

УТВЕРЖДАЮ

проректор-начальник Управления  
научной политики  
МГУ имени М. В. Ломоносова  
д-р физ.-мат. наук, профессор



### ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

на диссертацию

**Кравцовой Ольги Вадимовны**

**«Вопросы строения конечных квазиполей и групп коллинеаций  
полуполевых проективных плоскостей»,**

представленную на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

В диссертации изучаются конечные проективные плоскости, их группы коллинеаций, а также координатизирующие их неассоциативные алгебраические системы.

Работа состоит из введения и семи глав. Во введении содержится история проблематики, формулируются некоторые предшествующие результаты и основные проблемы. Дается обзор полученных результатов. В первой главе вводится аксиоматика проективных плоскостей, их автоморфизмы, описывается схема координатизации конечных проективных плоскостей, типы плоскостей в увязке с типами соответствующих алгебраических систем – квазиполей, полуполей, почти-полей и т.п. На этой основе формулируются основные задачи (A) – (D) о конечных квазиполях, полуполях и почти-полях. Сформулируем их кратко. Пусть  $Q$  обозначает квазиполе в задачах (A), (B), квазиполе или полуполе в задачах (C), (D). (A) Перечислить максимальные подполя в  $Q$ . (И связанный с этим вопрос (A1) Ограничено ли в совокупности количество максимальных подполей конечного почти-

поля?) (B) Подтвердить гипотезу об однопорочности мультипликативной лупы  $Q^*$  или найти опровергающие примеры. (C) Найти возможные порядки элементов  $Q^*$ . (D) Найти порядок группы автоморфизмов  $Q$ .

Центральной темой диссертации является гипотеза Хьюза о разрешимости группы коллинеаций конечной недезарговой проективной плоскости. В главе 2 развиваются подходы и методы решения проблемы Хьюза. Разрешимость полной группы коллинеаций равносильна разрешимости группы автогопизмов  $\Lambda$ . В контрпримере к гипотезе Хьюза в  $\Lambda$  найдется сечение, являющееся минимальной простой группой. Привлекается классификация Томпсона минимальных простых групп. Основной метод исследования в работе – так называемые регулярные множества полуполевои плоскости (полуполя).

Реализации программы решения проблемы Хьюза посвящена глава 3. Определены регулярные множества и их найдены их матричные представления для построения конечных недезарговых полуполевои плоскостей с условиями на подгруппы группы автогопизмов. Среди основных результатов – доказательство того, что в группе коллинеаций плоскости нечетного порядка нет подгруппы, изоморфной знакопеременной группе  $A_5$  (и потому знакопеременной и симметрической группы любой степени, не меньшей 5) и ее накрывающей группы  $SL(2,5)$ , а при дополнительном ограничении на характеристику – группы диэдра порядка 8. При определенных условиях на порядок плоскости и характеристику в группе автогопизмов не может быть подгруппы, изоморфной простой группе Судзуки и группе  $PSL(2,q)$ . В главе 4 на основе матричных представлений регулярных множеств построены примеры полуполевои плоскостей, реализующие общие возможности из главы 3. В частности, построены примеры и семейства полуполевои плоскостей, группы коллинеаций которых содержат подгруппу  $S_3$  и группу кватернионов  $Q_8$ .

Главы 5 – 7 посвящены задачам (A) – (D). Следует отметить разработку и применение для выяснения лево-(право-)цикличности некоторых полуполей введенных автором минимальных многочленов, аналогов минимальных многочленов для конечных полей. Получено полное решение задач (A) – (D) для полуполей порядка 16, двух исключительных полуполей порядков 32 и 64 и некоторых полуполей порядков  $3^4$ ,  $5^4$ ,  $13^4$ , построенных автором в главе 4. В главе 6 задачи (B) –

(D) и некоторые связанные с ними вопросы решаются для почти-полей, в главе 7 в основном решена проблема (A) для конечных почти-полей. Вопрос (A1) об ограниченности количества максимальных подполей решен отрицательно для минимальных собственных почти-полей Диксона.

Диссертация богата содержанием в объеме 225 страниц и подводит итог многолетних исследований автора и ряда других авторов по тематике конечных проективных плоскостей и связанных с ними алгебраических структур. Результаты диссертации опубликованы в 25 статьях в рецензируемых журналах, в том числе 23 статьи в изданиях перечня ВАК. Эти результаты неоднократно докладывались на многочисленных конференциях и семинарах, в том числе на научно-исследовательском семинаре кафедры высшей алгебры МГУ в 2019 году.

Достоверность полученных результатов не вызывает сомнения.

Автореферат диссертации полностью отражает ее содержание.

#### **Замечания.**

Проблемы (A) – (D) автор упоминает как вопросы, хотя поставлены они не как вопросы.

Не дано в явном виде определение дезарговой (недезарговой) проективной плоскости. (Хотя оно вполне может считаться общеизвестным.)

Неоднократно отмечается, что в построениях использованы компьютерные вычисления, но только во введении упомянуто, что на основе авторских программ.

Диссертация очень хорошо оформлена и тщательно выверена. Тем не менее, она не свободна от опечаток. Так, есть опечатка на с. 42, в 3 строке снизу; на с.67 в 3.4.1 пропущено условие ранг 2; на с.94, в абзаце после замечания 3.6.2 нужно «во всех конечных простых группах»; на с.102, в 5 строке повторено слово «построения», очевидно, требуется «представления»; на с. 154 в формуле теоремы 5.4.3 первая буква  $D$ , очевидно, должна быть курсивной (означает множество неизоморфных полуполей, изотопных полуполею  $D$ ). В списке литературы в заголовке статьи [39] пропущена буква  $p$  в слове “spread”

Приведенные замечания не являются существенными и не влияют на общую высокую оценку работы.

Диссертация О. В. Кравцовой представляет собой законченное научное исследование. Работа удовлетворяет требованиям п. 9 Положения о присуждении

ученых степеней, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании кафедры высшей алгебры МГУ.

“\_16 ” августа\_ 2022 года.

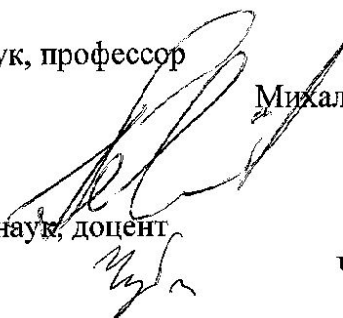
Зам. декана по научной работе  
мех-мат факультета МГУ,  
профессор

Иванов Александр Олегович


Заместитель заведующего кафедрой высшей алгебры,  
профессор

Зайцев Михаил Владимирович

Доктор физико-математических наук, профессор

Михалев Александр Васильевич

Кандидат физико-математических наук, доцент

Чубаров Игорь Андреевич

*Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего  
образования «Московский государственный  
университет имени М. В. Ломоносова»*

*119991, г. Москва, Ленинские горы, д. 1*

*<https://www.msu.ru/>*

*+7 (495) 939-10-00*

*[info@rector.msu.ru](mailto:info@rector.msu.ru)*