

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Ульверта Романа Викторовича «О резольвентах Чеха–де Рама в теории многомерных вычетов» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — **вещественный, комплексный и функциональный анализ**

Одной из основных задач теории многомерных вычетов является задача изучения и вычисления интегралов (периодов) от замкнутых дифференциальных форм на комплексном аналитическом многообразии, имеющих особенности на аналитических подмножествах этого многообразия. Интегрирование ведется по циклам, не пересекающим особых множеств.

Интересной и важной задачей, естественно возникающей в тематике многомерных вычетов, является задача о разделяющихся циклах. В самых общих чертах это задача о представлении интеграла от мероморфной формы через локальные вычеты (интегралы от этой формы по локальным циклам). Понятие разделяющего цикла и связанные с ним первые результаты появились в работах Л. Фантаппье (1931), Е. Мартинелли (1955) и Г. Сорани (1960) при изучении логарифмических вычетов, которые являются частным случаем локальных вычетов. В дальнейшем понятие разделяющего цикла изучалось, в частности, в работах А. П. Южакова и А. К. Циха. Отметим результат А. К. Циха (1975): для многообразий Штейна любой цикл, разделяющий набор из n гиперповерхностей, гомологичен линейной комбинации подходящих локальных циклов. Аналогичный вопрос в случае, когда число гиперповерхностей в наборе больше, чем размерность многообразия X , остается открытым. Известна гипотеза Южакова–Циха, которая утверждает, что это действительно так. В рассматриваемой диссертации соискателем получен ряд интересных и важных результатов в связи с этой гипотезой. В частности, упомянутая гипотеза доказана в случае, когда X — это достаточно малая штейнова окрестность точки $a \in \mathbb{C}^n$, а число гиперповерхностей равно $n + 1$.

Кратко обсудим содержание диссертации (состоящей из введения, трех глав, и списка литературы) по главам. Введение дает обзор основных результатов диссертации. По содержанию оно близко автореферату.

В главе 1 уточняются и дополняются известные факты о двойном комплексе Чеха–де Рама и двойственном ему комплексе, образованном группами сингулярных цепей, связанных с открытым покрытием \mathcal{U} многообразия. В качестве основного инструмента используется понятие \mathcal{U} -резольвенты, предложенное Э. Глисоном, и его обобщения. Последний параграф первой главы посвящен разработке подхода к исследованию циклов, разделяющих гиперповерхности в комплексных аналитических многообразиях, с использованием резольвент. Основной результат первой главы диссертации — Теорема 1.9, в которой описывается конструкция разделяющего гомоморфизма гомологий дополнения к пересечению набора гиперповерхностей в разделяющую подгруппу дополнения к объединению этого набора. В случае, когда исходное многообразие штейново, этот гомоморфизм оказывается изоморфизмом.

В главе 2 понятие резольвенты и основные результаты первой главы применяются в задачах о разделяющих циклах. В этой главе, с использованием понятия резольвенты и Теоремы 1.9, соискателем получено, в частности, новое доказательство упомянутой выше теоремы Циха о разделяющих циклах. Предложенный соискателем подход позволил упростить оригинальное доказательство этой теоремы. В двух заключительных параграфах второй главы описывается обобщенный подход к понятию разделяющего цикла и доказывается второй основной результат диссертации, связанный с теоремой Гельфонд–Хованского о сумме вычетов Гротендика в комплексном алгебраическом торе (Теорема 2.4).

В главе 3 рассматривается упоминавшаяся выше гипотеза Южакова–Циха. Основные результаты этой главы — это Теоремы 3.3 и 3.4. Теорема 3.3 обобщает известный результат Южакова, согласно которому гипотеза о разделяющих циклах справедлива при определенных условиях, которые можно понимать как условия «общего положения». В Теореме 3.3 рассмотрен один интересный класс дивизоров в необщем положении. Второй результат главы 3 — это Теорема 3.4, которая утверждает, что гипотеза о разделяющихся циклах верна в случае, когда $m = n + 1$, а X — это достаточно малая штейнова окрестность точки $a \in \mathbb{C}^n$.

Подведем итоги. К основным результатам диссертации можно отнести следующие:

1) В терминах гомологических результатов Чеха–де Рама на n -мерном комплексном многообразии дана конструкция гомоморфизма гомологий дополнения к пересечению набора гиперповерхностей в разделяющую группу дополнения к объединению рассматриваемого набора.

2) Доказано, что в 2-мерном случае комбинаторные коэффициенты для системы развернутых многогранников вычисляются по резольвенте границы подходящего полиэдра.

3) Получено обобщение теоремы Южакова о разделяющих циклах на случай одного класса дивизоров в необщем положении.

4) В локальном случае доказана справедливость гипотезы Южакова–Циха о разделяющих циклах для набора из $n + 1$ дивизора в n -мерном комплексном многообразии.

Все результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и полностью обоснованы.

Полученные в диссертации результаты имеют теоретический характер, они будут полезны в различных задачах многомерного комплексного анализа. Результаты и методы диссертационной работы Р. В. Ульверта могут найти применения в исследованиях, которые проводятся в МГУ им. М. В. Ломоносова, СПбГУ, МИАН им. В. А. Стеклова, ПОМИ РАН, в ИППИ РАН им. А. А. Харкевича, в НИУ «Высшая школа экономики», в Сибирском федеральном университете, а также в других математических центрах в России и за рубежом.

По теме диссертации опубликовано 6 научных работ, среди них 3 статьи в изданиях, рекомендованных ВАК для публикации результатов диссертаций. Две статьи из

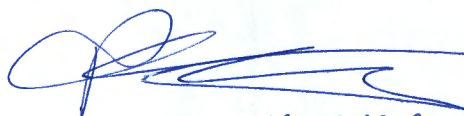
них опубликованы в изданиях, учитываемых международными наукометрическими системами базы Web of Science и Scopus. Диссертационная работа Р. В. Ульверта представляет собой завершённую научную работу. Результаты диссертации являются достоверными, новыми и актуальными, вносят заметный вклад в комплексный анализ. Все основные утверждения сопровождаются строгими математическими доказательствами. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации. Основные результаты своевременно опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК (всего 3 статьи) и неоднократно докладывались на различных российских и международных научных конференциях.

Замечания, которые возникают при чтении диссертации — это, в основном, опечатки и погрешности редакционного характера, которые неизбежны в работах достаточно большого объема. Еще можно отметить некоторую избыточность изложения в первой главе: не все приведенные там понятия и утверждения находят потом применение. Эти замечания не влияют на положительную оценку диссертационной работы и, тем более, на научную значимость полученных в диссертации результатов.

Считаю, что диссертация Р. В. Ульверта «О резольвентах Чеха–де Рама в теории многомерных вычетов» полностью соответствует п. 9-14 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» от 24 сентября 2013 г. №842, удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК Минобрнауки к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор, Ульверт Роман Викторович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, доцент,
главный научный сотрудник НИЧ НУК ФН
и профессор кафедры прикладной математики
Федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего
образования «Московский государственный
технический университет имени Н. Э. Баумана»



/ Федоровский Константин Юрьевич /

10.01.2019

Почтовый адрес: 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д.5, стр.1.

Телефон: (499) 263-63-26

Адрес электронной почты: fn2@bmstu.ru



ВВРНО

НИЧ, ЗАМ. НАЧАЛЬНИКА УПРАВЛЕНИЯ КАДРОВ

МСТУ ИМ. Н. Э. БАУМАНА

А. Г. МАТВЕЕВ