

УТВЕРЖДАЮ

И.о. проректора по научной и инновационной
деятельности Национального исследовательского
Томского государственного университета,
кандидат геолого-минералогических наук



Краснова Татьяна Семеновна

«14» августа 2023 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

на диссертацию Лихачевой Алены Олеговны

«Ковры и ковровые подгруппы групп Шевалле типов B_i, C_i, F_4 »,

представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности

1.1.5 – Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Актуальность темы. Диссертация А.О. Лихачевой посвящена изучению подгрупп групп Шевалле, задаваемых системой корней и наборами аддитивных подгрупп. Набор подгрупп $A = \{A_{ij} \mid 1 \leq i, j \leq n\}$ коммутативного кольца K с условиями $A_{ir}A_{rj} \subseteq A_{ij}$, $1 \leq i, r, j \leq n$, называется полным матричным ковром. Если убрать из набора диагональные подмножества A_{ii} , то получается элементарный матричный ковер. Элементарный ковер A задает элементарную ковровую подгруппу $E_n(A) = \langle t_{ij}(A_{ij}) \mid 1 \leq i, j \leq n, i \neq j \rangle \subseteq SL_n(K)$, где $t_{ij}(u)$ – элементарные трансвекции. Ковры и ковровые подгруппы изучались Ю.И. Мерзляковым, Н.С. Романовским, З.И. Боровичем и другими авторами. Понятия ковра и ковровой подгруппы перенесены на группы Шевалле разными способами в работах К. Судзуки, Н.А. Вавилова и В.М. Левчука. Ковры применялись при решении различных задач, среди которых можно упомянуть описание богатых трансвекциями подгрупп линейных групп и описание центральных и коммутаторных рядов, что позволяет сделать вывод об актуальности тематики. На актуальность изучения ковров в связи с группами Шевалле указывает также появление в Коуровской тетради вопросов по этой теме. Два важных вопроса были поставлены В.М. Левчуком в 1980 и 2002 гг.:

Вопрос 7.28. Какие условия на элементарный ковер (в терминах A_r) необходимы и достаточны для того, чтобы ковровая подгруппа $E(\Phi, A)$ группы Шевалле $E(\Phi, K)$ пересекалась с подгруппой $x_r(K)$ по $x_r(A_r)$?

Вопрос 15.46. Редуцируется ли вопрос 7.28 об условиях замкнутости элементарного ковra $A = \{A_r \mid r \in \Phi\}$ к леву рангу 1, когда K – поле? Более точно, верно ли, что для допустимости ковra A необходима и достаточна допустимость подковров $\{A_r, A_{-r}\}, r \in \Phi$, ранга 1?

Целью диссертационной работы является описание неприводимых ковров аддитивных подгрупп лиева типа B_l, C_l и F_4 над полями.

Основные задачи диссертационного исследования:

1. Доказать существование незамкнутых неприводимых ковров лиева типа, ассоциированных с любой заданной системой корней.

2. Получить описание неприводимых ковров аддитивных подгрупп над локально конечными полями ранга больше 1.

3. Получить описание неприводимых ковров типа B_l, C_l и F_4 при $l \geq 2$ над полем F характеристики 0 или 2, хотя бы одна аддитивная подгруппа которых является R -модулем, если F – алгебраическое расширение поля R .

Содержание работы соответствует поставленным задачам. Работа состоит из введения, трех глав, заключения, словаря терминов и списка литературы. Объем работы – 71 страница.

Во введении описывается история возникновения вопроса, обосновывается новизна и актуальность исследования. Глава 1 содержит основные определения, необходимые для дальнейшей работы. В ней строятся примеры незамкнутых ковров над различными классами коммутативных колец, приводятся определения ковra, ковровой подгруппы, вводятся необходимые технические леммы. Основной здесь является теорема 1.4.1, согласно которой для всякой системы корней найдется подходящий неприводимый незамкнутый ковер. В главе 2 рассматриваются ковры лиева типа над локально конечными полями. Доказаны теоремы 2.3.1 и 2.4.1, описывающие неприводимые ковры

над такими полями. Глава 3 посвящена описанию ковров типа B_i , C_i и F_4 над полями. Ключевым результатом в ней является теорема 3.3.1.

Автору удалось полностью решить поставленные задачи. Полученные результаты представляют теоретический интерес и могут быть применены в теории групп Лиэва типа. В работе впервые указаны примеры неприводимых незамкнутых ковров любого Лиэва типа, в которых все подковры ранга 1, кроме одного, замкнуты. Завершено описание неприводимых ковров ранга > 1 над полем F , хотя бы одна аддитивная подгруппа которых является R -модулем, где F – алгебраическое расширение поля R (в частности, если F локально конечно).

Обоснованность и достоверность полученных А.О. Лихачевой научных результатов обеспечивается использованием методов линейной алгебры, теории полей и теории групп, а также исчерпывающими доказательствами. Результаты диссертации опубликованы в 4 статьях в изданиях перечня ВАК, в том числе одной статье без соавторов. Эти результаты неоднократно докладывались на научных конференциях и алгебраических семинарах. Автореферат достаточно полно и верно отражает содержание диссертации.

Текст диссертации написан хорошим языком с точки зрения как математики, так и грамматики. Работа оформлена достаточно тщательно. Имеется несколько замечаний:

1. На с. 6 в 11-й строке сверху следовало бы написать «Коуровская тетрадь» с заглавной буквы.
2. На с. 69 диссертации в описании публикации [46] указаны номера страниц, не совпадающие с указанными в автореферате.
3. В ситуации, когда R является полем, было бы более естественно вместо R -модулей говорить о векторных R -пространствах.

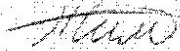
Указанные недостатки не ставят под сомнение научную значимость результатов и не влияют на общее благоприятное впечатление о работе.

Диссертация «Ковры и ковровые подгруппы групп Шевалле типов B_i , C_i , F_4 » представляет собой завершённую научно-исследовательскую работу на актуальную тему и удовлетворяет требованиям п. 9 «Положения о порядке

присуждения ученых степеней», предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор – Лихачева Алена Олеговна – заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 – Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

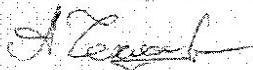
Отзыв на диссертацию составлен доктором физико-математических наук (01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел), доцентом, профессором кафедры алгебры Е.А.Тимошенко и доктором физико-математических наук (01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел), доцентом, профессором кафедры алгебры А.Р.Чехловым, обсужден и одобрен на заседании кафедры алгебры ТГУ (протокол № 5 от 9 августа 2023 г.).

Профессор кафедры алгебры,
доктор физико-математических наук,
доцент



Тимошенко Егор Александрович

Профессор кафедры алгебры,
доктор физико-математических наук,
доцент



Чехлов Андрей Ростиславович

Сведения об организации: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет»

Почтовый адрес: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36

Тел.: +7 (3822) 52-98-52

E-mail: rector@tsu.ru

Адрес сайта: www.tsu.ru

Подпись удостоверю
Заместителя начальника
Управления делами
14 08 2023 М.Б. Уялова