

УТВЕРЖДАЮ
проректор - начальник Управления научной
политики МГУ имени М.В. Ломоносова
доктор физ.-мат. наук, профессор
Андрей Анатольевич Федянин



А.А. Федянин

июль 2022 г.

Отзыв

ведущей организации на диссертационную работу
Богданова Дмитрия Валериевича
«Нули гипергеометрических полиномов
многих комплексных переменных»,
представленной к защите на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Полином от нескольких комплексных переменных – это объект, интересный многим математическим дисциплинам: алгебраической геометрии, комплексному анализу и др. Геометрия множества его нулей — алгебраическая гиперповерхность, вообще говоря, весьма сложна. Диаграммы Рейнхарта и амобы исходно представляли собой средство визуализации алгебраической гиперповерхности. Однако оказалось, что этот подход устанавливает связи с торической геометрией, тропической математикой и другими областями. Это поддерживает интерес к изучению амоб полиномов Лорана.

Гипергеометрические функции нескольких переменных – естественное обобщение классических гипергеометрических функций одного переменного, – это также актуальная область математики, где завязаны интересы комплексного анализа, дифференциальной алгебры, уравнений с частными производными и др.

Предметом данного диссертационного исследования является область, лежащая на пересечении этих двух направлений, т.е. предметом исследования являются амебы нулей полиномов в контексте гипергеометрической теории. Еще одной особенностью работы является ориентация на конструктивные и алгоритмические методы, вплоть до компьютерной реализации.

Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, трех приложений, списков использованной литературы и публикаций автора (все вместе – 93 страницы). В ней много иллюстраций с изображением амеб, построенных программами, разработанными автором.

Во введении описан математический контекст данной области, даются необходимые определения. Далее описывается структура диссертации, и приводятся формулировки основных результатов. Отметим приведенный во введении любопытный эвристический список свойств гипергеометрических полиномов (6 пунктов на с.13-14).

В первой главе дается развернутое определение гипергеометрической функции: через рекуррентное соотношение (коэффициент Оре-Сато), и через систему линейных дифференциальных соотношений (система Горна). Приводятся два определения амебы полинома: аффинной и компактифицированной. Далее доказывается один из основных результатов (лемма 1.8) о независимости числа компонент дополнения к амебе от мономиального преобразования, изложены определения оптимальной амебы и сплошной амебы. В рассмотрение включается многогранник Ньютона полинома, даны определения выпуклости и связности, специфических для подмножеств целочисленной решетки. Далее доказывается теорема (1.18) о существовании гипергеометрической системы, в т.ч. ее решением является полином с заданным носителем. При этом, если добавить требование минимальности голономного ранга, то такой полином оказывается единственным. В теореме 1.23 в терминах тропической математики дается условие оптимальности гипергеометрического полинома с заданным носителем. Далее в главе разбирается вопрос об оптимальности классических гипергеометрических рядов от двух переменных. Кроме перечисленных результатов, первая глава содержит немало примеров гипергеометрических полиномов двух переменных, изображений их многогранников Ньютона и амеб.

Основное внимание во второй главе направлено на конструктивную процедуру построения оптимальной амебы, т.е. поиска полиномиальных решений гипергеометрической системы с заданным коэффициентом Оре-Сато. А также построения алгоритмов описания контуров амебы, т.е. множества критических точек логарифмического отображения Гаусса. Вторая глава также содержит немало разобранных примеров.

В заключении, в качестве основных, фиксируются три результата: существование системы Горна для заданного полинома, существование,

при некоторых условиях, системы Горна для полинома с заданным носителем, условие оптимальности амебы гипергеометрического полинома.

Список цитированной литературы содержит 72 названия. Результаты диссертации опубликованы в двух журнальных публикациях (в соавторстве) и в тезисах трех конференций.

В приложениях приводятся четыре алгоритма вычисления амеб и изображения красивых амеб высокой сложности.

Результаты диссертации представлены последовательно и логично.

При этом можно отметить несколько мелких недочетов:

– в определении 1.1. (с.23.7-) нулевое множество полинома обозначается двумя разными способами;

– формула на с. 33 (2+) все же не есть определение функции $\Gamma(z)$, а ее свойство;

– использование слова «суть» (с.36, 12+) затемняет смысл фразы;

– что такое «степень Адамара» (с. 38 подпись к рис.1.3) знают не все, лучше пояснить;

– обороты «об его» (с.17, 8-), «тушка амебы» (с.59 опр. 2.2), «конструктивная генерация» (с.61, 4+) – не удачны.

Еще следует отметить, что обе публикации соискателя в рецензируемых журналах написаны в соавторстве. Это ставит вопрос о разделении авторства опубликованных в них результатов.

Это, однако, не отменяет достоинств работы Д.В. Богданова, основные положения которой достаточно полно раскрыты в автореферате и публикациях диссертанта. Это позволяет сделать следующие выводы: тема диссертации Д.В. Богданова важна, актуальна и вполне соответствует специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ. Основные результаты являются новыми, и представляют собой ответы на естественные вопросы теории гипергеометрических полиномов. Диссертация представляет собой заметный вклад в теорию гипергеометрических полиномов и амеб. Полученные результаты опубликованы в 5 работах, 2 из которых – в рецензируемых журналах. Также эти результаты докладывались на 9 конференциях и семинарах. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Таким образом, можно заключить, что диссертация «Нули гипергеометрических полиномов многих комплексных переменных» соответствует требованиям пунктов 9-11, 13, 14 действующего «Положения

о присуждении научных степеней», а ее автор – Богданов Дмитрий Валериевич – заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв на диссертацию заслушан и утвержден на заседании кафедры теории функций и функционального анализа Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, протокол № 4 от «14» июня 2022 года.

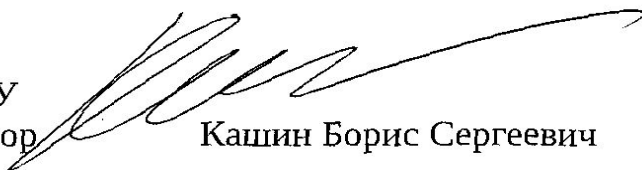
Отзыв составил:

д-р физ.- мат. наук, профессор
кафедры теории функций
и функционального анализа
механико-математического факультета МГУ



Белошапка Валерий Константинович

Зав. кафедрой теории функций
и функционального анализа
механико-математического факультета МГУ
академик РАН, д-р физ.- мат. наук, профессор



Кашин Борис Сергеевич

Зам. декана по научной работе
механико-математического факультета МГУ
д-р физ.- мат. наук, профессор



Иванов Александр Олегович

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова».

Почтовый адрес: 119991, Россия, Москва, Ленинские горы, д. 1.

Тел.: +7 (495) 939-10-00.

E-mail: info@rector.msu.ru.

Адрес сайта: www.msu.ru.