Томпсона очень много, непонятно, какие из них имеются ввиду. Кроме того, само выражение

   > ...ряд примеров групп, для которых теоремы Фробениуса, Бернсайда, Брауэра–Судзуки и Томпсона в полном обьеме не верны

   не корректно.

5. На с. 16:

> **Определение 1.1.6.** *Через $\Omega_1(G)$ обозначается подгруппа группы G, порожденная всеми элементами простых порядков из G.*

Обозначение $\Omega_1(G)$ уже занято для p-групп. Это нужно указать.

6. На с. 17:

   > По определению $[i, G]$ есть *группа*, порожденная всеми коммутаторами $[i, g] = i^{-1}g^{-1}ig$, где g пробегает G.

   Не совсем правильно, надо заменить слово *группа* на

   > подгруппа группы G.

7. Теорема 3.2.2 имеет неудачную формулировку, впрочем этот недостаток присущ и другим результатам.

   > *Группа G 2-ранга 1 с конечным элементом четного порядка > 2 и слабо сопряженно бипримитивно конечным централизатором инволюции тогда и только тогда является ΩFA-группой, когда она насыщена конечными группами Фробениуса.*

   Лучше было бы так.

   > *Пусть группа G имеет 2-ранг 1, конечный элемент четного порядка большего 2 и слабо сопряженно бипримитивно конечный централизатор инволюции. Тогда группа G является ΩFA-группой тогда и только тогда, когда она насыщена конечными группами Фробениуса.*

8. В текстах диссертации и автореферата имеются $\TeX$нические ошибки и грамматические неточности.

Приведённые замечания не играют существенной роли и легко устранимы при внимательном чтении.

Результаты диссертации Б.Е. Дуракова опубликованы в пяти статьях в изданиях перечня ВАК. Эти результаты неоднократно докладывались на различных конференциях и семинарах. Автореферат диссертации правильно и достаточно полно отражает ее содержание.

Диссертация Б. Е. Дуракова представляет собой законченное научное исследование. Работа удовлетворяет требованиям ВАК РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, сформулированным в п. 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней (постановление №842 от 24 сентября

2013 года). Автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 – математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании кафедры компьютерной безопасности и прикладной алгебры Челябинского государственного университета 29 мая 2023 года, протокол № 12.

заведующий кафедрой компьютерной безопасности и прикладной алгебры, канд. физ.-мат. наук, доцент
Ручай А. Н.

профессор кафедры компьютерной безопасности и прикладной алгебры, доктор физ.-мат. наук, доцент
Кораблева В. В.

профессор кафедры компьютерной топологии и алгебры, доктор физ.-мат. наук, доцент
Алеев Р. Ж.

Федеральное государственное бюджетное образовательнос учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет»

454001, г. Челябинск, ул. Братьев Кашириных, 129,
https://www.csu.ru/
+7(351)799-71-29
odou@csu.ru

Подпись Ручая А.Н., Кораблевой В.В., Алеева Р.Ж.
удостоверяю Акутина
специалист по кадрам