ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Сорокиной М.М. „Формации конечных групп и их применения", представленной на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Работа Сорокиной М.М. посвящена изучению классов конечных групп, замкнутых относительно гомоморфных образов и подпрямых произведений. Такие классы групп называются *формациями*. Понятие формации было введено В.Гашюцом в 1963 г. и стало чрезвычайно популярным в теории конечных групп, поскольку позволило унифицировать многие важные результаты, полученные в конечных группах. С помощью функциональных методов Гашюцом были построены локальные формации и доказано, что любая локальная формация является насыщенной. Последнее свойство, как было обнаружено позднее, оказалось равносильно локальности.

Локальные формации позволили получить ряд важных результатов, касающихся существования дополнений к нормальным подгруппам в конечных группах. Например, В.Гашюцом в 1952 г. была доказана следующая классическая теорема:

Теорема 1. Пусть N – нормальная абелева подгруппа конечной группы G. Подгруппа N дополняема в группе G тогда и только тогда, когда подгруппа N_p дополняема в группе G_p для любого простого p, делящего порядок G.

На Международном математическом конгрессе в Эдинбурге в 1958 г. Х.Виланд поставил задачу ослабления условия абелевости нормальной подгруппы N в теореме 1 (Проблема (А) в рассматриваемой диссертации). Важный шаг в этом направлении был сделан Л.А. Шеметковым в 1972 г., доказавшим следующую теорему:

Теорема 2. Пусть $\mathfrak{F}$ – локальная формация, G – конечная группа. Если для любого простого числа $p \in \pi(G/G^{\mathfrak{F}})$ силовская p-подгруппа в $G^{\mathfrak{F}}$ абелева, то $G^{\mathfrak{F}}$ дополняема в G.

Эта теорема явилась глубоким обобщением результатов предшественников (Ф.Холла и Б.Хупперта) о дополняемости нормальных полгрупп в разрешимой конечной группе. Понятие $\mathfrak{F}$-покрывающей подгруппы, введенное в рассмотрение В.Гашюцом в 1963 г., совпадающее с понятием $\mathfrak{F}$-проектора для разрешимых групп (также принадлежащим Гашюцу), позволило обобщить понятия холловой и картеровой подгрупп. В частности, Гашюцом были установлены существование и сопряженность $\mathfrak{F}$-проекторов в разрешимой группе для насыщенной формации $\mathfrak{F}$ разрешимых групп. Эти результаты породили большое количество исследований и послужили источником для формулировки следующей важной проблемы (монография К.Дерка и Т.Хоукса, 1992):

Может ли универсум, для которого работает теория проекторов, быть расширен за пределы класса $\mathfrak{S}$ разрешимых групп (Проблема (B) в диссертации)?

В связи с завершением классификации конечных простых групп актуальной стала задача исследования конечных групп с необязательно абелевыми композиционными факторами. Для решения этой задачи оказались удобными композиционные формации, введенные Л.А.Шеметковым в 1974 г. (независимо они были предложены Р.Бэром в несколько ином контексте). В 1978 г. Л.А.Шеметковым была поставлена:

Задача изучения $\mathfrak{H}_\theta$-критических формаций, где $\mathfrak{H}$ - класс групп, а θ - некоторая совокупность формаций (Проблема (C) диссертации).

Указанная задача исследовалась с разных позиций, в частности, А.Н.Скибой, В.М.Селькиным, В.Г.Сафроновым и Л.А.Шеметковым (1980 -1999гг.).

Совершенно новый подход к изучению классов групп был предложен в 1999 г. В.А.Ведерниковым (в совместной работе с М.М.Сорокиной), при котором рассматриваются отображения множества $\mathbb{P}$ простых чисел (множества J простых групп) во множество непустых формаций Фиттинга. Эти функции - направления дают возможность строить бесконечное множество новых формаций: ω-веерных и Ω-расслоенных формаций. В связи с этим В.А.Ведерниковым предложена задача:

Разработать теории ω-веерных и Ω-расслоенных формаций конечных (Проблема (D) рассматриваемой диссертации).

Ввиду имеющейся связи между $\mathfrak{F}$-проекторами, $\mathfrak{F}$-покрывающими подгруппами и $\mathfrak{F}$-нормализаторами для локальной формации $\mathfrak{F}$ при решении Проблемы (B) диссертации актуальной является:

Проблема (E): Разработать теорию $\mathfrak{F}$-нормализаторов, где $\mathfrak{F}$ - произвольная ω-локальная формация.

Уже само перечисление поставленных перед автором диссертации проблем и активность исследований в очерченной области показывают, что актуальность работы автора не вызывает сомнений.

Диссертация изложена на 229 страницах и состоит из введения, 4 глав, заключения, перечня условных обозначений и определений и списка литературы, содержащего 132 наименования.

Главы, в свою очередь, подразделяются на параграфы. При этом каждая глава заканчивается параграфом, в котором перечисляются использованные известные результаты. Основные полученные результаты, история вопроса и мотивировка исследования аккуратным образом изложены во введении. Здесь же обоснованы методы и основные этапы работы, направления исследований и теоремы.

Глава 1 посвящена разработке теории ω-веерных формаций конечных групп (Проблема (D1)). Она содержит определение и основные свойства ω-веерных формаций и их применения к вопросам дополняемости корадикалов в конечных группах, а также применения ω-локальной формации $\mathfrak{F}$ к доказательству существований ω-дополнений к $\mathfrak{F}$-корадикалу в группе и их сопряженности. Эти результаты обобщают и усиливают известные результаты Л.А.Шеметкова. В §§1.3 – 1.4 получено решение Проблемы (А). Основные теоремы главы 1 (17 теорем) получены в нераздельном соавторстве с научным консультантом диссертации проф. Ведерниковым В.А., а некоторые из следствий основных результатов опубликованы в соавторстве с дипломниками диссертанта.

В главе 2 рассматриваются применения ω-веерных формаций к изучению классических $\mathfrak{F}$-подгрупп в группах. В §§2.1– 2.3 получено решение Проблемы (В): построена теория $\mathfrak{F}^{\omega}$-проекторов, где $\mathfrak{F}$ – произвольный непустой ω-примитивный гомоморф, содержащий неразрешимые группы. Отметим также теорему 2.1.1, обобщающую известный результат Р.Бэра о примитивных группах. Из результатов §2.2 следует теорема Р.Эриксона. В §2.3 доказываются теоремы, следствиями которых являются классические результаты Л.А.Шеметкова, В.Гашюца, Р.Эриксона, Э.Ф.Шмигирева, Р.Картера и Т.Хоукса. В §§2.4 – 2.6 решена Проблема (Е). Здесь введены понятия $\mathfrak{F}^{\omega}$-нормализаторов и доказываются теоремы, обобщающие результаты Л.А.Шеметкова, Р.Картера и Т.Хоукса, а также развивающие результаты С.Ф.Каморникова и О.Л.Шеметковой. Основные теоремы 2.1.1, 2.2.1. 2.2.2. 2.3.1, 2.3.2, 2.3.4 – 2.3.7, 2.5.1, 2.5.3, 2.6.1 – 2.6.3 главы 2 принадлежат диссертанту и опубликованы в совместных работах с В.А.Ведерниковым, с которым обсуждались и согласовывались идеи и методы доказательств.

Глава 3 посвящена применению ω-веерных формаций к изучению подформационного строения $\mathfrak{H}_\theta$-критических подформаций. В теоремах 3.4.1 и 3.4.2 решена Проблема (C) для n-кратно ω-веерных и τ-замкнутых ω-веерных формаций. Все основные результаты §§3.1-3.2 опубликованы в совместных работах с М.А.Корпачевой, а основные теоремы принадлежат диссертанту. В §§3.3 3.4 решена Проблема (C) для τ-замкнутых ω-расслоенных формаций. Все основные результаты §§3.3-3.4 опубликованы в совместных работах с М.А.Корпачевой, где основные теоремы принадлежат диссертанту.

Глава 4 посвящена разработке Ω-расслоенных формаций конечных групп. В главе решена Проблема (D) (точнее, ее вторая часть). Кроме того, решалась Проблема (C) для τ-замкнутых Ω-расслоенных формаций. Все основные результаты §4.1 опубликованы в неразделимом соавторстве с В.А.Ведерниковым. В §4.4 решена Проблема (C) для τ-замкнутых Ω-расслоенных формаций. Все основные результаты §4.4 опубликованы в совместной работе с М.А.Корпачевой. Основные теоремы принадлежат диссертанту. Первые исследования о критических Ω-расслоенных формациях были начаты диссертантом совместно с Н.В.Силенок.

Главные достижения диссертации следующие:

1. Решена (совместно с В.А. Ведерниковым) Проблема (A) о дополняемости в конечной группе $\mathfrak{F}$ корадикала для ω-локальной формации Фиттинга $\mathfrak{F}$ (восходящая к Х.Виланду).

2. Решена Проблема (B) (проблема К.Дерка и Т.Хоукса) о расширении универсума, в котором работает теория проекторов, за пределы класса всех конечных групп.

3. Решена проблема (C) (принадлежащая Л.А.Шеметкову) изучения $\mathfrak{H}_\theta$-критических для n-кратно ω-веерных, τ-замкнутых Ω-расслоенных формаций $\mathfrak{H}$.

4. Разработаны (совместно с В.А. Ведерниковым) теории ω-веерных и Ω-расслоенных формаций конечных групп (Поблема (D)).

5. Построена теория $\mathfrak{F}^\omega$-нормализаторов, где $\mathfrak{F}$ – произвольная ω-локальная формация (решение Проблемы (E)).

Методы работы включают в себя классические методы теории конечных групп, а также методы теории классов групп и теории подгрупповых функторов.

Все основные результаты диссертации, вынесенные на защиту, получены автором лично или в неразделимом соавторстве с консультантом проф. В.А.Ведерниковым и отражены в 29 публикациях в рецензируемых изданиях, из которых 16 опубликованы в журналах из ВАК. Автор скрупулезно фиксирует участие каждого из соавторов в получении результата. Все основные результаты диссертации являются новыми. Они прошли солидную апробацию на многих международных конференциях и семинарах в ведущих научных центрах. Работа автора получила положительные отклики у алгебраической общественности на научных семинарах кафедры высшей алгебры МГУ имени М.В. Ломоносова, семинаре „Алгебра и логика" Института Математики СО РАН, Новосибирск, семинаре отдела алгебры и топологии ИММ УрО РАН, Екатеринбург, Красноярском алгебраическом семинаре. Они были представлены на международных алгебраических конференциях в Москве, Санкт-Петербурге, Екатеринбурге, Красноярске, Киеве, Владикавказе, Казани, Нальчике.

Все основные результаты диссертации снабжены подробными и корректными доказательствами. Стиль изложения ясный, аккуратный.

Автореферат (в основном, совпадающий с введением) правильно и полно отражает содержание диссертации.

Оформление, однако, не лишено недостатков.

1. Обозначение p используется как для простого числа, так и для „направления" (стр 39 диссертации). Оно явно перегружено.

2. Обозначения ω используется для обозначения подмножества множества $\mathbb{P}$ всех простых чисел, а ω' – его дополнение в $\mathbb{P}$. Однако $\{\omega'\}$ – уже одноэлементное множество. Спрашивается, какой это элемент из ω'? Как интерпретировать $f(\omega')$? Это результат применения к одноэлементному множеству или всему ω'? (стр. 31).

3. Не очень понятно,зачем вводить обозначение ωA-формации (как и p-направления) на стр.34. Преимуществ от использования этих англицизмов не видно!

4. Автор не всегда выделяет запятыми оборот „... согласно ..., „Например, стр.38, 43, 49, 54, 57, 68, 74, 77

Указанные выше недостатки не влияют на результаты (все погрешности легко исправляются) и вовсе не снижают общего впечатления от диссертации, являющейся существенным вкладом в развитие теории групп и теории классов конечных групп.

Резюмируя сказанное, заключаю, что диссертация М.М.Сорокиной преставляет собой законченное, цельное научное исследование на актуальную тему. Результаты диссертации решают важные задачи теории групп и, несомненно, будут использоваться. Совокупность полученных автором результатов может быть квалифицирована как новое крупное научное достижение, имеющее существенное значение для математики.

Выносимые на защиту результаты являются новыми, имеют теоретическое значение и могут быть использованы при дальнейших исследованиях в Московском, Новосибирском, Уральском, Красноярском, Ярославском госуниверситетах и в научных учреждениях Российской академии наук.

Считаю, что диссертация „Формации конечных групп и их применения"
удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математи- ческих наук. Представленная диссертация Сорокиной М.М.полностью соответствует требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям в пп. 9, 10, 11, 13, 14 Положения о порядке присуждения ученых степеней, утвержденного Правительством РФ (постановление №842 от 24.98.2013 г.), а её автор Марина Михайловна Сорокина заслуживает присуждения ей учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Доктор физико - математических наук по специальности 01.01.06, профессор, заведующий кафедрой алгебры и математической логики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высщего образования „ Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова", 150003, ул. Советская д.14,
Казарин Лев Сергеевич
тел.:(4852)21-53-24
e-mail: lsk46@mail.ru

Подпись Казарина Л.С. удостоверяю
Начальник отдела кадров ЯрГУ

Заместитель начальника управления-директор центра кадровой политики
Л.Н. Куфирина

05.02.2018 г