

ОТЗЫВ

официального оппонента
на диссертацию Пушкаревой Татьяны Алексеевны
«Периоды дифференциалов Прима на переменной
компактной римановой поверхности», представленную на соискание
ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.01 – вещественный,
комплексный и функциональный анализ

В работах Ф. Прима, П. Аппеля, Х. Фаркаша и И. Кра были изучены мультипликативные функции и дифференциалы для специальных классов характеров. Приложения этих объектов в теории уравнений математической физики (Дж. Фей, С. П. Новиков), в аналитической теории чисел (Г. Петерсон, Дж. Йоргенсон, Х. Фаркаш) и в теории векторных расслоений (Дж. Кемпф), привели к тому, что Р. Ганнинг (1980 г.) начал, а В. В. Чуешев продолжил, построение общей теории мероморфных дифференциалов Прима для общих характеров, но уже на переменной компактной римановой поверхности.

Диссертационная работа посвящена созданию основ теории гармонических дифференциалов Прима и их периодов для любых характеров, по аналогии с теорией абелевых дифференциалов, но уже для переменной компактной римановой поверхности. Методы исследования основаны на следующих современных объектах : универсальное расслоение Якоби, чьи слои являются многообразиями Якоби компактных римановых поверхностей, над пространством Тейхмюллера; метод, разработанный Чуешевым В.В., построения базисов голоморфных дифференциалов и различных видов мероморфных дифференциалов Прима, причем эти дифференциалы голоморфно зависят от модулей компактной римановой поверхности и характеров ρ , а также на сложной технике работы с классами дивизоров и голоморфными сечениями К. Эрла в пространствах целых дивизоров на переменной компактной римановой поверхности. Диссертация Т.А. Пушкаревой относится к современной геометрической теории функций на римановых поверхностях, что говорит об актуальности и наличии приложений в комплексном анализе.

Диссертация изложена на 110 страницах и состоит из введения, четырех глав и списка литературы. Во введении дан краткий исторический обзор и кратко изложено содержание диссертации.

В первой главе диссертации впервые доказана теорема 1.2 о полной сумме вычетов для (ρ, q) -дифференциалов Прима любых целых порядков и при любых

характерах ρ на переменной компактной римановой поверхности рода $g \geq 2$. Как следствие из теоремы о вычетах получаются законы взаимности для однозначных мероморфных функций и дифференциалов Прима на компактной римановой поверхности.

В §1.4 построены четыре основных типа элементарных дифференциалов Прима, локально голоморфно зависящие от характера ρ и модулей компактной римановой поверхности. Впервые дано полное и конструктивное описание дивизоров элементарных дифференциалов Прима на поверхности. Любой мероморфный дифференциал можно представить в виде конечной суммы элементарных дифференциалов трех родов. Элементарные дифференциалы Прима также позволяют строить базисы локально голоморфных сечений основных типов векторных расслоений, со слоями состоящими из дифференциалов Прима, над произведением пространства Тейхмюллера и группы характеров.

В §1.5 и §1.6 получены новые свойства пространств мероморфных мультипликативных функций с заданными полюсами и доказаны аналоги формулы разложения П. Аппеля для мультипликативных функций на переменной компактной римановой поверхности и для переменных характеров.

Вторая глава диссертации посвящена нахождению основных соотношений на периоды и видов билинейных соотношений между периодами элементарных дифференциалов Прима трёх родов на переменной компактной римановой поверхности отдельно для существенных и несущественных характеров. В этой главе получена классификация билинейных соотношений для периодов дифференциалов Прима на переменной компактной римановой поверхности рода $g \geq 2$. Частные случаи билинейных соотношений были найдены в работах П. Аппеля, Р. Ганнинга, В.В. Чуешева, Дж. Кемпфа, Э. Джеблоу, причем эти соотношения рассматривались только на фиксированной поверхности и для специальных характеров. В §2.1 доказана эквивалентность основных соотношений П.Аппеля и Р.Ганнинга на периоды голоморфных дифференциалов Прима.

Третья глава посвящена построению явных базисов в пространствах голоморфных абелевых и (ρ, q) -дифференциалов для несущественных характеров на четырех специальных римановых поверхностях и на всех кривых Ферма $F_n : y^n = x^n - 1$, $n \geq 3$.

Четвертая глава диссертации посвящена изучению периодов гармонических дифференциалов Прима отдельно для существенных и несущественных характеров на переменной компактной римановой поверхности. Доказано, что гармоническое векторное расслоение Прима вещественноаналитически изо-

морфно когомологическому расслоению Ганнинга над произведением пространства Тейхмюллера и группы нормированных нетривиальных характеров. Изоморфизм задается отображением периодов, которое сопоставляет гармоническому дифференциалу Прима φ на F_μ его класс периодов $[\varphi] \in H^1(\Gamma_\mu, \rho)$. Предложение 4.4.1. является аналогом теорем де Рама и Ходжа для замкнутых и гармонических дифференциалов Прима для любых характеров на переменной компактной римановой поверхности. При этом для доказательства не требуется сложная техника когомологий с коэффициентами в пучках, как у Р. Ганнинга и Э. Джеблоу, и доказательство дается сразу для переменной компактной римановой поверхности.

В теореме 4.4.1 строятся канонические базисы гармонических дифференциалов Прима, которые вещественно-аналитически зависят от нормированных характеров и комплексно-аналитически зависят от модулей компактных римановых поверхностей.

В §4.5 в теореме 4.5.1 найдено минимальное число периодов для однозначного задания голоморфного дифференциала для существенных характеров. Кроме того, построены канонические базисы голоморфных дифференциалов Прима, локально голоморфно зависящие от существенных характеров и модулей компактных римановых поверхностей.

Основные результаты диссертации опубликованы в 4 статьях и 11 тезисах, из них 2 работы в ведущих рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК, и апробированы на научных конференциях в Новосибирске, Томске, Казани, Кемерово и Красноярске. Автореферат правильно и полно отражает структуру и содержание диссертации. Все результаты диссертации Т.А. Пушкаревой являются новыми и имеют полные доказательства. Результаты могут найти применения в ПОМИ РАН (Санкт-Петербург), ИМ СО РАН (Новосибирск), СФУ, Московском, Новосибирском, Тверском, Казанском и Кемеровском университетах.

В качестве замечаний отметим следующее: 1) в предварительных сведениях нужно было привести теорему о свободных точках в дивизорах, что существенно облегчило бы чтение диссертации; 2) имеются опечатки в тексте диссертации на странице 18, 10 строка сверху; странице 26, 9 строка снизу; странице 38, 5 строка сверху; странице 56, 6 строка сверху и на странице 73, 3 строка снизу. 3) на стр.12 в определении 1.1.2 заменить m на q , так как дальше по тексту говорится про q -дифференциалы; 4) в нескольких местах словосочетание фактор пространство надо писать через тире. 5) 74 стр. теоремой А уже обозначена

теорема Беннама. Эти замечания имеют технический характер и не влияют на результаты диссертации. В целом диссертационная работа оформлена хорошо и представляется важным исследованием, результаты которого привлекут внимание специалистов по геометрической теории функций и других разделов современной математики.

Считаю, что диссертационная работа Т.А. Пушкаревой удовлетворяет требованиям, установленным п. 9 "Положения о присуждении ученых степеней", имеет внутренне единство и является завершенной научно-квалификационной работой. В ней решена задача, имеющая существенное значение для комплексного анализа. Диссертация удовлетворяет всем требованиям ВАК Министерства образования и науки РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ, а ее автор Пушкарева Татьяна Алексеевна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент,
федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего
профессионального образования «Сибирский
государственный аэрокосмический университет
имени академика М.Ф. Решетнёва»,
кафедра прикладной математики,
заведующий кафедрой,
доктор физико-математических наук,
профессор

660014 г. Красноярск,
проспект имени газеты
«Красноярский рабочий», д. 31.
т. +79135244101,
e-mail: safonovkv@rambler.ru



Сафонов

Константин Владимирович

25.09.14

