

## ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертационную работу Штуккерт Полины Константиновны  
«Квазиполя и проективные плоскости трансляций малых четных порядков»  
по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел  
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Изучением и построением квазиполей занимались многие выдающиеся математики, среди которых можно выделить О. Веблена, Ж.М. Веддерберна, Л. Диксона, Д. Кнута, Н.Д. Подуфалова. В отличие от конечных полей, конечные квазиполя изучены довольно мало. Начиная с работ О. Веблена, Ж.М. Веддерберна и Л. Диксона, построения квазиполей связаны с построениями проективных плоскостей трансляций и в работах Е.Клейнфилда и Д.Кнута основываются на компьютерных вычислениях. В 1991 году Г. Венэ высказал гипотезу о правоцикличности любого конечного полуполя. В 2004 году И.Руа на основе известного перечисления Кнута полуполевых плоскостей порядка 32 выявил полуполе порядка 32, лупа которого не является правоциклической. Гипотеза Г. Венэ о правоцикличности лупы конечного полуполя остается открытой, когда порядок поля более чем 32.

Перечисление изоморфных классов плоскостей трансляций порядка 16 завершено в 80-х годах в работах П.Лоримера, У.Демпволфа и А.Рейфарта. Е.Клейнфилд доказал, что собственные полуполя порядка 16 образуют два изотопных класса. Д.Кнут выписал формулы умножения двух представителей изотопных классов и показал, что для каждого из 23 полуполей порядок группы автоморфизмов меньше либо равен 6. Полуполевые плоскости и полуполя порядка 32 классифицировали Д.Кнут и Р.Волкер в 60-х годах. Классификацию всех плоскостей трансляций порядка 32 сделали в 2011 году У.Демпволф и Р.Рокенфеллер. Е.Клейнфилд в построении квазиполя порядка 16 с ядром порядка 4 использует латинские прямоугольники. Отметим, что связи проективных плоскостей и латинских квадратов отражает Д.Хьюгес, а исследования латинских квадратов и прямоугольников, восходящие еще к Л.Эйлеру, имеют богатую историю.

Следующие вопросы для конечного собственного квазиполя выделил В.М.Левчук:

*перечислить максимальные под поля и их порядки;*

*найти конечные квазиполя, у которых лупа не является однопорожденной;*

*описать спектры лупы конечного полуполя и квазиполя.*

В диссертации данные вопросы исследуются для квазиполей недезарговых проективных плоскостей трансляций малых четных порядков; для представителей изотопных классов полуполей порядка 32 и квазиполей порядка 16, а также для всех полуполей порядка 16. Для решения данных задач применяются общие алгебро-геометрические методы и специальные методы построения регулярных множеств проективных плоскостей трансляций, латинских прямоугольников и таблицы Кэли лупы.

К основным результатам можно отнести следующие:

- 1) перечислены максимальные подполя и спектры лупы ненулевых элементов представителей изотопных классов квазиполей порядка 16 и всех полуполей порядка 16;
- 2) доказана однопорожденность лупы всех полуполей порядка 16 и полуполя Кнута-Руа;
- 3) указаны представители изотопных классов собственных полуполей порядка 32, найден спектр их лупы, доказана порождаемость лупы любым элементом, не лежащим в подполе.

П.К.Штуккерт получены также ответы на вопросы В.В. Беляева о латинских ( $r \times 6$ )-прямоугольниках ( $r \leq 6$ ).

Отметим некоторые недостатки данной диссертации.

На стр. 10 при определении правого квазиполя зачем-то требуется изменение свойства 3) определения 1.1.1.

На стр. 14 определение важного биективного отображения  $\theta$  дано некорректно, что в дальнейшем делает сложным для читателя проверку многих вычислений, в частности, нахождения таблиц Кэли исследуемых квазиполей.

На стр. 21 и 23 хорошо было бы привести таблицы Кэли для квазиполей  $Q_5^*$ ,  $Q_4^*$ ,  $Q_3^*$ , иначе проверка доказательства для читателя становится более затруднительной.

Понятие ядра квазиполя возникает в тексте диссертации более 10 раз прежде чем появляется его определение на стр. 60.

На стр. 30 не ясно написан второй абзац доказательства теоремы 1.4.3.

Определение базы полуполя в тексте не появляется вообще.

На стр. 52 вместо  $GL(4,2)$  надо написать  $GL(4, Z_2)$ .

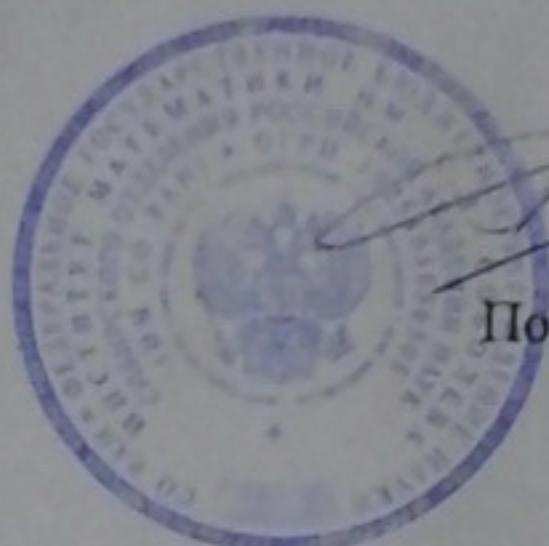
Тем не менее, все результаты диссертации обоснованы хорошими доказательствами, а сама диссертация хорошо написана. Результаты диссертации имеют большое значение для развития теории квазиполей. Автор диссертации хорошо овладела техникой и методами, разработанными в теории квазиполей, и успешно применила все это для подтверждения истинности основных результатов. Замечания, сделанные в настоящем отзыве, не являются существенными и никак не влияют на положительную оценку данной диссертации.

Основные результаты диссертации опубликованы в четырёх статьях, две из которых входят в издания из перечня ВАК, и прошли апробацию на 7 международных и всероссийских конференциях. Все основные результаты диссертации новы, и своевременно опубликованы. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Учитывая вышесказанное, я делаю вывод, что диссертация П.К.Штуккерт  
"Квазиполя и проективные плоскости трансляций малых четных порядков",  
соответствует п. 9 "Положения о порядке присуждения учёных степеней", удовлетворяет  
всем требованиям, предъявляемым ВАК Минобрнауки к диссертациям на соискание  
учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности  
01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел, а её автор,  
Штуккерт Полина Константиновна, заслуживает присуждения учёной степени  
кандидата физико-математических наук.

ФГБОУН  
«Институт математики  
им. С.Л. Соболева СО РАН»,  
лаборатория теории колец,  
ведущий научный сотрудник,  
доктор физико-математических  
наук, доцент

Почтовый адрес:  
630090, Новосибирск,  
пр. ак. Коптюга, 4,  
Телефон: (8-383)-363-45-52  
E-mail: [app@math.nsc.ru](mailto:app@math.nsc.ru)



Пожидаев Александр Петрович

Подпись *Пожидаев А.П.*  
удостоверяю *Л.*  
Зав. орготделом Н.З. Киндалева  
ИМ СО РАН  
24 09 2014 г.