Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

Сарыглар Сайдыс Васильевна

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ АЛГЕБРЕ УЧЕНИКОВ-БИЛИНГВОВ 7 КЛАССА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ АНИМАЦИИ НА ПРИМЕРЕ РЕСПУБЛИКИ ТЫВА

5.8.2 – «Теория и методика обучения и воспитания»
(математика, математика и механика,
уровень основного общего образования)

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени кандидата педагогических наук

Научный руководитель:
доктор педагогических наук, доцент,
Вайнштейн Юлия Владимировна

Красноярск – 2024

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 4

ГЛАВА 1. НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ АЛГЕБРЕ ШКОЛЬНИКОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ АНИМАЦИИ В УСЛОВИЯХ БИЛИНГВАЛЬНОСТИ 18

1.1. Анализ особенностей обучения алгебре семиклассников-билингвов и существующего учебно-методического обеспечения 18

1.2. Значение и возможности компьютерной анимации в обучении алгебре учеников-билингвов в современных условиях 42

1.3. Методическая модель обучения алгебре учеников-билингвов с использованием среды *GeoGebra* 64

Выводы по первой главе 79

ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ АЛГЕБРЕ УЧЕНИКОВ-БИЛИНГВОВ 7 КЛАССА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ АНИМАЦИИ 81

2.1. Особенности реализации методики обучения алгебре школьников 7 класса с применением анимационных рисунков с билингвальной поддержкой 81

2.2. Альбом анимационных рисунков с билингвальной поддержкой как средство обучения алгебре обучающихся 7 класса 96

2.3. Описание и результаты опытно-экспериментальной работы 135

Выводы по второй главе 154

Заключение 156

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК 158

ПРИЛОЖЕНИЕ А. Инструкция для учащихся по особенностям работы в интерактивной динамической среде GeoGebra 179

ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Примеры создания анимационных рисунков в среде *GeoGebra* 183

ПРИЛОЖЕНИЕ В. Анкета для учителей математики 192
ПРИЛОЖЕНИЕ Г. Задания для проведения итогового диагностического тестирования 194
ПРИЛОЖЕНИЕ Д. Критерии оценивания по алгебре 198
ПРИЛОЖЕНИЕ Е. Акт о внедрении результатов диссертационного исследования..... 199

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. В условиях цифровой трансформации образования актуальность приобретает развитие новых подходов к обучению математике современного подрастающего поколения. Основы цифровой трансформации образования в школе представлены в научных трудах Т.А. Бороненко, Л.Л. Босовой, В.М. Монахова, А.Ю. Уварова, А.Л. Семенова, Н.И. Пака, И.В. Роберт и др. Методика обучения школьной математики постоянно эволюционирует с учетом современных тенденций, что сопровождается интенсивным обновлением содержания, технологий, созданием инновационных средств обучения и развитием цифровой образовательной среды. Исследованиям научно-методических аспектов обучения математике, в том числе обучения алгебре школьников с применением современных цифровых технологий посвящены работы М.В. Егуповой, В.А. Садовничего, В.А. Тестова, Р.А. Утеевой, Л.В. Шкериной и др.

Проведенный анализ учебно-методических комплексов и входящих в их состав школьных учебников и методических материалов по алгебре А.Г. Мерзляка, С.М. Никольского, Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюка, А.Г. Мордковича, Ю.М. Калягина, Г.В. Дорофеева, Л.Г. Петерсона и др. показал, что они постоянно претерпевают различные изменения, одним из которых выступает постоянное увеличение количества рисунков, схем, графиков и математических чертежей. Эти изменения предметного содержания демонстрируют реализацию принципа наглядности в его развитии, что создает внешнюю опору внутренним действиям учащегося в процессе обучения и служит основой для повышения результативности обучения. Применение и развитие технологий компьютерной анимации позволяет на принципиально новом уровне реализовать принцип наглядности в обучении алгебре средствами динамических математических сред, таких

как *GeoGebra* и «*Живая Математика*». Эти тенденции отражаются в работах В.А. Далингера, С.В. Ларина, В.Р. Майера, В.И. Рыжика, М.В. Шабановой, Т.С. Ширяковой и др.

При построении учебного процесса по алгебре в школах Республики Тыва нельзя не учитывать специфику обучения малочисленных коренных народов и сформировавшуюся на территории республики ситуацию русско-тувинского двуязычия в условиях многонационального государства. Анализ научных работ Г.М. Вишневской, Е.М. Верещагина, М.В. Дьячкова, И.А. Зимней и др., посвященных теории билингвального обучения, позволяет констатировать, что качество образовательного процесса напрямую зависит от уровня знания языка, на котором ведется обучение. В мировой образовательной практике такая ситуация находит распространение в США, Канаде и других странах, в нашей стране она имеет место быть в Туве, Якутии, Чувашии и других регионах. Результаты, проводимых в Республике, мониторингов и комплексных обследований подтверждают, что процент населения, для которого тувинской язык является родным, больше, чем в других национальных образованиях страны. Это ведет к тому, что многие школьники владеют русским языком на недостаточном уровне или лишь на уровне понимания бытовых вопросов. Тувинские ученые Н.М. Кара-Сал, С.С. Салчак, Т.О. Санчаа, М.В. Танзы, А.К. Тарыма в своих исследованиях также подтверждают, что в условиях Республики Тыва перед педагогами остро стоит проблема организации обучения математике и входящих в нее предметов в условиях русско-тувинской билингвальности.

Отмечая значимость существующих научных исследований в области обучения алгебре школьников с применением современных цифровых технологий, можно констатировать, что наряду с этим существуют дефициты, которые проявляются в необходимости разработки и комплексного применения средств визуально-наглядной компьютерной анимации в условиях русско-тувинского двуязычия. Несомненно, что

цифровизация образования открывает принципиально новые возможности развития и применения дидактического потенциала когнитивно-визуальных средств компьютерной анимации для их устранения и при этом с точки зрения повышения качества обучения, позволяет опираться на развитое у учащихся-билингвов наглядно-образное и ассоциативное мышление.

Актуальность в этих условиях приобретает создание методики обучения алгебре учеников-билингвов 7 класса с использованием компьютерной анимации в цифровой образовательной среде на примере Республики Тыва.

Анализ нормативно-законодательной базы, научных, учебно-методических источников и практического опыта обучения математике школьников в билингвальных регионах позволил выделить следующие **противоречия**:

– *на социально-педагогическом уровне*: между требованиями федеральных нормативно-законодательных актов, государственных образовательных стандартов среднего образования, а также региональных законов к повышению качества математической подготовки, личностному и математическому развитию школьников, в том числе билингвальных регионов, и недостаточной разработанностью подходов в обучении алгебре в школе с применением современных цифровых технологий;

– *на научно-педагогическом уровне:* между дидактическим потенциалом использования анимационных возможностей компьютерных сред визуализации в обучении математике учеников-билингвов и недостаточной обоснованностью научно-педагогических основ процесса использования анимационного контента на уроках алгебры в школе в условиях двуязычия;

– *на научно-методическом уровне:* между возможностью построения высоко-результативного процесса обучения математике в условиях двуязычия с применением современных цифровых технологий и

отсутствием целостной методики обучения математике учащихся-билингвов 7 класса с использованием анимационного контента в цифровой среде.

Необходимость разрешения выделенных противоречий позволяет обозначить **проблему исследования**, которая состоит в поиске результативных методических решений по организации обучения алгебре учеников-билингвов с использованием когнитивно-визуальных средств компьютерной анимации и созданием соответствующего анимационного контента.

Цель исследования: научно обосновать, разработать методику обучения алгебре учеников-билингвов 7 класса с использованием компьютерной анимации в среде *GeoGebra* и проверить ее результативность.

Объект исследования: процесс обучения алгебре учеников-билингвов 7 классов на примере Республики Тыва.

Предмет исследования: методика обучения алгебре учеников-билингвов 7 классов с использованием компьютерной анимации в среде *GeoGebra*.

В соответствии с объектом, предметом и целью исследования определена **гипотеза:** если обучение алгебре учеников-билингвов 7 классов будет реализовываться с использованием анимационных рисунков с билингвальной поддержкой, то это обеспечит повышение результативности образовательного процесса.

Согласно поставленной цели, гипотезе, объекту и предмету исследования, определены следующие **задачи исследования**:

1. Обосновать дидактический потенциал компьютерной анимации в системе современного обучения алгебре семиклассников-билингвов.

2. Конкретизировать понятие анимационного рисунка с билингвальной поддержкой в обучении математике на основе анализа научно-педагогических и методических работ.

3. Разработать методическую модель обучения алгебре учеников-билингвов с использованием компьютерной анимации в среде *GeoGebra*.

4. Создать в цифровой обучающей среде альбом анимационных рисунков с билингвальной поддержкой по алгебре для учащихся 7 класса Республики Тыва.

5. Разработать методику обучения алгебре учеников-билингвов с использованием альбома анимационных рисунков с билингвальной поддержкой на примере Республики Тыва и экспериментально проверить ее результативность.

Методологическую основу исследования составили:

– *системно-деятельностный подход* в образовании и его применение к обучению математике, позволяющий системно рассматривать процесс обучения алгебре учеников-билингвов как совокупность взаимосвязанных компонент и ориентированный на активную, познавательную деятельность учащихся и достижение предметных результатов обучения (А.Г. Асмолов, Л.С. Выготский, А.Н. Леонтьев, Д.Б. Эльконин и др.);

– *личностно-ориентированный подход*, обусловливающий индивидуализацию ученика как субъекта процесса обучения математике и позволяющий учитывать его личностные особенности и характеристики (Е.В. Бондаревская, В.В. Сериков, И.С. Якиманская и др.);

– *когнитивно-визуальный подход*, направленный на обогащение среды обучения за счет применения наглядно-визуальных форм представления контента и развитие визуального мышления учащихся и повышение уровня их математической подготовки (Р. Арнхейм, М.И. Башмаков, В.А. Далингер и др.);

– *билингвальный подход* в обучении, предполагающий использование в процессе обучения алгебре двух языков, родного языка

и языка, на котором ведется обучение (Г.М. Вишневская, Я.А. Коменский, У. Ламберт, П.А. Юдакин и др.);

– *задачный подход* в обучении алгебре, определяющий типы, виды, содержание алгебраических задач и обосновывающий целесообразность создания дидактического задачного комплекса в цифровой образовательной среде для обучения алгебре учеников-билингвов (В.В. Давыдов, В.И. Загвязинский, Л.М. Фридман и др.)

Теоретическую основу исследования составляют работы в области:

– информатизации образования (С.А. Бешенков, Г.А. Бордовский, А.А. Кузнецов, В.М. Монахов, И.В. Роберт и др.);

– концептуальных основ использования динамических систем в обучении математике (В.А. Далингер, С.В. Ларин, В.Р. Майер, В.И. Рыжик, Т.Ф. Сергеева, М.В. Шабанова и др.);

– методики электронного обучения (В.И. Гриценко, Т. Н. Каменева, А.Г. Сергеев, А.В. Соловов и др.);

– обучения математике в условиях билингвальности (Л.Л. Салехова, Н.И. Спиридонова, В.А. Шершнева и др.);

– теории педагогического эксперимента и статистической обработки результатов (В.В. Афанасьев, В.И. Загвязинский, А.Д. Наследов, Е.В. Сидоренко и др.).

Для решения поставленных задач были использованы следующие **методы исследования:**

– *теоретические*: анализ научно-методической и психолого-педагогической литературы нормативных документов и ФГОС ООО по проблематике исследования, исследование и обобщение педагогического опыта;

– *эмпирические*: проведение педагогического эксперимента, наблюдение, анкетирование, тестирование;

– *статистические*: *t*-критерий Стьюдента, качественный и количественный анализ экспериментальных данных.

Экспериментальная база исследования: Муниципальное бюджетное образовательное учреждение «Гимназия № 5 г. Кызыла Республики Тыва». В исследовании приняли участие 100 учеников 7 класса.

Личный вклад соискателя состоит в формулировании проблемы, выдвижении научной идеи исследования, научно-теоретическом обосновании идеи и положений исследования, связанных с созданием методики обучения алгебре учеников-билингвов 7 класса с использованием компьютерной анимации в среде GeoGebra, создании методики обучения алгебре учеников-билингвов с использованием анимационных рисунков на примере Республики Тыва и ее апробации, создании электронного обучающего ресурса «Альбом анимационных рисунков по алгебре 7 класса».

Основные этапы исследования:

Подготовительный этап (2017–2018 гг.): изучение научно-педагогической и учебно-методической литературы по проблеме исследования, анализ педагогического опыта обучения алгебре учеников-билингвов 7 класса в школе; выделение объекта, предмета, постановка цели и задач исследования, формулирование гипотезы; создание методической модели обучения алгебре учеников-билингвов 7 класса с использованием компьютерной анимации.

Формирующий этап (2019-2021 гг.): разработка методики обучения алгебре учеников-билингвов 7 класса с использованием компьютерной анимации; планирование, организация и проведение педагогического эксперимента; сбор, обработка, качественный и количественный анализ результатов опытно-экспериментальной работы.

Обобщающий этап (2021–2024 гг.): анализ, обобщение и систематизация данных педагогического эксперимента по апробации методики обучения алгебре учеников-билингвов 7 класса с использованием

компьютерной анимации на примере Республики Тыва; формулирование выводов; оформление результатов исследования.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

– предложена научная идея об использовании в обучения алгебре учеников-билингвов 7 класса компьютерной анимации с применением средств билингвальной поддержки в цифровой среде в условиях русско-тувинского двуязычия;

– конкретизировано понятие анимационного рисунка с билингвальной поддержкой в обучении математике как динамического изображения (чертежа) с сопровождением на двух языках (например, русском и тувинском), обеспечивающего визуализацию алгебраических понятий и утверждений, демонстрацию и моделирование процесса решения алгоритмических задач;

– разработана и научно обоснована методическая модель обучения алгебре учащихся-билингвов 7 класса, включающая целевой, концептуально-методологический, содержательно-технологический, рефлексивно-оценочный блоки; в основу которой положены дидактические (научности, воспитания, наглядности, доступности, сознательности, активности, прочности усвоения знаний) и наглядно-анимационные принципы (современности, анимационной визуализации, использования анимационных рисунков с билингвальной поддержкой, самостоятельности в использовании анимационных рисунков, систематичности применения анимационных рисунков);

– разработана методика обучения алгебре учащихся-билингвов 7 класса на примере Республики Тыва, соответствующая созданной методической модели, содержательно-технологической основой которой является разработанный альбом анимационных рисунков с билингвальной поддержкой в виде электронного обучающего курса в системе электронного обучения *Moodle*, обеспечивающий профессиональную дидактическую

помощь учителю, организацию экспериментального исследования, независимость анимационного дидактического контента, анимационную наглядность, развитую систему билингвальных подсказок, снижение вычислительной трудности, применение специализированной системы *CAS*, а также формирование алгебраической, геометрической и физической грамотности учащихся-билингвов.

Теоретическая значимость результатов исследования заключается в том, что:

– обогащен понятийно-категориальный аппарат за счет конкретизации понятия *анимационного рисунка с билингвальной поддержкой* как динамического изображения (чертеж) с сопровождением на двух языках (например, русском и тувинском), обеспечивающего визуализацию алгебраических понятий и утверждений, демонстрацию и моделирование процесса решения алгоритмических задач;

– расширен комплекс дидактических принципов обучения (научности, воспитания, доступности, сознательности, активности, прочности усвоения знаний) включением в него наглядно-анимационных принципов (современности, анимационной визуализации, использования анимационных рисунков с билингвальной поддержкой, самостоятельности в использовании анимационных рисунков, систематичности применения анимационных рисунков);

– разрешено противоречие между дидактическим потенциалом использования анимационных возможностей компьютерных сред визуализации в обучении математике учеников-билингвов и недостаточной определенностью научно-педагогических основ процесса использования анимационного контента на уроках алгебры в школе в условиях двуязычия.

Практическая значимость исследования состоит в следующем:

– разработан и внедрен в учебный процесс Альбом анимационных рисунков с билингвальной поддержкой в цифровой образовательной среде,

реализованный на базе системы управления обучением *Moodle* и динамической среды *GeoGebra*, предназначенный для использования на уроках алгебры в 7 классах с целью сопровождения изложения учебного материала на уроках и в рамках самостоятельной работы, тестирования усвоения знаний учащихся, учебно-исследовательского экспериментирования и моделирования, визуализации алгебраических понятий и утверждений;

– разработана и апробирована методика обучения алгебре семиклассников-билингвов в условиях русско-тувинского двуязычия, ориентированная на повышение качества и результативности процесса обучения школьников на примере Республики Тыва;

– подготовлено учебное пособие «Алгебра 7 класса с анимационными рисунками» с компьютерным приложением в виде Альбома анимационных рисунков, где представлено описание построения рисунков и методика их применения при обучении алгебре школьников. Пособие адресовано для учащихся школ, а также может быть использовано учителям математики и будущими учителями – студентами физико-математических специальностей педагогических вузов, изучающих компьютерные технологии обучения математике;

– результаты исследования могут быть использованы в процессе повышения квалификации учителей математики Республики Тыва, а также при обучении будущих учителей математики – студентов вузов педагогических направлений подготовки.

Достоверность и обоснованность полученных результатов исследования обеспечиваются опорой на нормативно-законодательную базу, психолого-педагогические и методические исследования, связанные с выделенной проблемой; построением исследования на выверенной методологической базе, которую составляют системно-деятельностный, личностно-ориентированный, когнитивно-визуальный, билингвальный

и задачный подходы; сочетанием качественных и количественных диагностических методик анализа данных, проверенных и положительно зарекомендовавших себя в педагогической практике, в том числе статистический метод исследования – *t*-критерий Стьюдента; воспроизводимостью результатов исследования в системе основного общего образования при реализации методики обучения алгебре учащихся-билингвов 7 класса; репрезентативностью экспериментальной базы исследования, последовательной организацией опытно-экспериментальной работы.

Апробация результатов исследования осуществлялась посредством *выступлений на конференциях и публикаций статей в материалах конференций*: V Всероссийская научно-методическая конференция с международным участием (Красноярск, 2016), VI Всероссийская научно-методическая конференция с международным участием (Красноярск, 2017), Всероссийская научно-методическая конференция «Информационные технологии в математике и математическом образовании» с международным участием (Красноярск, 2018); Международная конференция «Информатизация образования и методика электронного обучения» (Красноярск, 2018); III Всероссийская научно-практическая конференция студентов, аспирантов и школьников (Красноярск, 2018); VIII Международный научно-образовательный форум «Человек, семья и общество: история и перспективы развития». Посвящается 80-летию профессора Ларина Сергея Васильевича (Красноярск, 2019); Всероссийская научно-методическая конференция «Информационные технологии в математике и математическом образовании» с международным участием (Красноярск, 2021); семинар ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет» «Цифровая дидактика высшей школы» (Красноярск, 2023); городской алгебраический семинар учителей математики г. Кызыла (Кызыл, 2023), научно-практическая конференция (Кызыл, 2023);

публикаций в изданиях, рекомендованных ВАК РФ: «Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева (Красноярск, 2020, 2021, 2024), «Вестник Томского государственного педагогического университета» (Томск, 2022), «Перспективы науки и образования» (2024).

По результатам исследования опубликовано 15 научных работ, из них 1 учебное пособие, 4 статьи в журналах, рекомендованных ВАК РФ и 1 статья в издании, индексируемом в *Scopus*.

Положения, выносимые на защиту:

1. Применение компьютерной анимации, включающей анимационные рисунки с билингвальной поддержкой, определяемые как динамические изображения (чертежи) с сопровождением на двух языках (например, русском и тувинском), обеспечивающие визуализацию алгебраических понятий и утверждений, демонстрацию и моделирование процесса решения алгоритмических задач, способствует повышению результативности обучения алгебре учащихся-билингвов 7 класса в условиях русско-тувинского двуязычия;

2. Методическая модель обучения алгебре учеников-билингвов с использованием компьютерной анимации в среде *GeoGebra*, которая включает:

– *целевой блок*, представленный требованиями нормативно-законодательной базы, ФГОС ООО и тенденциями цифровой трансформации образования;

– *концептуально-методологический блок*, раскрывающий кластер методологических подходов (системно-деятельностный, личностно-ориентированный, когнитивно-визуальный, исследовательский, билингвальный и задачный), комплекс дидактических (научности, воспитания, наглядности, доступности, сознательности, активности, прочности усвоения знаний) и наглядно-анимационных принципов

(современности, анимационной визуализации, использования анимационных рисунков с билингвальной поддержкой, самостоятельности в использовании анимационных рисунков, систематичности применения анимационных рисунков);

– *содержательно-технологический блок*, включающий формы, методы и средства обучения и обогащающий содержание алгебры 7 класса альбомом анимационных рисунков с билингвальной поддержкой в цифровой среде;

– *рефлексивно-оценочный блок*, предназначенный для оценки результатов обучения и включающий диагностический инструментарий в соответствии с заданными индикаторами оценивания

раскрывает построение процесса обучения алгебре учеников-семиклассников в условиях билингвальности.

3. Альбом анимационных рисунков с билингвальной поддержкой, реализованный в виде электронного обучающего курса в цифровой обучающей среде (с применением динамической среды *GeoGebra* и системы управления обучением *Moodle*) обеспечивает профессиональную дидактическую помощь учителю, организацию экспериментального исследования, независимость анимационного дидактического контента, анимационную наглядность, развитую систему билингвальных подсказок, снижение вычислительной трудности, применение специализированной системы *CAS*, а также формирование алгебраической, геометрической и физической грамотности учащихся-билингвов;

4. Методика обучения алгебре учащихся-билингвов 7 класса, основные компоненты которой соответствуют блокам методической модели, а именно:

– *целевой компонент* соответствует целевому блоку методической модели и отражает цели обучения алгебре учащихся-билингвов, направленные на повышение результативности обучения;

– *процессуальный компонент* соответствует концептуально-методологическому, содержательно-технологическому блоками, объединяет формы, методы и средства обучения алгебре и включает альбом анимационных рисунков с билингвальной поддержкой;

– *оценочный компонент* соответствует рефлексивно-оценочному блоку и содержит диагностические средства оценки результатов обучения

обеспечивает повышение результативности учебного процесса.

Структура диссертации: диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка и приложений.

ГЛАВА 1. НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ АЛГЕБРЕ ШКОЛЬНИКОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ АНИМАЦИИ В УСЛОВИЯХ БИЛИНГВАЛЬНОСТИ

1.1. Анализ особенностей обучения алгебре семиклассников-билингвов и существующего учебно-методического обеспечения

В условиях цифровой трансформации образования актуальность приобретает развитие новых подходов к обучению подрастающего поколения. Математическое образование имеет огромное значение в подготовке обучающихся. Методика обучения математике школьников постоянно совершенствуются в соответствии с современными тенденциями. Это является предметом обсуждения в рамках многочисленных конференций, семинаров и дискуссионных площадок, посвященных повышению качества обучения. Как отмечает академик В.А. Садовничий: «с появлением компьютеров мир математики, безусловно, стал меняться. Изменяются не только математическое мышление, математические методы, но и научное мировоззрение в целом» [117]. В своем докладе он говорит: «историческое развитие математического образования в мире разделено на три самостоятельных острова – профессиональное математическое образование, общее математическое образование и математическое просвещение. Всякие реформы, затеваемые в математическом образовании, – это в основном попытки навести какие-то мосты между названными островами. Но если раньше такие реформы предпринимались, как правило, в рамках отдельных стран и строились национальными математическими архитекторами, то теперь дело в корне меняется. Появился наднациональный реформатор математического образования. У него, как у Януса, – два лика. Один лик – это компьютеризация образования, второй – глобализация мира» [117]. И подчеркивает важность совершенствования отечественной системы

математического образования. Этот процесс, несомненно, должен сопровождаться улучшением качества учебного процесса [18].

Тенденции изменения математического образования находят отражение в отечественной нормативно-законодательной базе. Например, постоянно актуализируется математическое содержание, что нашло отражение в отечественной Концепции развития математического образования, утвержденной распоряжением правительства РФ 8 октября 2020 года № 2604-р. Последние изменения относительно требований к современным технологиям образовательного процесса сформулированы в шестом абзаце третьего раздела в котором говорится, что «обеспечение наличия общедоступных информационных ресурсов, необходимых для реализации образовательных программ математического профиля, в том числе с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, инструментов деятельности обучающихся и педагогических работников, применение современных технологий образовательного процесса, организация порталов с регулярно обновляемой общедоступной информацией о разработках, проектах и полученных результатах международных математических центров мирового уровня, международных научно-методических центров в области математики, информатики и цифровых технологий и региональных научно-образовательных математических центров» [68].

В требованиях федеральных государственных образовательных стандартов основного общего образования (ФГОС ООО) кроме формулирования базовых математический результатов обучения уделяется внимание эффективному использованию информационно-коммуникационных технологий. Возможности применения ИКТ включают в себя их применение при объяснении нового материала на уроках, проверке и контроле выполнения домашних заданий, закреплении и повторении

изученного учебного материала, а также развитии и отработке умений и навыков учащихся.

ФГОС ООО предметной области «Математика и информатика» определяют требования к предметным результатам освоения базового курса математики, связанные с применением и овладением информационно-коммуникационными или цифровыми технологиями в следующем: умение изображать плоские фигуры и их комбинации, пространственные фигуры от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств по текстовому или символьному описанию [145].

На основе ФГОС ООО образовательные организации среднего общего образования среди многообразия учебно-методических комплексов для каждого класса обучения выбирает для использования тот, который в наибольшей мере подходит для них и отвечает их требованиям. Начиная с седьмого класса в рамках основного общего образования, в школе происходит разделение математики на алгебру и геометрию. В нашем исследовании мы сосредоточимся на обучении алгебре учащихся 7 класса, которое направлено на решение следующих классических задач:

– освоение системы алгебраических знаний и умений для их применения в других учебных предметах и практических задачах;

– поддержка интеллектуального и личностного развития, необходимого для успешной адаптации в современном обществе через развитие логического и критического мышления, интуиции, алгоритмической грамотности, формирование пространственного мышления;

– изучение алгебры как универсального языка и инструмента моделирования явлений и процессов окружающей действительности;

– формирование восприятия математики как неотъемлемой части человеческой культуры и осознание ее ключевой роли в развитии общества.

В школьной программе алгебра является одним из базовых предметов и наряду с формированием предметных результатов обучения также

формирует метапредметные результаты. Использование информационно-коммуникационных технологий на уроках алгебры имеет положительное влияние на освоение базовых знаний по предмету, способствует систематизации усвоенных знаний, повышает мотивацию учащихся к обучению и помогает организовать эффективную самостоятельную работу.

Повышение эффективности процесса обучения алгебре с использованием информационно-коммуникационных технологий является актуальной задачей в современной школе. Наглядное представление материала способствует лучшему его усвоению учащимися, запоминанию информации, активизирует процесс восприятия, повышает уровень внимания и вовлеченность учащихся. Многочисленные педагогические исследования подтверждают положительный эффект использования современных информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) на уроках математики [57, 89, 96, 104, 116, 149, 156] и экспериментально подтверждают обеспечение средствами ИКТ углубленного понимания материала, стимулирование активности учеников в образовательном процессе, поддержку развития логического мышления и самостоятельности. Отмечается, что такой подход к обучению способствует формированию не только математических компетенций, но и развитию информационной грамотности и навыков работы учащихся с современными технологиями. Таким образом, информационно-коммуникационные технологии играют существенную роль в процессе обучения математике, в том числе и алгебре и способствуют успешному освоению предмета, формированию ключевых навыков и компетенций, необходимых для дальнейшего развития учащихся. Поэтому внедрение ИКТ в школьную практику является неотъемлемой частью современного образовательного процесса.

Учитывая потенциал ИКТ в повышении качества алгебраической подготовки, на основе теоретического анализа методических материалов по обучению математике [15, 16, 21, 26, 50, 52, 59, 63, 125, 143, 152, 154, 157,

168, 187] мы выделили следующие преимущества проведения уроков и организации учебного процесса в школе с их использованием:

– повышение заинтересованности учеников при изучении тем, объяснение материалов которых осуществляется с применением презентаций, видеоматериалов, анимационных рисунков и других средств визуальной демонстрации;

– активизация внимания и повышение мотивации учеников, способствующие развитию познавательных процессов, а также логического мышления;

– использование такого формата подачи нового материала сокращает время на объяснение и позволяет уделить больше времени на закрепление усвоенного материала такой формат;

– повышение уровня наглядности, что в свою очередь стимулирует более эффективное усвоение и запоминание изученного материала.

Достижение всех обозначенных выше преимуществ возможно при дидактически правильном подходе использования цифровых технологий на уроках математики и в случае их корректного, научно обоснованного сочетания с другими методическими приемами через создание нового качественного научного обеспечения.

В исследовании нами был проведен сравнительный анализ учебно-методических комплексов (УМК) по алгебре для обучающихся 7 класса А.Г. Мерзляка базового и углубленного уровней, С.М. Никольского, Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюка, К.И. Нешкова и И.Е. Феоктистова базового и углубленного уровней, А.Г. Мордковича, Ю.М. Калягина, Г.В. Дорофеева и др., Л.Г. Петерсона и др., учебника по алгебре линии «Сфера». Сводные результаты анализа представлены в таблице 1.

Таблица 1

Сравнительный анализ УМК по алгебре 7 класса

Учебно-методический комплекс	Особенности учебно-методического комплекса	Состав учебно-методического комплекса
Учебно-методический комплекс А.Г. Мерзляка (базовый уровень)	– задачный материал разного уровня сложности позволяет реализовать принципы уровневой дифференциации и индивидуального подхода в обучении, подготовиться к государственной итоговой аттестации (ГИА). – синхронизация понятийного аппарата при изучении алгебры и геометрии. – доступное изложение теоретического материала. – сочетание традиционной методики и современных подходов в обучении.	– рабочая программа – учебник – рабочие тетради – дидактические материалы – методическое пособие – проверочные работы – подготовка к всероссийским проверочным работам (ВПР)
Учебно-методический комплекс А.Г. Мерзляка (углубленный уровень)	– многообразие заданий на различных уровнях сложности способствует применению принципов уровневой дифференциации и индивидуальных подходов в обучении, что готовит студентов к Государственной итоговой аттестации (ГИА). – синхронизация понятийного аппарата при изучении алгебры и геометрии. – наряду с углублённым изучением большинства тем курса алгебры, предлагается расширение предметного содержания за счёт изучения дополнительных материалов. – сочетание традиционной методики и современных подходов в обучении.	– рабочая программа – учебник – методическое пособие – самостоятельные и контрольные работы

Учебно-методический комплекс	Особенности учебно-методического комплекса	Состав учебно-методического комплекса
Учебно-методический комплекс С.М. Никольского	– предоставляет возможность выбрать уровень сложности обучения учащимся и учителям. – каждая тема в учебном плане тщательно изучается и рассматривается один раз. – повторение материала и закрепление осуществляются через систему упражнений. – сложность задач постепенно возрастает, при этом предоставляется достаточное количество упражнений для освоения каждого нового метода решения, относящегося к изучаемой теме. – представлена система упражнений, позволяющая применять индивидуальный образовательный подход. Задачи классифицируются по типам деятельности.	– рабочая программа – учебник – дидактические материалы – методические рекомендации – тематические тесты
Учебно-методический комплекс Ю.Н. Макарычева Н.Г. Миндюка, К.И. Нешкова и И.Е. Феоктистова (базовый уровень)	– последовательное изложение теоретического содержания, сопровождаемого многочисленными примерами, направленными на эффективную организацию обучения. – создание условий для глубокого усвоения теории и овладения математическим аппаратом благодаря взаимосвязи и взаимопроникновению содержательно-методических линий курса. – развитая система упражнений, направленная на обеспечение усвоения теоретических знаний и формирования необходимых умений и	– рабочая программа – учебник – рабочая тетрадь – дидактические материалы – книги для учителя – тематические тесты – методические рекомендации.

Учебно-методический комплекс	Особенности учебно-методического комплекса	Состав учебно-методического комплекса
	навыков. – уровневая дифференциация заданий в пособиях УМК.	
Учебно-методический комплекс Ю.Н. Макарычева Н.Г. Миндюка, К.И. Нешкова и И.Е. Феоктистова (углубленный уровень)	– применение для углублённого изучения алгебры. – сбалансированное развитие всех линий школьного курса алгебры, сквозная система повторения. – расширение традиционных учебных тем за счёт теоретико-множественной и вероятностно-комбинаторной линий школьного курса математики. – обстоятельность, логическая стройность, завершенность объяснительных текстов, их научность и доступность. – тщательный подбор упражнений, достаточный для успешного усвоения теоретического материала и закрепления практических навыков.	– учебник – электронная форма учебника – сборник рабочих программ – дидактические материалы – методические рекомендации.
Учебно-методический комплекс авторов под редакцией А.Г. Мордковича	– практико-ориентированное содержание. – учебники содержат как теоретический материал, так и практический. – упражнения по теме каждого параграфа и упражнения для повторения в конце каждого параграфа; по завершении каждой главы предоставляются краткие обзоры, а также вопросы для самооценки, самопроверочные тесты, дополнительные упражнения для любителей математики и материалы для подготовки к основному государственному экзамену (ОГЭ).	– рабочие программы – учебник – рабочая тетрадь – алгебраический практикум – контрольные работы – самостоятельные и проверочные работы

Учебно-методический комплекс	Особенности учебно-методического комплекса	Состав учебно-методического комплекса
	– трёхуровневая по степени сложности система упражнений в каждом параграфе; для каждой серии упражнений объединенных единой фабулой, тщательно выдерживается линия постепенного нарастания сложности. – учебный материал, включает изучение начал комбинаторики, статистики и теории вероятностей, сочетает полноту и компактность изложения вместе с прочной интегрированностью в учебные темы, традиционные для школьной математики. – УМК основан на принципах развивающего и опережающего обучения. – приоритетная содержательно-методическая линия курса – функционально-графическая.	
Учебно-методический комплекс Ю.М. Калягина	– заложенная в основу числовая линия. – дидактический принцип построения содержания через индуктивный подход к введению математических понятий и терминов: от частного к общему. – структура и содержание учебников ориентирована на помощь учащимся целостного моделирования учебного процесса и уроки по отдельности. – построение индивидуальных траекторий обучения, через применение выбранного уровня представленных упражнений. – включение занимательных текстов-	– сборник рабочих программ – учебник – рабочая тетрадь – дидактические материалы – тематические тесты – методические рекомендации

Учебно-методический комплекс	Особенности учебно-методического комплекса	Состав учебно-методического комплекса
	бесед по изучаемым темам.	
Учебно-методический комплекс Г.В. Дорофеева и др.	– реализована структурированная содержательно-методическая линия, включающая в себя комбинаторику, элементы теории вероятностей и статистики, органично взаимодействующие с традиционным учебным материалом. – возможность дифференциации по уровням обеспечивается широким спектром сложности задач, разделенных на группы А и В.	– учебник – рабочая программа – рабочая тетрадь – дидактические материалы – тематические тесты – контрольные работы – методические рекомендации
Учебно-методический комплекс Л.Г. Петерсона и др.	– ориентирован на развитие математического мышления учеников, а также на формирование у них системы прочных математических знаний, развитие личностных качеств, познавательного интереса и ценностного отношения к образованию. – реализует дидактическую систему деятельностного метода обучения. – обеспечение по индивидуальной траектории разноуровневого обучения. – применение новых знаний осуществляется непрерывно и системно.	– учебник – рабочая программа – самостоятельные и контрольные работы
Учебно-методический комплекс линии «Сферы»	– соответствие ФГОС ООО, обеспечивающее комплексность и преемственность всех уровней обучения в школе. – бумажная и электронная форма. – применение единого методического, информационного и дизайнерского	– учебник – электронная форма учебника – сборник примерных рабочих программ

Учебно-методический комплекс	Особенности учебно-методического комплекса	Состав учебно-методического комплекса
	подхода с учетом возрастной психофизиологии учащихся. – использование системы навигации по учебному контенту, позволяющей применить единую технологию обучения. – применение информационных технологий.	

Останавливаясь подробнее на конкретных школьных учебниках, в первую очередь рассмотрим, учебник по алгебре 7 класса А.Г. Мерзляка, который широко распространен в школах Российской Федерации [95]. Этот учебник включает в себя 4 главы.

Первая глава посвящена линейным уравнениям с одной переменной и содержит 2 параграфа: линейное уравнение с одной переменной и решение задач с помощью уравнений. Каждая глава усилена заданиями, направленными на самопроверку и самоконтроль обучающихся в тестовом формате с уровневой дифференциацией и включает простые, средние по сложности и трудные задачи.

По итогам первой главы учащийся должен знать основные понятия, такие как выражение с переменной, числовые, буквенные алгебраические выражения, целое выражение, линейное уравнение с одной переменной, а также схема решения задач на составление уравнений.

Вторая глава направлена на изучение целых выражений и включает в себя 16 параграфов и также завершается заданиями для учащихся в тестовом формате. По итогам ее изучения, обучающийся должен знать такие понятия, как тождественно равные выражения, тождество, приемы доказательства тождеств, степень с натуральным показателем, знак степени, свойства степени с натуральным показателем, одночлен (стандартный вид, степень),

многочлен (стандартный вид, степень), умножение одночлена на многочлен, умножение многочленов и формулы сокращенного выражения.

Третья глава, посвященная функциям, состоит из четырех параграфов. Для оценки уровня знаний и результатов, достигнутых обучающимися в процессе изучения главы, в конце главы дается задание «Проверь себя» в форме теста, содержащее 12 тестовых заданий с четырьмя вариантами ответа. Первым заданием проверяют нахождение аргумента функции, вторым – поиск прямой пропорциональности, а на нахождение графика функции представлены третье, шестое, седьмое задания. В заданиях пять, десять, одиннадцать изображены рисунки, содержащие графики заданных функций, а также они помогают при устной работе с обучающимся. Пересечение графика функции с осями координат, точкой, а также с другим графиком функции представлены в четвертом, восьмом, двенадцатом заданиях. В результате освоения этой темы учащийся должен знать линейную функцию и уметь строить ее график.

Четвертая глава – система линейных уравнений с двумя переменными, включающая 6 параграфов и задание «Проверь себя» в форме теста, состоящее из 12 заданий с вариантами ответов. После изучения учебного материала в учебнике даются темы проектных работ для тех, кто стремится к самостоятельному усвоению знаний, развитию творческого мышления, формированию и выражению собственной точки зрения, выводу гипотез, а также поиску эффективных и новаторских решений.

Учебник по алгебре седьмого класса А.Г Мерзляка, В.Б. Полонского и М.С. Якира содержит широкую базу графического материала и сопровождается комплектами дидактических материалов, но статичность представления в печатном учебнике не позволяет наглядно отразить интерактивную динамику, например, визуализировать изменение параметров, показать динамичное преобразование многочленов, а также визуализацию построения графиков функций. Демонстрация пошагового

решения системы линейных уравнений, а также пошагово продемонстрировать учащимся преобразование формул сокращенного умножения.

Кроме того, в отечественных школах широко распространен учебник по алгебре для учащихся седьмого класса Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюка, К.И. Нешкова, С.Б. Суворова [91]. В этом учебнике изучение материала начинается со знакомства с выражениями, тождествами, уравнением с одной переменной, статистическими характеристиками, представленными в первой главе «Выражения, тождества, уравнения». Затем во второй главе переходят к изучению линейной функции и степени с натуральным показателем. В третьей главе «Степень с натуральным показателем» вводится понятие одночлена стандартного вида, умножение одночленов и возведение одночлена в степень. Отдельной главой «Многочлены» рассматриваются многочлены и действия над ними. Такое построение учебного материала обеспечивает плавный переход на формулы сокращенного умножения и системы линейных уравнений. Учебник интересен и полезен для учащихся, поскольку он содержит богатый материал по математике и истории алгебры. Это способствует развитию математического мышления и расширению кругозора учащихся.

В рамках анализа учебно-методического обеспечения обучения алгере учащихся 7 класса был рассмотрен учебник А.Г. Мордковича [98]. Он состоит из 8 глав: математический язык и математическая модель, линейная функция, системы двух уравнений с двумя переменными, степень с натуральным показателем и ее свойства, одночлены и арифметические операции над ними, многочлены и арифметические операции над ними, разложение многочлена на множители, квадратичная функция. Важно то, что после каждой изученной главы даются темы исследовательских работ для учащихся.

При изучении УМК алгебры 7 класса необходимо отметить электронное пособие к учебнику А.Г. Мордковича «Алгебра. 7 класс», подготовленное в соответствии с новым образовательным стандартом (второго поколения) на базе учебной программы по алгебре. Мультимедийное учебное пособие включает интерактивный тренажёр, обеспечивающий возможность самостоятельной тренировки учеников в решении задач и примеров для седьмого класса, а также демонстрационные материалы по изучаемым темам.

Проведенный нами анализ учебников, методических материалов по алгебре 7 класса позволяет сделать вывод, что методика введения тем в основном одинаковая. Можно отметить и некоторое единство в задачном материале изучаемых тем, то есть использование хорошо зарекомендовавшего себя методического приема в изучения алгебры, который состоит в выполнении задач по возрастанию степени сложности.

Освоение учебного материала, начиная с более простых задач, позволяет сформировать прочный фундамент до того, как произойдет переход к более сложным концепциям. Этот подход аналогичен постепенному строительству дома, где каждый этап завершается надежно, прежде чем перейти к следующему. Такой метод способствует углубленному пониманию материала и повышает уверенность студентов, поскольку они могут отслеживать свой прогресс, постепенно решая все более сложные задачи. Кроме того, он помогает избежать чувства перегрузки информацией и разочарования, которые могут возникнуть при слишком быстром погружении в сложный материал.

Вместе с тем можно констатировать следующие различия анализируемого учебно-методического обеспечения. А.Г. Мерзляк и Ю.Н. Макарычев более подробно излагают теоретические и практические материалы в своих учебниках. Задачный материал их учебников насыщен и включает задачи разного уровня сложности. После изучения каждой темы

авторы приводят дополнительный материал для самостоятельной подготовки обучающихся к контрольным работам по изученным параграфам, а также разноуровневые задания.

Достоинством учебников выступает то, что они включают вводные упражнения по каждой теме, что позволяет учителю актуализировать и систематизировать знания учащихся. Положительной стороной учебника А.Г. Мордковича [98] можно считать то, что изучение теоретического материала сопровождается системой упражнений, включающей домашние контрольные работы, представленные в двух вариантах, что также позволяет учащимся самостоятельно закрепить знания. Отметим, что в процессе подготовки к урокам, работая по учебнику А. Г. Мордковича [98], учитель должен самостоятельно подобрать необходимые задания по каждой теме на этапе закрепления знаний. В отличие от него А.Г. Мерзляк [95] представил комплекты заданий в виде теста «Проверь себя». Каждый тест состоит из 12 заданий, что позволяет учащимся самостоятельно проверить себя и подготовиться к самостоятельным работам по изученным темам.

Проведенный анализ УМК и входящих в их состав школьных учебников и методических материалов по алгебре разных лет показал, что они постоянно претерпевают различные изменения. Например, можно отметить, что в современных учебниках значительно возросло количество иллюстраций, например, рисунков, схем, графиков и чертежей, изображающих математические фигуры, тела, их пересечения и др. Подобные изменения предметного содержания школьного курса алгебры демонстрирует реализацию принципа наглядности в его развитии с помощью современных информационных технологий и других средств [21, 36, 40, 48, 52, 133, 146].

Если говорить о наглядности, то заметим, что ее роль в обучении известна очень давно. Об этом писали многие педагоги-исследователи, например, Д. Гильберт, С. Кон-Фоссен, Я.А. Коменский, А.Н. Леонтьев,

Ж.Ж. Руссо [40, 65, 86, 115]. Проблема наглядности, принцип наглядности в обучении, роль и значение наглядности в образовании, формирований и систематизации понятий и продуктивной деятельности учащихся раскрывается в исследованиях С.П. Баранова [10], В.Г. Болтянского [19], А.В. Брушлинского [27], М.Б. Воловича [36], Р. Грегори [42], В. Джиджевой [48], В.И. Евдокимова [52] и других.

Методология обучения, основанная на идеях К.Д. Ушинского [144], придерживается принципа использования наглядности как средства формирования мыслительных процессов. Важным аспектом этой методологии является построение образовательного процесса на конкретных образах и обеспечение присутствия наглядности в различных методах и приемах обучения. Согласно трудам К.Д. Ушинского, наглядность играет важную роль в формировании мышления, оказывая существенное влияние на процесс обучения. Его методология подчеркивает, что использование конкретных образов способствует лучшему усвоению учебного материала и развитию познавательных способностей учащегося. Образовательный процесс базируется на одном из основных дидактических принципов – принципе наглядности.

Таким образом, исследования К.Д. Ушинского подтверждают, что использование наглядности в методах и приемах обучения способствует эффективному формированию мышления учащегося. Этот принцип позволяет более полно воспринимать и усваивать учебный материал, активизируя познавательные процессы и способствуя развитию критического мышления.

П.Ф. Каптерев отмечает, что «наглядное обучение представляет собой наиболее эффективный и естественный метод обучения, ориентированный на развитие личности каждого обучающегося» [60]. Использование принципа наглядности способствует развитию культуры мышления, творческого потенциала и интереса к изучаемому предмету у учеников [133]. В частности,

алгебра выступает тем предметом, в котором в качестве основы обучения может быть заложен принцип наглядности. Как показывает анализ теоретического и практического опыта по принципу наглядности, информационные технологии облегчают процесс восприятия, понимания, осмысления и усвоения учебного материала учащимися и способствуют формированию образного, абстрактного, визуального и пространственного мышления учащихся.

Существенную роль наглядности в обучении математике отмечает в своей статье Г.М. Борбоева и констатирует, что она «способствует реализации основного принципа доступности, а также успешности формирования понятий, методов, приемов, поддержанию у учащихся интереса к математике, приводит к более высокому уровню развития математической культуры, математического языка, логического мышления, обоснованности суждений» [21]. Можно полагать, что немаловажную роль и в обучении алгебре 7 класса играет наглядность, что обусловлено психологическими особенностями детей, которые требуют конкретных образов и визуализации связей между абстрактными алгебраическими понятиями.

Наглядность по Л.М. Фридману, это «особое свойство психических образов, которые возникают в процессе восприятия, памяти, мышления и воображения при осмыслении объектов окружающего мира» [146]. Однако, до настоящего времени не был разработан единый подход к определению понятия наглядности, в педагогической, психологической и методической литературе нет четкого определения наглядного обучения. Анализируя компоненты наглядного обучения математике, можно сделать вывод о недостаточно проведенных исследованиях в данной области.

На основе выше данного определения понятия наглядности Л.М. Фридманым, следует, что для использования наглядности в обучении необходимо учесть, как действия обучаемых, связанные с использованием

средств наглядности, так и действия, осуществляющие для полного освоения учебного материала. В работе В.В. Афанасьева, Ю.В. Поваренкова, Е.И. Смирнова и В.Д. Шадрикова приведена наиболее полный анализ процесса наглядного обучения [8]. В результате психологического анализа понятия наглядности можно сделать вывод, что наглядность включает в себя как свойство реальных объектов, так и характеристику изображений этих объектов, которые формируются человеком при познании. Наглядность означает простоту и понятность психического образа, который формируется при непосредственном или опосредованном познании. Это свойство зависит от уровня развития познавательных способностей, интересов и потребностей человека, а также от его стремления создать выразительный и понятный образ объекта.

Взаимосвязь принципа наглядности и информационных технологий открывает новые возможности в обучении через применение компьютерной анимации с помощью динамических математических сред. При обучении алгебре в школе с помощью информационных технологий можно статичные рисунки преобразовать в анимационные, тем самым опираясь и развивая сенсорику обучающихся.

При организации обучения алгебре школьников Республики Тыва наряду с необходимостью повышения качества их алгебраической подготовки за счет применения информационных технологий, встает необходимость построения учебный процесс с учетом региональных культурных традиций и национальных особенностей в условиях многонационального государства. Ч.К. Ламажаа подчеркивает в своей работе, что территориальная особенность Тувы, которая состоит в некоторой географической изолированности ее от остальной части страны, привела к формированию особой тувинской культуры и способствовала билингвальному развитию территории (формированию в республике русско-тувинского двуязычия) [73].

Специфика обучения малочисленных коренных народов, проживающих на билингвальных территориях, состоит в том, что качество образовательного процесса напрямую зависит от уровня знания языка, на котором осуществляется образовательный процесс. В мире такая ситуация находит распространение в США, Канаде и других странах, а в России наблюдается в Туве, Якутии, Чувашии и других регионах. Результаты мониторингов и комплексных обследований, проводимых в Республике Тыва подтверждают, что для большей части населения тувинской язык является родным, причем процент людей, для которых русский язык не является родным значительно выше по сравнению с другими национальными билингвальными территориями [165]. Однако официальным языком обучения в школе в республике выступает русский язык, но многие учащиеся при этом демонстрируют недостаточную степень владения им, которая часто сводится лишь к бытовой коммуникации. Это приводит к тому, что в школах Республики Тыва перед педагогами остро стоит проблема организация обучения в условиях русско-тувинской билингвальности (естественного или приобретенного двуязычия).

Заметим, что исследованиями в области двуязычия (билингвизма), изучением его аспектов, выявлением его психологических и методических характеристик занимались многие ученые, например, У. Вайнрах, Е.М. Верещагин, Г.М. Вишневская, М.В. Дьячков, А.П. Юдакин и другие [29, 33, 35, 51, 159]. Заметим, что нам наиболее близко понятие У. Вайнрайха, в котором под двуязычием понимается «умение или навык, позволяющий человеку или сообществу использовать два различных языка в зависимости от ситуации с целью достижения взаимного понимания в процессе общения» [29]. И считаем целесообразным в образовательном процессе осуществлять языковую опору как на русский, так и на тувинский язык при обучении математике школьников республики Тыва.

Повышению качества образовательного процесса в условиях двуязычия, формированию дидактических принципов билингвального обучения и учету национальные особенностей тувинских студентов в предметном обучении посвящено многочисленное количество исследований [28, 135, 136, 140]. Но проблема повышения результативности обучения математике тувинских школьников остается недостаточно проработанной.

При этом научные работы и педагогические эксперименты при обучении тувинских учащихся показывают, что им свойственно пространственно-образное восприятие мира. Это говорит о том, что доминирующим полушарием мозга у них выступает правое полушарие, что отражается в наличии тонкого и глубокого восприятия наряду с некоторой медлительностью и немногословностью. Анализ этнопсихофизиологических особенностей учащихся тувинской национальности показывает, что активная работа правого полушария по обработке невербальной информации, выраженной в образах, приводит к формированию у таких людей более слабых речевых навыков наряду с высокими способностями по усвоению учебного материалы, изучение которого сопровождается эмоциональными объяснениями и яркими зрительными образами [28]. М.К. Тюлюш отмечает сильную сторону учащихся Республики Тыва, которая проявляется в уникальной способности устанавливать нестандартные связи между предметами и их свойствами [140].

Заметим, что ситуация с уровнем знания тувинского языка в Туве достаточно неоднозначная. Наряду с ярко проявляющимися сложностями в области владения русским языком наблюдается и обратная ситуация в отношении тувинского языка. В Республике Тыва наряду с законодательным закреплением необходимости обучаться на русском языке есть острая потребность сохранения тувинского языка, что обусловливают важность особого подхода к организации учебного процесса по математике для школьников в условиях двуязычия. Это приводит к тому, что организация

обучения алгебре школьников-билингвов должна строится по принципу равенства образовательных возможностей, но при этом важно наряду с обучением алгебре на русском языке обеспечить комфортное обучение на русском с поддержкой на тувинском языке для одних учащихся и при этом не допустить исчезновения национального языка для других.

Значимость сохранения языков коренных народов находит отражение в деятельности Международной организации Юнеско, которая период с 2022 по 2033 годы провозгласила Десятилетием языков коренных народов мира. ЮНЕСКО ставит своей целью в это десятилетие привлечь внимание мировой общественности к бедственному положению языков малых коренных народов с целью организации процесса их сохранения, возрождения, развития и популяризации, чтобы не допустить их критической утраты [160]. Эта деятельность выступает основным направлением деятельности ЮНЕСКО. Организация рассматривает язык не просто как средство коммуникации и культурной идентификации, а как важный компонент самосознания и идентичности индивида и общества в целом.

На основе обзора научных докладов, результатов исследований и посланий ЮНЕСКО можно констатировать, что исчезновение любого языка является неизмеримой потерей, так как языковое разнообразие неотъемлемо для развития человечества, языки отражают исторический опыт и играют особую роль в социализации и передаче социальных и культурных традиций, способствуют расширению знаний, представляют собой результат богатого и разнообразного творческого мышления, выступают средством самоидентификации и имеют огромную ценность для носителей.

Обеспечение культурного разнообразия, межкультурного диалога и доступного образования, ценности, которые защищает ЮНЕСКО, невозможны без активного участия всех заинтересованных сторон в сохранении родных, уязвимых и исчезающих языков, а также в развитии многоязычия. Согласно результатам исследования организации Юнеско,

представленного как «Атлас языков мира, находящихся под угрозой исчезновения» около 2500 языков, которые используются в мире, что составляет около 40% от общего числа языков мира, находятся в долгосрочной перспективе под угрозой исчезновения из-за недостатка носителей [160]. Согласно атласу, например, на территории России под угрозой находится 116 языков.

Оценивая угрозу исчезновения языков, ЮНЕСКО вводит уровень жизнеспособности языка на основании 9 критериев, из которых наиболее важным является передача языка между поколениями. По этому критерию ЮНЕСКО вводит следующие статусы угрозы для исчезающих языков:

– *безопасный*, когда язык используется всеми поколениями, его передача между ними не нарушена, т.е. в этой ситуации угроз для языка не существует;

– *уязвимый*, когда на языке разговаривает большинство детей, но его использование может быть ограниченным местом его применения, например, использованием его в семье для обсуждения бытовых вопросов;

– *есть угроза исчезновения*, когда язык не изучается детьми как родной;

– *серьёзная угроза*, когда язык использует старшее поколение, но лишь в коммуникациях между собой, без включения в них подрастающего поколения;

– *на грани вымирания*, когда самые младшие носители языка — это старики, которые при этом используют его ограничено и нечасто;

– *вымерший*, когда уже нет живых носителей языка. В настоящее время в атлас ЮНЕСКО внесены только вымершие языки начиная с 1950 года.

Тувинский язык согласно оценке ЮНЕСКО, отнесен к группе уязвимых языков. Научные исследования подтверждают, что для Тувы и тувинцев сегодня действительно существуют определенные языковые

проблемы и особенности [136]. Во-первых, наблюдается ускоренное исчезновение тувинского языка. Во-вторых, происходит изменение функционального распределения между русским и тувинским языками. В-третьих, Федеральный закон «О языках в Российской Федерации» значительно изменил образовательную среду России. В-четвертых, общество активно обсуждает текущую языковую политику и принимаемые меры. В 2023 году в республике был подписан указ, утверждающий Стратегию поддержки и развития одного из государственных языков республики – тувинского языка [142]. Документ, включил основные принципы и направления работы по разработке долгосрочных планов государственной поддержки развития тувинского языка и был представлен в год педагога и наставника во время пленарной части ежегодного августовского совещания работников образования, проходившем в этнокультурном комплексе «Алдын-Булак» на территории Республики Тыва.

Несомненно, что современный уровень развития информационных технологий открыл принципиально новые возможности развития и применения их дидактического потенциала в решении проблемы обучения алгебре школьников в условиях двуязычия. При этом с точки зрения повышения качества обучения, целесообразным представляется опираться на развитое у учащихся-билингвов наглядно-образное и ассоциативное мышление через реализацию принципа наглядности в обучении средствами ИКТ с поддержкой обучения на национальном тувинском языке учащихся-билингвов Республики Тыва.

Проведенный анализ нормативно-законодательной базы, сравнительный анализ учебно-методического обеспечения по алгебре для учащихся 7 класса позволил выявить дефициты, которые проявляются в необходимости применения современных цифровых технологий, развитии и применении средств визуально-наглядной компьютерной анимации в условиях русско-тувинского двуязычия. Остро стоит необходимость

комплексного решения проблемы создания и применения в учебном процессе анимационных рисунков, которые позволяют динамично в зависимости от изменения параметров получать различные виды динамических изображений (чертежей) с персональной поддержкой на родном языке учащихся, что повысит понимание учащимися учебного материала и его наглядность, а также обеспечит возможность проведения экспериментов с алгебраическими объектами и моделирования их параметров в режиме реального времени.

Таким образом, можно констатировать, что существующие учебно-методические комплексы обучения алгебре для учащихся 7 класса, в том числе содержащие примеры применения компьютерной анимации до сих пор не решают проблему комплексно и системно для учащихся-билингвов. Это актуализирует необходимость создания методики обучения алгебре школьников с применением визуально-наглядных средств компьютерной анимации в цифровой образовательной среде в условиях двуязычия на примере Республики Тыва и позволяет сделать вывод о том, что применение анимационных рисунков с билингвальной поддержкой способствует повышению результативности обучения алгебре учащихся-билингвов 7 класса в условиях русско-тувинского двуязычия.

1.2. Значение и возможности компьютерной анимации в обучении алгебре учеников-билингвов в современных условиях

В современном образовательном процессе особое внимание уделяется активной учебной деятельности и практическим экспериментам учащихся с применением цифровой образовательной среды. Роль современного поколения учащихся интенсивно меняется, и они уже не выступают пассивными наблюдателями процесса обучения, при этом исчезает трансляционная функция педагога, которая часто состояла к передаче знаний нового материала от учителя к ученику. Ориентир в построении современного процесса обучения направлен на активное участие в учебном процессе и осуществление под руководством учителей самостоятельной работы над необходимыми выводами.

Древнекитайский мыслитель и философ Конфуций высказал: «Скажи мне – и я забуду, покажи мне – и я запомню, дай мне действовать самому – и я научусь». Данная китайская мудрость очень точно отражает идею системно-деятельностного подхода в образовании и в рамках стандартов современного поколения ФГОС. Задача учителей состоит в том, что нужно научить детей добывать знания самим, находить проблемные места в обучении и понимать, что для нового действия необходимы новые знания. Педагог в этих условиях должен всегда помнить, что его задача состоит в том, чтобы направлять учащегося, дать ему развиваться самому, но с учетом целевых рамок образовательной программы. В этом и заключается мастерство учителя: ненавязчиво стимулировать, организовывать и направлять учебную деятельность ученика так, чтобы он сам добывал знания и оперировал ими.

Когда ученик активно участвует в учебном процессе это способствует лучшему усвоению учебного материала. Однако в математике проведение экспериментов не всегда просто, как в других науках. В основном они имеют

теоретический характер, и ученик приходит к новым знаниям с помощью уже изученного материала, а также под руководством учителя. Самостоятельно организованный и проведенный эксперимент может быть наиболее интересным. В этом случае современные информационные технологии могут помочь учителю математики.

В настоящее время существует широкий спектр математических программных пакетов и наборов прикладных программ, с помощью которых возможно эффективно и результативно организовать активное деятельностное обучение алгебре обучающихся образовательных учреждений различного уровня, в том числе и учащихся школ в условиях двуязычия. Несомненно, при изучении алгебры, включающей темы и разделы, требующие наглядных вспомогательных иллюстраций, демонстрации алгебраических вычислений и моделирования различных процессов с изменяющимися параметрами, ИКТ открывают новые образовательные возможности в обучении. Это подтверждается анализом научных исследований по трансформации образования в школе [24, 26, 97, 105, 114, 125, 141].

На основе анализа работ М.С. Артюхиной [6], О.А. Гришиной и Е.И. Саниной [44], Л.П. Мартиросяна [93], А.Н. Мокрушина [96], М.А. Павловой и М.В. Шабановой [104], Е.О. Шумаковой и О.В. Водомесовой [156] можно заметить, что существующие возможности применения цифровых технологий в обучении математике, как отмечают исследователи, направлены на:

– использование их потенциала при изучении конкретных тем и разделов математических дисциплин, соответствующих образовательным целям;

– упрощение рутинных задач как для учителей, так и для учеников, связанных с выполнением однотипных операций;

– выделение большего времени на изучение различных методов решения математических задач, оценку эффективности применяемых методов и уточнение тонкостей изучаемой темы;

– организацию работы по изучению логики и алгоритмов вычислений в процессе учебной деятельности с применением математических программ и динамических интерактивных сред;

– создание цифровой обучающей среды обучения математике, включающей учебный контент в виде электронных образовательных ресурсов и курсов;

– повышение наглядности в обучении за счет применения возможностей компьютерной анимации.

Применение широкого спектра возможностей, которые предоставляют пакеты прикладных математических программ в образовательном процессе, позволяет более глубоко и разносторонне рассмотреть все нюансы изучаемых тем. Динамические среды способствуют повышению наглядности в обучении, что подтверждается научными работами, например, А.Л. Вернера, А.Б. Никитина, В.И. Рыжика, М. Шабановой, Л. Удовенко и М. Ниматулиева [34, 151]. Развитие динамических сред позволило внести в учебный процесс движение, которое реализуется через динамические чертежи [90, 151, 153] и анимационные рисунки [31, 74-85, 120-123, 150]. В.Р. Майер в своих работах говорит о развитии при помощи анимационных рисунков эвристического, экспериментального и проектно-исследовательского стилей обучения [1].

К наиболее распространенным математическим программам, обеспечивающим наглядное изучение математических дисциплин можно отнести динамические интерактивные среды, например, «*GeoGebra*», «Живая Математика», «Математический конструктор» и др. Функционал интерактивных динамических сред находит широкое применение на различных этапах обучения математике и, в том числе алгебре. Анализу

потенциальных возможностей и развитию методик применения обозначенных сред посвящено многочисленное количество педагогических исследований в России и за рубежом. Например, в исследовании Р.А. Фунтикова представлен исследовательский обзор и результаты сравнительного анализа этих динамических сред [147].

Динамические возможности «Живой математики» в обучении представлены в научных публикациях В.В. Сенчилова [127], Г.Б. Шабата [152], в монографии В.В. Абдулкина, С.И. Калачева, М.А. Кейва, С.В. Ларина, В.Р. Майера [1]. Авторы статей Ю.Н. Кашицына [62], В.В. Сенчилов и др. [126] описывают в своих работах возможности и назначение среды «Живая математика», которые при совместном использовании с дистанционным курсом обучения математике детей способствуют повышению уровня математической подготовки учащихся. Особенностью предложенной методики является ее ориентация на детей с ограниченными возможностями здоровья.

Анализ практики применения динамических сред обучения математике позволяет выделить их достоинства и недостатки. В частности, среда моделирования и динамического преобразования математических объектов «Живая математика» позволяет решать многочисленные задачи в области геометрии, алгебры, тригонометрии и математического анализа, рисунок 1. Ограничением к широкому распространению среды «Живая математика» выступает необходимость ее коммерческого использования и ее функционирование лишь под управлением операционной системы *Windows*.

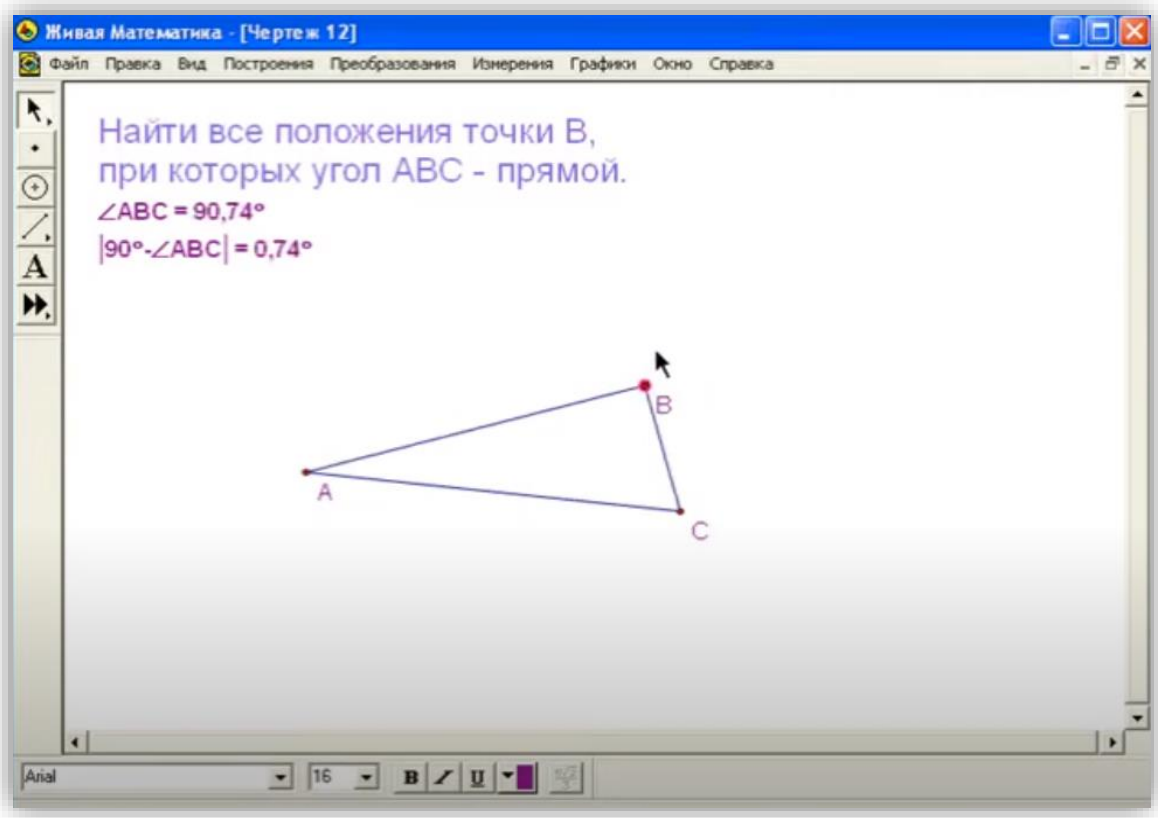


Рисунок 1 – Динамическая среда «Живая математика»

Среда «Живая математика» включает материал по планиметрии и позволяет осуществлять геометрические построения на плоскости и работать с ними. Методические рекомендации по работе с программой содержат инструкции по построению моделей, начиная от элементарных последовательно переходя к более сложным, которые могут быть использованы для наглядного доказательства геометрических теорем. Заметим, что наряду с достоинствами пакета есть некоторые ограничения, связанные с тем, что метод, основанный на привязке графических объектов к системе координат и реализации построений по координатам, не всегда обладает достаточной точностью и удобством в работе. Среда «Математический конструктор» – одна из российских разработок, предоставляющая возможность создания интерактивных моделей,

объединяющих конструирование, динамическое варьирование и эксперименты.

Возможности интерактивной творческой среды «Математический конструктор» через организацию творческих мастерских для развития вариативности мышления учеников раскрывают в своих работах Н.Н. Храмова и М.А. Родионов [149], В.Н. Дубровский и др. [50], О.А. Белайчук и Н.А. Лебедева [14], а ученый Б.С. Садулаева [118] рассматривает использование динамического наглядного механизма при изучении темы квадратного трехчлена на уроках алгебры.

Среда «Математический конструктор» не является свободно распространяемой программой, для нее существует свободно распространяемая онлайн версия продукта, но ее функциональные возможности ограничены. Визуальный интерфейс среды при этом является достаточно простым в освоении и интуитивно понятным, рисунок 2. Она обладает необходимым набором инструментов для выполнения различных построений. Среди несомненных достоинств среды можно выделить работу с плоскими объектами, динамические и геометрические построения, выполнение вычислений различного рода, возможности реализации контроля выполнения заданий учениками. Программа позволяет создавать и изменять интерактивные чертежи и модели на всех этапах обучения математике, а также использовать их в проектной деятельности учащихся. Однако существуют ограничения в возможностях программы «Математический конструктор» для работы с пространственными объектами и стереочертежами, так как она не предоставляет интерактивное 3D-полотно для создания динамических анимационных конструкций.

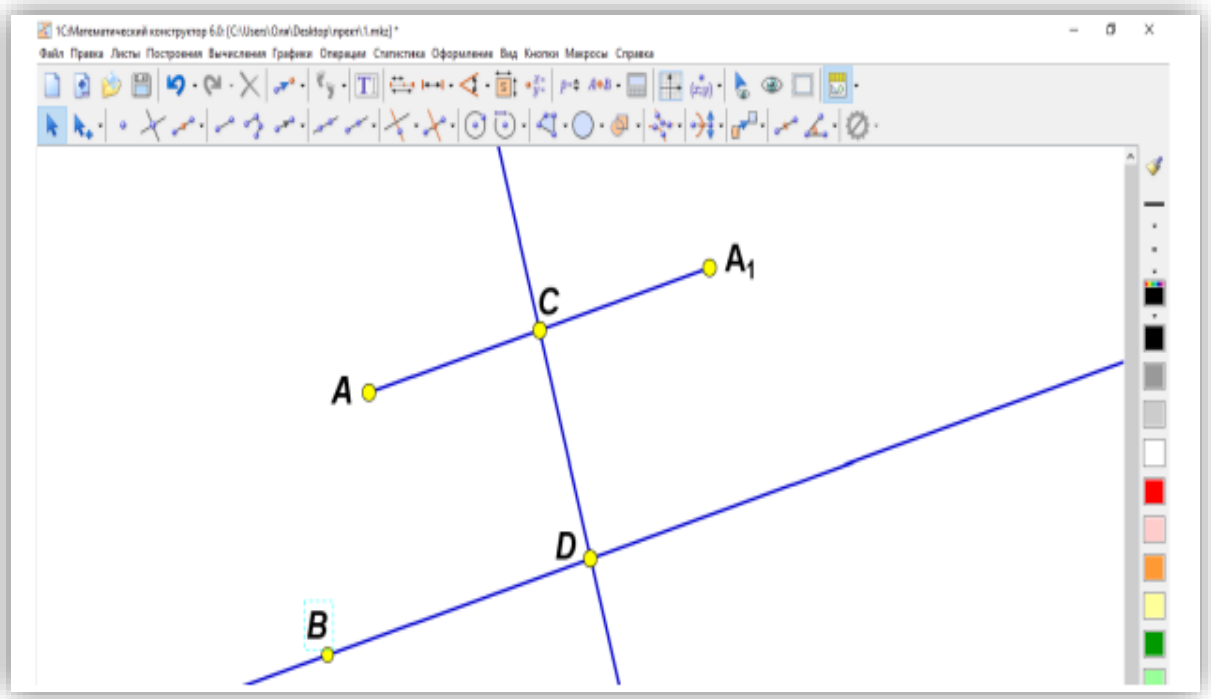


Рисунок 2 – Среда «Математический конструктор»

Наиболее ярким представителем создания анимационных математических рисунков выступает развивающаяся компьютерная среда *GeoGebra,* которая представляет собой свободно-распространяемую динамическую среду для создания анимационных рисунков и чертежей различного рода, рисунок 3. При анализе опубликованных статей за последние десять лет на применение компьютерной анимации в динамической среде *GeoGebra* можно выделить часто цитируемые статьи [4, 64, 74], в которых рассматриваются вопросы результативного использования программы *GeoGebra*, а также ее возможности и технологии при изучении учебного материала и решении задач на уроках алгебры и геометрии. Но важно заметить, что ощущается острая нехватка учебной литературы, раскрывающей систематическое применение этого ресурса в алгебре 7 класса.

Динамическая среда *GeoGebra* формирует навыки наглядного представления алгебраических и геометрических ситуаций, а также предоставляет обширный набор функциональных возможностей по построению графиков, вычислению корней уравнений и значений интегралов, нахождению экстремумов и многого другого с помощью встроенных команд, обеспечивая управление над геометрическими построениями. Программа *GeoGebra*, созданная Маркусом Хоенвартером на языке *Java*, устанавливается на различные операционные системы и поддерживает 39 языков, включая русский. С помощью среды *GeoGebra* можно реализовать построения:

– точек, точек на объектах, прикрепление / снятие точек, нахождение пересечения, середины или центра, комплексного числа, extremum, корней;

– прямых, отрезков, отрезков с фиксированной длиной, лучей, ломаных, векторов;

– перпендикулярных и параллельных прямых, серединных перпендикуляров, биссектрисы угла, касательной, поляры или диаметра, аппроксимации, локуса;

– правильных, жестких, векторных многоугольников;

– окружностей по заданным центру и точке, по центру и радиусу, циркуля, окружности по трем точкам, полуокружности по двум точкам, дуги по центру и двум точкам, по трем точкам, сектора по центру и двум точкам, по трем точкам;

– эллипсов, гипербол, парабол, коник по пяти точкам;

– углов, углов заданной величины, расстояния или длины, площади, наклона прямой;

– отражения относительно прямой, точки, окружности, поворота вокруг точки, параллельного переноса по вектору, гомотетии относительно точки.

Функциональные возможности среды *GeoGebra* помимо построения графических объектов включают алгебраические, логические, функциональные, статистические и вероятностные вычисления, а также позволяют реализовать операции над векторами и матрицами, множествами и отношениями, комбинаторными и графическими объектами.

Среда *GeoGebra* помогает учителям в объяснении учебного материала, а школьникам в изучении тем школьного курса математики, таких как, геометрия, алгебра, математический анализ и другие.

Например, динамическая среда *GeoGebra* находит широкое применение в учебном процессе обучения геометрии, рисунок 3. Педагогические изыскания в области развития методики обучения геометрии и формирования математической грамотности в условиях этой среды, находят отражение в научных исследованиях. Например, диссертационное исследование Т.С. Шириковой [153] раскрывает теоретические и методологические основы формирования навыков доказательства теорем с применением системы *GeoGebra*, что подтверждает ее богатый потенциал при обучении геометрии. Исследования П.А. Агафонова раскрывают теоретические основы обучения геометрии учеников восьмого и девятого классов школы с использованием среды *GeoGebra* в социокультурном контексте [2]. Однако анимационные возможности среды *GeoGebra*, обладающей высоким потенциалом в области повышения наглядности и доступности учебного материала состоят не только в обучении геометрии, но и алгебре. Эти возможности широко представлены в научных публикациях зарубежных авторов [162-164, 166-170, 172, 176, 177, 181, 184].

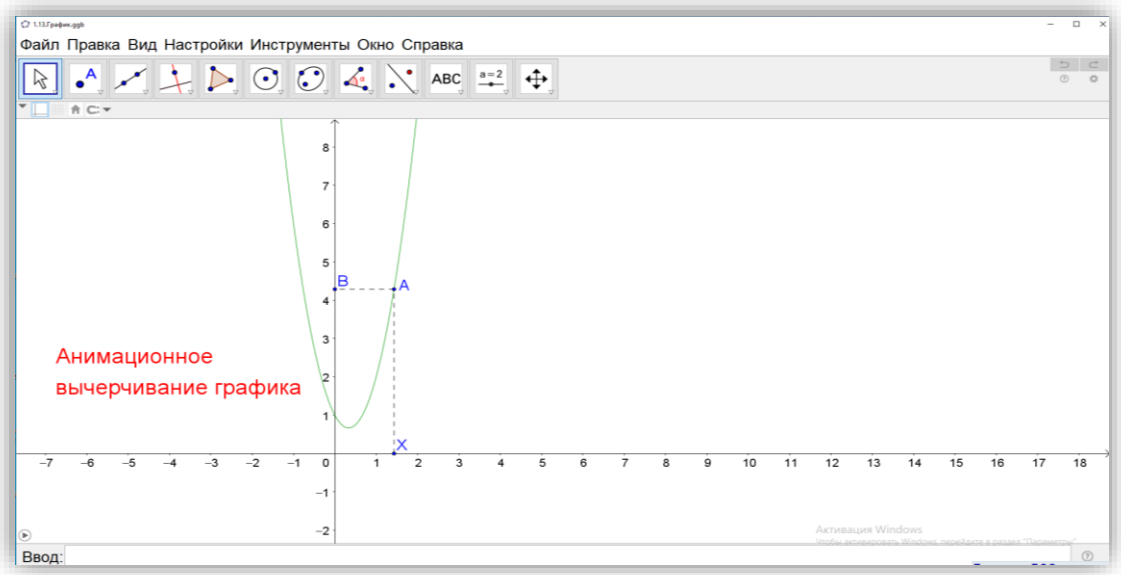


Рисунок 3 – Среда *GeoGebra*

Вместе с тем, отметим, что выстраиваемая в исследовании методика обучения алгебре семиклассников в условиях билингвального обучения с применением пакета *GeoGebra* обладает широкими функциональными возможностями такими как динамическое изменение графиков, исследование функций, моделирование уравнений за счет изменения коэффициентов, реализация механизмов языковой поддержки за счет средств обусловленной анимации и т.д.

По сути, динамическую среду *GeoGebra* можно сравнить с «мастерской с инструментами» для создания анимационных рисунков, где важно знать, под какой кнопкой находится нужный инструмент. Как отмечает профессор С.В. Ларин «никаких специальных знаний программирования при работе в среде *GeoGebra* не требуется» [76]. Нами было проведено изучение функциональных возможностей и особенностей работы в интерактивной динамической среде *GeoGebra*, которые описательно представлены в приложении А.

Анализ функциональных возможностей позволил выявить основные знания и умения, которые можно развить у школьников при работе с программой *GeoGebra*. Среди них можно отметить:

1. построение объектов с помощью графических инструментов, например, точки, прямой, луча, отрезка, угла, многоугольника, окружности и др.;

2. умение работать со свойствами объектов такими как задание следа точки и анимации объекта, а также определить возможность включения или выключения анимации;

3. использование средств визуализации объектов, осей координат и координатной сетки, панели объектов;

4. построение параллельных или перпендикулярных прямых, равных углов;

5. создание надписей, как текстовых, так и содержащих формулы, умение применять объекты различного рода;

6. введение числа, преобразование выражений, вычисление значений функции в системе *CAS*;

7. осуществление математических преобразований, например, нахождение полного квадрата, простых множителей, разложения и упрощения многочленов;

8. моделирование с помощью инструмента «Ползунок», например, задание числовых параметров и коэффициентов уравнений;

9. осуществление модификации изображений, например, перемещение чертежа, увеличение или уменьшение изображения, показать или скрыть объект, или обозначение, копировать стиль, удалить и другие;

10. экспорт изображений в другие форматы для дальнейшего редактирования.

Вышеперечисленные основные знания и умения, которые можно развить у школьников при работе с программой *GeoGebra* может стать основным средством обучения алгебре со школьниками.

В частности, программная среда предоставляет для этого широкие функциональные возможности. В частности, создавая анимационные алгебраические рисунки, которые можно трактовать как «живые» чертежи в системе динамической математики *GeoGebra*, возможно динамически изменяя основные параметры объектов, моделировать и исследовать их характеристики. Это развивает мышление учащихся, формирует методологические принципы учебной и исследовательской работы.

В среде *GeoGebra* предусмотрены различные способы применения анимации:

1. Простое механическое перетаскивание и изменение размеров: эта функция позволяет учащимся настраивать размеры, расположение объектов, просто перетаскивая и изменяя их размеры. Это особенно удобно для задач, связанных с исследованием свойств объектов, анализом решений задач и демонстрацией результатов.

2. Использование кнопки «анимация»: для анимации объекта достаточно выбрать его и щелкнуть правой кнопкой мыши для активации анимации. Если объект не привязан, его движения будут хаотичными. Важно, чтобы анимированные объекты зависели от статических данных, таких как привязка к конкретному месту, размеру или свойствам (например, выполнение построений с определенными свойствами объекта, такими как параллельность или равенство).

3. Использование ползунков: ползунки необходимы для освоения алгоритмов действий и пошаговой демонстрации их выполнения. Например, учащиеся могут самостоятельно исследовать траекторию графика. Определяя все возможные движения как параметры, а не рассматривая каждое движение отдельно, учащиеся могут подробно описать все возможные шаги.

По нашему мнению, анимацию в среде *GeoGebra* следует использовать при работе с учениками в разных аспектах. Анимационные рисунки можно эффективно применять не только для развития у учащихся пространственного воображения и мышления через применение интерактивных моделей, но и как средство повышения уровня усвоения знаний благодаря визуализации математики, ее понятий и утверждений для учащихся.

Визуализация математической информации для современного поколения обучающихся является основной частью образовательного процесса и способствует повышению качества обучения, увеличению объемов усваиваемой информации, позволяет облегчить запоминание материала, дает возможность связать полученную информацию в целостную картину о том или ином объекте, увлекательно изложить материал. Как отмечается в научной статье [81] при использовании визуализации на уроках математики обучающиеся более заинтересованы, сосредоточены на процессе обучения, образовательный процесс протекает эффективно, интересно как для педагога, так и для обучающихся. Создание анимационных рисунков учащимися самостоятельно представляет собой широкое поле для творчества тех, кто называет математику своим любимым предметом и желает приобщиться к компьютерным технологиям уже со школьной скамьи.

Таким образом, применение анимационных рисунков в процессе обучения позволяет педагогу применять разносторонние способы подачи учебного материала с учётом индивидуальных особенностей учащихся, расширить их кругозор, сэкономить время объяснения нового материала, воздействовать на различные типы восприятия контента и повысить уровень усвоение учебного материала.

Использование анимационных рисунков в видеоуроках или мультимедийных уроках позволяет включить «движение» в процесс обучения математике, применять их в качестве динамических плакатов,

визуализирующих различные факты и логические рассуждения, виртуальных инструментов или лабораторий для организации экспериментальной деятельности. Анимационные рисунки позволяют развивать навыки анализа ситуаций и выявлять взаимосвязи между элементами проблемы.

Анимационные рисунки находят применение для повышения информативности образовательного контента электронных обучающих курсов, которые обеспечивают методическую поддержку изучения алгебры. Применение интерактивных демонстрационных примеров в структуре теоретической части онлайн-курса способно повысить мотивацию школьников к изучению материала, упростить понимание сложных тем и повысить результативность его изучения в условиях самостоятельной работы. *GeoGebra* обладает возможностью как онлайн использования, так и работой в автономном режиме, а также обеспечивает интеграцию с офисными приложениями. В своей статье Ларин С.В. подробно описывает преимущества использования среды *GeoGebra* [74].

Богатый функционал системы *GeoGebra* дает новые возможности в процессе обучения билингвов. Существующие научные исследования в области изучения лингвопсихологических особенностей билингвов и влияния двуязычия на развитие личности подтверждают, что билингвов характеризует богатая фантазия, нестандартное решение задач и принятие решений, развитое логическое и абстрактное мышление, пространственное воображение [135].

Включение в математическое содержание демонстрационных примеров, задач и анимационных рисунков, реализованных в среде *GeoGebra* обеспечивает реализацию принципа наглядности, который играет существенную роль в процессе обучения учащихся-билингвов и дает возможность представления учебного контента в удобной для визуального восприятия форме, как отмечает в своей работе Е.А. Клушина [63].

При анализе научно-педагогических статей, диссертационных исследований, собственного педагогического опыта и анализа функциональных возможностей существующих пакетов прикладных программ – динамических сред «Живая математика», «Математический конструктор» и «*GeoGebra*» можно сделать вывод, что среда *GeoGebra* является эффективным средством повышения наглядности в обучении алгебре. В связи с этим в нашем исследовании мы рассматриваем эту динамическую среду в качестве базового средства обучения алгебре школьников для создания компьютерной анимации в цифровой обучающей среде.

Цифровая трансформация образования и широкое применение информационных технологий в обучении стимулируют интенсивное темпы развития анимации, что значительно обогащает учебный процесс. Например, дает возможность включения современных элементов в обучение, повышает качество занятий, открывает новые возможности к их организации. Уроки математики с применением компьютерной анимации повышают качество усвоения материала и стимулируют познавательный интерес каждого ученика.

Подробно рассматривая понятие «анимация», стоит отметить, что оно используется для обозначения явлений в различных сферах человеческой деятельности: от искусства, науки и образования (анимационные фильмы) до медицины (например, мероприятия по реанимации) можно наблюдать широкий диапазон использования этого термина и его лингвистическую значимость в современных языковых культурах, которую можно проследить до его этимологии. Как отмечено в работе И.И. Шульги [155], термин анимация на разных языках происходит от латинского слова «anima» и имеет несколько различных значений в виде жизни, жизненного начала, души.

Существуют различные подходы к определению понятия «анимация». Рассмотрим некоторые из них. В энциклопедии Кольера анимация

раскрывается как технология, позволяющая при помощи неодушевленных неподвижных объектов создавать иллюзию движения и к ее наиболее популярной форме отнесена мультипликация, представляющая собой серию рисованных изображений [158].

Е.А. Левашева термин «анимация» в своей работе понимает, как технологию, которую с помощью неживых и неподвижных объектов создает иллюзию движения и жизни в окружающем пространстве. Еще одно определение анимации можно встретить в статье [66] как технику создания иллюзии движения изображения путем смены статичных кадров. Одним из видов анимации, выступает компьютерная анимация, которая создается при помощи компьютера и находит сегодня широкое применение в различных сферах, например, развлекательной, производственной, научной и деловой.

К.А. Вольхин в электронном учебном пособии и в предложенной им онлайн карте слов и выражений русского языка вводит следующее определение компьютерной анимации – «последовательный показ (слайд-шоу) заранее подготовленных графических файлов, а также компьютерная имитация движения с помощью изменения формы объектов или демонстрации последовательных изображений с фазами движения» [37].

Анализ научно-педагогических исследований подтверждает, что анимация является достаточно перспективным направлением в обучении. В современном мире без визуального представления информации и данных не обходится ни одно мероприятие, например, бизнес-встреча, семинар или конференция. Это относится и к учебному процессу. Обучение с помощью анимации способствует возникновению у обучающихся заинтересованности в совершенствовании своих знаний и навыков, а также повышает их мотивацию. Применение современных иллюстраций, анимации, аудио и видеоматериалов в учебном процессе позволяет значительно упростить, а также наряду с этим повысить результативность и качество обучения.

Анимация активно используется для создания электронных учебников, презентаций и отчетов по учебному материалу и для разработки создания электронных обучающих ресурсов. Анимация стимулирует активизацию учебной деятельности учащихся. Свою эффективность она демонстрирует в создании материалов для школьных дисциплин: детям интересно видеть оживших мультипликационных героев и наблюдать за их действиями. Например, А.И. Селинова в своем исследовании экспериментально подтверждает значительное повышение эффективности обучения, реализованного с применением компьютерной анимации [124].

Использование анимационных методов для визуализации информации и математического материала позволяет лучше управлять вниманием аудитории и стимулирует их интерес к теме, что также способствует развитию мотивации для дальнейшего изучения.

Многочисленные исследования подтверждают, что компьютерная анимация способствует повышению эффективности учебного процесса [1, 31, 74-85, 99, 120-123, 138]. При этом обнажается необходимость создания качественного методического обеспечения, оптимально учитывающего баланс применяемых визуальных эффектов в структуре учебного материала предмета и комплексно определяющего методику обучения.

Использование различных видов компьютерной анимации при обучении алгебре обогащает учебный процесс, делая его более увлекательным и доступным. Компьютерная анимация дает возможность визуализировать алгоритмические задачи, моделировать математические чертежи и графики, а также помогает ученикам устранить вычислительные трудности при решении сложных преобразований.

Учитывая широкие возможности компьютерной анимации, несомненно, что она должна стать обыденным средством школьного учителя, а для учащихся применение средств компьютерной анимации должно носить не единичный, разовый характер, вызывающий восторг и удивления, а

представлять собой систематическую, регулярную систему создания и применения анимационных рисунков, интегрированную сквозным образом в методику обучения математики, в том числе алгебры.

Анализ научной литературы и практического опыта позволяет нам достаточно широко трактовать термин компьютерной анимации и выделить следующие ее виды, реализуемые в среде *GeoGebra,* такие как геометрическая, алгебраическая (ползунковая) и обусловленная или текстовая [1].

Во-первых, это геометрическая анимация, которая позволяет модифицировать геометрический чертеж с управляемым сохранением алгоритма его построения. Геометрическая анимация позволяет динамически изменять положения основных элементов в сложных чертежах.

Во-вторых, это алгебраическая (ползунковая) анимация – управляемая модификация выражений и формул с применением инструментов среды, таких как «ползунки», обеспечивающих реализацию алгоритмов решения математической задачи. Этот вид анимации позволяет управлять изменением числовых параметров при помощи изменения положения точки на отрезке в заданных границах. При этом она также позволяет оперативно модифицировать текст, включая формулы, что обеспечивает учебно-исследовательскую деятельность учащихся.

В-третьих, это обусловленная или текстовая анимация – управляемая модификация текста при помощи «ползунков» и изменения условий видимости объектов для реализации заданного алгоритма решения математической задачи. Обусловленная анимация задает условия видимости объекта и позволяет управлять его отображением в случае необходимости по запросу учащихся или учителя. Алгебраическая анимация может выступать частью обусловленной анимации, включая в текст также формулы.

Комбинация выделенных видов анимации позволяет реализовать механизмы моделирования алгебраических объектов и обеспечить их поддержку на двух языках в условиях обучения школьников-билингвов.

Рассматривая специфику билингвизма и анализируя основные этнические группы, населяющие территорию современной республики Тывы, представленные русскими и тувинцами. В большинстве своем тувинцы проживают на территории Тувы и их процент согласно данным Всероссийской переписи составляет более 80. Кроме территории Тувы, они проживают в Красноярском крае, отдельные этнолокальные группы живут также в Синьцзян-Уйгурском автономном округе Китая и Монголии и других территориальных образованиях.

При анализе математической готовности учащихся в двуязычной среде важно учитывать, что ее основы закладываются в школе. В течение одиннадцати лет обучения учащиеся приобретают необходимый уровень математической подготовки: понимание условия задач, правильное решение математических задач, доказательство теорем, проверка математических предположений и создание базовых моделей реальных объектов и ситуаций. Учащийся должен овладеть определенными математическими инструментами и развить навыки исследовательского мышления. Уровень математической готовности оценивается на государственных итоговых экзаменах по математике: Основного государственного экзамена (ОГЭ) для выпускников девятых классов и Единого государственного экзамена (ЕГЭ) для выпускников одиннадцатых классов, проводимых на русском, то есть на государственном языке РФ. В настоящее время многие школьники в республике осознают важность основательной математической подготовки для успешной сдачи ЕГЭ и поступления в университет. Однако они часто сталкиваются с серьезными трудностями, в основном языкового характера, связанными с изучением математики. Например, не всегда им удается полностью понять значение определенных математических терминов,

понятий и выражений на русском языке, что приводит к неточностям при решении разнообразных математических задач. В таких обстоятельствах учителям поручено создание благоприятных условий для формирования не только академических достижений, но и индивидуальности каждого ученика [135].

Для того чтобы получить высокие баллы на экзаменах, а также повысить успеваемость по математике, учителя математики должны применять индивидуальный подход: эффективно комбинировать методики преподавания, формы обучения и ресурсы, развивать творческие способности учеников и раскрывать творческий потенциал каждого. Изучение проблем, с которыми сталкиваются некоторые ученики Республики Тыва при сдаче ЕГЭ и ОГЭ по математике, в целом можно связать с несколькими причинами. Среди них значительная доля учителей в некоторых школах, слабо владеющие русским языком или недостаточно знающих родной тувинский язык. В результате ученики сталкиваются с трудностями в усвоении учебного материала. Кроме того, многие ключевые математические понятия вводятся в 5-7 классах на русском языке, однако у учеников может быть недостаточный уровень владения этим языком к данному периоду.

Согласно результатам мониторингов, проводимых управлением образования республики, уроки в районных школах проводятся преимущественно на национальном языке при отсутствии учебников на тувинском языке, а в школах города используется русский язык как язык обучения независимо от уровня владения им у учащихся. Такая ситуация выступает проблемой повышения уровня математической подготовки учащихся. Поэтому в республике наряду с важностью повышения качества математического обучения на русском языке есть необходимость сохранения национального тувинского языка. Для решения данной проблемы мы видим необходимым применение в учебном процессе электронных обучающих ресурсов, включающих альбомы анимационных рисунков, сопровождаемых

поддержкой на тувинском языке. Применение таких ресурсов позволяет осуществлять значительные изменения процесса обучения алгебры, так как предоставляет поддержку обучения алгебре на родном языке, что способствует более глубокому усвоению материала. Таким образом, билингвальное обучение создает новые возможности для учеников, которые ранее испытывали трудности с освоением математики на неродном языке и в том числе способствует сохранению исчезающих языков, таких как тувинский.

На основе проведенного анализа относительно значения и возможностей компьютерной анимации в системе современного обучения алгебре семиклассников Республики Тыва можно выявить, что в качестве сущностных характеристик анимационной поддержки выступают:

– профессиональная дидактическая помощь учителю;

– организация экспериментального исследования;

– независимость анимационного дидактического контента;

– анимационная наглядность;

– развитая система языковой поддержки в виде билингвальных подсказок;

– снижение вычислительной трудности;

– применение специализированной системы *CAS;*

– формирование алгебраической, геометрической и физической грамотности учащихся-билингвов.

Вместе с тем можно сделать вывод, что при построении методики обучения алгебре компьютерную анимацию в обучении алгебры целесообразно реализовать с применением динамической интерактивной обучающей среды *GeoGebra*.

На основе проведенного анализа учебно-методического обеспечения обучения алгебры семиклассников, представленного в параграфе 1.2. диссертационного исследования, можно констатировать, что в условиях

двуязычия при обучении учеников 7 класса Республики Тыва существующих УМК, включающих электронные учебные пособия и тренажеры недостаточно. Значимость в этих условиях приобретает создание анимационных рисунков, которые обеспечивают поддержку на русском и тувинском языках, при этом выбор языкового сопровождения должен являться прерогативой учащихся. При этом согласно Крон Шьяк билингвальное обучение важно выстраивать с применением двух языков с учетом разной степени владения русским или тувинским языком [71]. Таким образом, билингвальное обучение алгебре становится возможным при использовании более чем одного языка как средства обучения. Заметим, что билингвальное обучение относится к типу обучения по программе обогащения и может иметь место при обучении любому предмету [71].

Проведенное нами исследование значения и возможностей компьютерной анимации в обучении алгебре и с учетом проблем, возникающих при построении учебного процесса на примере Республики Тыва в условиях двуязычия мы считаем необходимым ввести понятие *анимационного рисунка с билингвальной поддержкой в обучении математике* и предлагаем понимать под ним динамическое изображение (чертеж) с сопровождением на двух языках (например, русском и тувинском), обеспечивающее визуализацию алгебраических понятий и утверждений, демонстрацию и моделирование процесса решения алгоритмических задач.

1.3. Методическая модель обучения алгебре учеников-билингвов с использованием среды *GeoGebra*

Приступая к созданию методической модели обучения математике учеников-билингвов с применением компьютерной анимации, реализуемой средствами динамической среды *GeoGebra*, мы видим важным при ее построении отразить процесс целостного построения методической системы обучения алгебре учащихся 7 класса в условиях двуязычия. Для этого мы проанализировали понятие методической системы, выявили его сущность и содержательную структуру.

При анализе понятия «методическая система» мы начнем с общего определения «системы». Учитывая отсутствие единого подхода к данному понятию и опираясь на работы таких авторов, как Г.Н. Александров, Н.И. Иванкова, Н.В. Тимошкина и Т.Я. Чшиева, мы можем определить методическую систему как совокупность взаимосвязанных элементов, нацеленных на достижение определенной цели и обладающих свойствами целостности и интегративности. Целостность как свойство системы означает, что каждый ее элемент вносит вклад в реализацию ее целевой функции, а интегративность придает системе новое качество, которое присуще только ей и не проявляется в отдельных элементах этой системы. Отсюда вытекает цель как элемент, формирующий систему.

При переходе от общего понятия «системы» к более конкретному - «методической системы» мы опираемся на понятия «метод» и «методика обучения». Исходя из общей теоретической концепции термина «метод» (от греческого *methodos*) – как способа достижения определенной цели, решения конкретной проблемы, совокупности техник или операций практического и теоретического освоения (познания) реальности. Согласно исследованиям Н.Я. Лернера, М.Н. Скаткина, В.В. Трифонова, Ю.Г. Фокина и других, под

методом обучения понимается «способ организации познавательной деятельности учащихся».

Понятие методической системы было рассмотрено многими учеными, каждый из которых представил свою уникальную интерпретацию в области педагогической науки. Например, С.В. Казакова подчеркивает разнообразие толкований этого понятия и классифицирует их как: *концепция* (М.В. Рыжаков), *совокупность взаимосвязанных компонентов* (С.И. Архангельский, В.М. Жучков, Н.В. Кузьмина, А.М. Пышкало), *сложное динамическое образование* (Г.Г. Хамов), *адаптированная система предметного обучения* (Н.Н. Лобанова). В нашем исследовании мы будем опираться на формулировку А.М. Пышкало, введенную еще в 1975 году, но и сегодня соответствующую вызовам времени. Согласно этому определению, «методическая система – это структура, включающая цели, содержание, методы, формы и средства обучения» [112], где все эти компоненты настолько связаны между собой, что изменение хотя бы одного из них неизбежно оказывает влияние на остальные и на всю систему в целом. Как отмечено, в диссертационном исследовании Ю.В. Вайнштейн в условиях многообразия подходов к трактованию методической системы существует единство научных мнений «о важности ее проектирования как целостной, открытой, динамично развивающейся, доступной к оперативной модификации в условиях цифровой трансформации современного образования» [30].

Таким образом, процесс обучения алгебре учащихся-билингвов мы рассматриваем как целостную систему обучения, каждый блок которой неразрывно связан с остальными ее блоками, к которым мы предлагаем отнести целевой, концептуально-методологический, содержательно-технологический и рефлексивно-оценочный блоки при наличии обратной связи, позволяющий уточнять и корректировать содержимое блоков методической модели, рисунок 4.

Рисунок 4 – Методическая модель обучения алгебре учащихся-билингвов

Целевой блок методической модели отражает направленность целей алгебраической подготовки на повышение результативности обучения алгебре учеников-билингвов 7 класса. При этом включает освоение алгебраических знаний и умений, важных для применения в практической деятельности, изучение смежных дисциплин, интеллектуальное развитие, формирование личностных качеств, значимых для полноценной жизни в обществе, формирование представлений об идеях и методах алгебры как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов, а также воспитание культуры личности, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры, понимание значимости предмета для научно-технического прогресса. Цель учитывает требования нормативно-документальной базы, ФГОС ООО, тенденции цифровой трансформации образования.

При построении методической модели обучения алгебре в ее *концептуально-методологический блок* мы предлагаем включить личностно-ориентированный, когнитивно-визуальный, билингвальный и задачный подходы при ведущей роли системно-деятельностного подхода, рисунок 5.

Личностно-ориентированный подход	Системно-деятельностный подход
Когнитивно-визуальный подход	
Билингвальный подход	
Задачный подход	
подходы меньшей общности	

Рисунок 5 – Методологические подходы

Рассмотрим подробнее методологические подходы. Основополагающим подходом в обучении математике является *системно-*

деятельностный подход, определяющий основные результаты обучения и воспитания на основе ключевых задач и универсальных учебных действий, которыми должны овладеть учащиеся. Системно-деятельностный подход выступает объединением таких подходов как системный и деятельностный.

Системный подход рассматривает любую систему как набор взаимосвязанных элементов. Умение анализировать проблемы с различных точек зрения, рассматривать множество решений, разбивать целое на составляющие или, наоборот, объединять отдельные факты в единую картину. Через деятельностный подход принцип системности можно эффективно применять на практике.

Целесообразность применения *системно-деятельностного подхода* в образовании раскрывается в исследованиях А.Г. Асмолова, Л.С. Выготского, П.Я. Гальперина, В.В. Давыдова, Л.В. Занкова, А.Н. Леонтьева, С.Л. Рубинштейна, А.А. Столяра, Н.Ф. Талызиной, Д.Б. Эльконина и других исследователей. В.Д. Шадриков в своих исследованиях рассматривает системно-деятельностный подход как систему, направленную на результат.

Системно-деятельностный подход позволяет системно рассматривать процесс обучения алгебре учеников-билингвов как совокупность взаимосвязанных компонент и ориентированный на активную, познавательную деятельность учащихся и достижение ими предметных результатов обучения.

А.Г. Асмолов подчеркивает в своих исследованиях, что системно-деятельностный подход направлен на развитие личности, формирование гражданской идентичности, позволяет формировать у учащихся ценности согласно современному поколению отечественных стандартов [7].

По мнению выдающегося отечественного исследователя Н.А. Бернштейна, системно-деятельностный подход представляет собой образ или модель будущего. В своих работах П.К. Анохин рассматривает системно-деятельностный подход как результат целостной функциональной

системы, в то время как А.Н. Леонтьев определяет его как результат мотивации и ценности деятельности [86].

Системно-деятельностный подход в рамках образовательных стандартов позволяет выявить основные образовательные и развивающие цели, выраженные через ключевые задачи стимулирования роста учащихся и формирования универсальных методов обучения и когнитивных стратегий. Эти цели должны определять выбор и организацию образовательного контента.

Перейдем к рассмотрению *личностно-ориентированного подхода*. У исследователей Е.В. Бондаревской, Н.В. Бордовской, Е.И. Казаковой, С.В. Кульневича, Ш.А. Амонашвили, Е.Н. Ильиной, И.С. Якиманской, В.А. Гусева, Н.С. Подходовой, Е.И. Смирнова и других он чаще всего рассматривается как подход, направленный на максимальное развитие способностей учащегося. Согласно мнению И.С. Якиманской, личностно-ориентированное образование и обучение нацелены на создание условий для раскрытия и дальнейшего развития личностных качеств учащегося. Она отмечает, что целью личностно-ориентированного образования является раскрытие индивидуальности каждого ребенка в школьный период его развития [161].

В исследованиях Е.В. Бондаревской «Гуманистическая парадигма личностно-ориентированного образования», «Концепции личностно-ориентированного образования и целостная педагогическая теория» описывается концепция личностно-ориентированного образования и ценность личностно-ориентированного подхода в обучении, что подтверждают основные принципы этой концепции. Согласно Е.В. Бондаревской, во-первых, человек культуры рассматривается как объект воспитания, во-вторых, культура рассматривается как среда, которая позволяет личности расти и развиваться, в-третьих, творчество рассматривается как способ развития человека в рамках культуры [20].

В.В. Сериков выделяет три основных направления личностно-ориентированного подхода [130]. Первое направление включает в себя общегуманистический феномен личностно-ориентированного подхода, основанный на уважении прав и достоинства ребенка при выборе образовательного маршрута, учебного плана и учебного учреждения. Второе направление представляет собой цель и программу педагогической деятельности, основанной на стремлении к всестороннему развитию личности. Третье направление – это специальная форма образования, основанная на создании определенной образовательной системы, которая стимулирует функционирование и развитие личности. По мнению ученого, личностно-ориентированное образование не заключается в формировании личности с заданными свойствами, а в создании условий для полноценного проявления и развития личностных функций учеников.

Когнитивно-визуальный подход в обучении математике тесно связан с принципом наглядности в обучении. Использование наглядности помогает учащимся лучше понимать математические понятия, так как они могут визуализировать их и связывать с реальными ситуациями. Например, М.И. Башмаков отмечает: «культура зрительного восприятия требует такого же длительного и серьезного воспитания, как культура письма и речи» [12].

Мы поддерживаем идею разработки образовательного процесса в математике с использованием когнитивно-визуального подхода, с упором на формирование результатов обучения. Этот метод позволяет максимально использовать потенциал визуального мышления. В основе данного подхода лежит систематическое и целенаправленное использование визуализации как когнитивной функции. Внедрение когнитивно-визуального подхода в образовательный процесс по математике направлено на создание визуальной учебной среды, которая акцентирует внимание на использовании возможностей визуального мышления учеников. Эти условия требуют, как традиционных визуальных средств, так и специализированных методов,

чтобы эффективно задействовать визуальные способности. Одним из преимуществ данного подхода является учёт индивидуальных особенностей каждого ученика, включая различия в функционировании левого и правого полушарий мозга.

Также при построении методической модели обучения алгебре в условиях двуязычия мы включаем в качестве методологического подхода *билингвальный подход к обучению*.

Говоря о билингвальности или двуязычии стоит заметить, что распространение получило определение У. Вайнрайха, согласно которому он предлагает понимать под билингвизмом «практику попеременного пользования двумя языками» [29], и предлагает «лиц, ее осуществляющих, называют двуязычными» [29]. Когда в образовании используется билингвальный подход, два языка становятся основными для обучения, их характер и доля меняются в зависимости от учебной программы и целей образования. Билингвальное образование не обязательно направлено на развитие навыков и умений на обоих языках, а вместо этого уделяет внимание формированию языковых навыков и умений на «промежуточном языке», который используется для обучения. Для достижения таких навыков и умений необходимо специализированное обучение на основе разработанных программ.

Анализ научной литературы, посвященной билингвальному подходу позволил выделить следующие преимущества билингвального обучения, во-первых, оно позволяет учащимся преодолеть языковой барьер при изучении различных предметов. Во-вторых, оно обеспечивает возможность активного использования наглядных средств, таких как анимационные рисунки с билингвальной поддержкой, в процессе изучения математики. Поэтому билингвальное обучение становится эффективным инструментом для развития математического мышления учащихся.

Развитием билингвального обучения занимались такие ученые как У. Ламберт, П.А. Юдакин, Е. Пил и другие ученые.

Идея совместного использования когнитивно-визуального и билингвального подхода в педагогике не нова. Например, эффективность их интеграции подтверждается исследованиями В.В. Сафоновой. В своей статье «Роль когнитивно-визуального подхода и билингвального обучения в формировании математического мышления учащихся» она исследует влияние когнитивно-визуального подхода и билингвального обучения на формирование математического мышления учащихся. В работе отмечается, что использование когнитивно-визуального подхода позволяет ученикам развивать свои визуальные мыслительные способности и повышать уровень их математической подготовки. Она также подчеркивает, что этот подход учитывает индивидуальные характеристики каждого ученика.

Приоритетным подходом в обучении математике является *задачный подход*, который сосредотачивается на решении учебных задач. Этот подход ставит перед собой цель формирования универсальных учебных действий, которые имеют сложную операционную структуру.

Рассмотрение деятельности во взаимосвязи с точки зрения задачного подхода представляет особый интерес в процессе обучения математике. Задачный подход рассматривает целостную систему методических, учебных и математических задач, что способствует эффективному развитию учащихся и усвоению ими знаний, умений и навыков. В последние десятилетия в психолого-педагогической и методической науках были проведены исследования, затрагивающие различные проблемы теории задач. Некоторые изученные вопросы включали содержательный аспект, такой как структура и типология задач. Другие же исследования фокусировались на процессуальном характере, а именно на различных подходах к определению понятия «задача», методиках обучения решению задач и формировании различных способов и приемов для их решения. Среди исследователей,

внесших значительный вклад в данную область, можно выделить Г.А. Балла, А.А. Вербицкого, В.В. Давыдова, В.И. Загвязинского, В.И. Крупича, Е.И. Лященко и Л.М. Фридмана.

Задачный подход помогает мотивировать и планировать учебную деятельность учащихся, сосредотачиваясь на структурном компоненте задачи. Данный подход также создает условия для выполнения учебной деятельности и достижения ее результата, а также вносит четкость и системность в организацию процесса обучения.

И.А. Кочеткова в своей статье пишет: «При задачном подходе ученики осваивают обобщенный способ деятельности, который выполняет функцию метода обучения и одновременно создает условия для его формирования. Таким образом, обучение рассматривается как процесс решения целостной системы взаимосвязанных и взаимозависимых задач: математической, учебной и методической. Этот подход позволяет изучать и формировать особый вид деятельности, при котором возможно описание и проектирование деятельности учащихся и учителя как системы процессов решения разных видов задач» [70].

Выстраивая концептуальные основания компьютерной поддержки курса алгебры 7 класса в качестве принципов обучения алгебре на основе проведенного научного обзора, анализа собственного практического опыта и опираясь на педагогические принципы, сформулированные в докторской диссертации В.Р. Майера [89] мы включили классические *дидактические принципы обучения* и расширяем их предложенными в работе *наглядно-анимационными принципами*, рисунок 6.

В качестве *дидактических принципов обучения* мы включили такие принципы как научности, воспитания, доступности и сознательности, активности, прочности усвоения знаний. Остановимся на них подробнее.

Принцип научности обучения предполагает, что учебный материал соответствует современным достижениям науки и технологии, а также

общим знаниям человечества. Исследователи Л.Я. Зорина, Л.М. Перминова, М.Н. Скаткин сформулировали содержание принципа научности в виде совокупности требований. Этот принцип предполагает представление учащимся подлинных, хорошо установленных научных знаний, включая объективные факты, концепции, теории, законы и последние открытия в различных областях человеческого познания, с использованием методов обучения, которые отражают научные подходы.

Дидактические принципы
научности
воспитывающего обучения
доступности и сознательности
активности
прочности усвоения знаний

Наглядно-анимационные принципы
современности
анимационной визуализации
использования анимационных рисунков с билингвальной поддержкой
самостоятельности в использовании анимационных рисунков
систематичности применения анимационных рисунков

Рисунок 6 – Принципы обучения алгебре

Принцип воспитывающего обучения. Выдающиеся педагоги Ю.К. Бабанский, Б.С Гершунский, М.Н. Лернер, М.И. Махмутов, М.Н. Скаткин в своих трудах рассматривают принцип воспитывающего обучения на основе развивающего и воспитывающего влияния обучения на учащихся.

Исследователь В.М. Коротов рассматривал воспитывающее обучение в таких аспектах, как воспитательный потенциал содержания учебного материала, воспитательное значение организуемой учителем учебной деятельности ученика, нравственный облик педагога, мастерски владеющего

методами педагогического воздействия. С таким подходом к определению понятия «воспитывающее обучение» в современном мире уже трудно согласиться, так как все названные аспекты по отношению к обучающемуся носят внешний, не субъектный характер, не отражают активной позиции самого ученика [69].

Принцип доступности подразумевает, что содержание, его объем и методы обучения должны соответствовать интеллектуальным, моральным и эстетическим способностям учащихся, обеспечивая им возможность усвоения представленного материала. При высокой сложности учебного материала у учащихся снижается мотивация к обучению, быстро ослабевает воля, резко падает эффективность и возникает избыточная усталость. Однако соблюдение принципа доступности не означает упрощения образовательного содержания до его минимальной формы. Исследования и практика показывают, что чрезмерно упрощенный материал ведет к снижению интереса к обучению, не способствует формированию необходимой воли и в конечном итоге мешает достижению результатов обучения.

В свете этого Л.В. Занков выдвинул принцип привлечения учащихся к выполнению сложных задач как один из фундаментальных принципов развивающего образования [56]. Тем не менее, важно уметь применять этот принцип на практике, обеспечивая доступность обучения при одновременном требовании усилий и способствуя развитию личности. Для достижения этой цели задания для учащихся должны не только соответствовать их текущим образовательным способностям, но и находиться в зоне их ближайшего развития.

Принцип активности учащихся в учебном процессе тесно связан с принципом сознательности и часто объединяется с ним. Активное когнитивное вовлечение учащихся и их независимость в обучении являются ключевыми для успешного учебного процесса. Учащиеся должны уметь формулировать образовательные и познавательные цели, а также определять

методы решения и проверять точность своих ответов. Стимулирование принципа активности требует внимания к различным формам самостоятельного обучения, поощряя учащихся самостоятельно искать верные решения. Учителя должны учитывать необходимость развития активности учащихся при выборе и проектировании форм, методов и средств обучения.

Принцип прочности усвоения знаний подразумевает надежное закрепление знаний в памяти учащихся. Этот принцип основан на научно установленных закономерностях: устойчивость усвоения учебного материала зависит от объективных факторов (содержания материала, его структуры, методов обучения и т.д.) и субъективного отношения обучаемых к этим знаниям, к обучению и к учителю. Память человека выборочна, поэтому важный и интересный учебный материал более тесно укореняется и сохраняется на более долгий срок.

К *наглядно-анимационным принципам* мы отнесли принципы:

– *современности*, который предусматривает обязательное применение цифровых технологий обучения математике с целью формирования личности, способной раскрыть свой творческий потенциал в условиях цифровизации экономики;

– *анимационной визуализации*, который раскрывается в анализе роли и значения анимационных рисунков в визуализации алгебраических понятий и утверждений, повышая степень их понимания и усвоения;

– *использования анимационных рисунков с билингвальной поддержкой*, соответствующий педагогическому принципу активного обучения, а также теории развивающего обучения. Включение данного принципа обосновано и с точки зрения психологии, так как способствует обогащению учебной деятельности школьников творческой и эмоциональной деятельностью в динамической математической среде;

– *самостоятельности в использовании анимационных рисунков*, который через работу с альбомом анимационных рисунков с билингвальной поддержкой на уроках алгебры стимулирует интерес к экспериментированию, моделированию и технологии их создания;

– *систематичности применения анимационных рисунков*, что обеспечивает регулярную педагогическую поддержку образовательного процесса современными средствами обучения в цифровой образовательной среде.

Содержательно-технологический блок модели включает критерии отбора содержания учебного материала, а также формы, методы и средства обучения. В качестве критериев отбора содержания учебного материала мы рассматриваем такие критерии, как научно-практической значимости; учета индивидуальных возможностей школьников и использования среды *GeoGebra* для создания анимационных рисунков с билингвальной поддержкой. При этом в качестве формы мы рассматриваем классно-урочную систему с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, а именно такие формы, как уроки семинарского типа, урок – лабораторная работа, дополнительные занятия по выбору, факультативные занятия, самостоятельную и домашнюю работу. В качестве методов обучения мы включаем наглядные, проблемно-поисковые методы, индивидуальную и групповую работу, а также игровые методы обучения. В качестве средства обучения мы включаем инновационный альбом анимационных рисунков с билингвальной поддержкой, реализованный в цифровой образовательной среде в виде электронного обучающего курса, и включающий помимо анимационного контента электронные тренажеры и тесты, учебники и учебно-методические пособия.

Рефлексивно-оценочный блок предназначен для оценки результативности обучения алгебре учеников-билингвов седьмого класса на основе разработанного диагностического комплекса учебных заданий,

позволяющих произвести оценку результатов обучения по алгебре и ранжирование их по уровням достижения планируемых результатов. При этом в процессе обучения школьников, в том числе учащихся-билингвов получила распространение следующая классификация уровней достижения планируемых результатов: высокий, повышенный, базовый и низкий уровни. При этом низкий уровень знаний у учащихся означает минимальную компетентность, при которой учащийся может решать примеры только по образцу или по заранее определенным условиям. Базовый уровень знаний предполагает способность учащегося независимо применять знания в частично установленных условиях. Повышенному уровню знаний соответствует ученик, самостоятельно применяющий широкий спектр знаний и навыков. Высоким уровнем обладают учащиеся, способные творчески применять знания и навыки в различных ситуациях, а также находить новые решения.

Выводы по первой главе

На основе анализа научной и методической литературы, педагогического опыта работы учителей математики, использующих компьютерные технологии выявлено современное состояние проблемы обучения алгебре учащихся 7 класса в условиях двуязычия.

Проведенный анализ нормативно-законодательной базы, учебно-методического обеспечения и особенностей обучения алгебре учащихся-билингвов 7 класса выявил дефициты, которые проявляются в необходимости применения современных цифровых технологий, развитии и применении средств визуально-наглядной компьютерной анимации в условиях русско-тувинского двуязычия.

Обоснована необходимость создания методической модели обучения алгебре школьников Республики Тыва с применением компьютерной анимации в цифровой образовательной среде в условиях двуязычия. Рассмотрено значение и возможности компьютерной анимации в системе современного обучения. Проведен сравнительный обзор существующих динамических компьютерных систем обучения алгебре, рассмотрены их функциональные возможности и особенности их применения.

Введено понятие анимационного рисунка с билингвальной поддержкой в обучении математике как динамического изображения (чертежа) с сопровождением на двух языках (например, русском и тувинском), обеспечивающего визуализацию алгебраических понятий и утверждений, демонстрацию и моделирование процесса решения алгоритмических задач.

Выявлен дидактический потенциал анимационной поддержки, включающий в себя профессиональную дидактическую помощь учителю, организацию экспериментального исследования, независимость анимационного дидактического контента, анимационную наглядность, развитую система билингвальных подсказок, снижение вычислительной

трудности, применение специализированной системы *CAS* и формирование алгебраической, геометрической и физической грамотности учащихся-билингвов.

Выявлены концептуальные основания методической модели обучения алгебре обучающихся-билингвов 7 класса с использованием технологий компьютерной анимации. Определен открытый кластер методологических подходов, который включил в себя системно-деятельностный, личностно-ориентированный, когнитивно-визуальный, билингвальный и задачный подходы. На основе проведенного обзора научно-педагогической литературы, анализа собственного практического опыта обогащены принципы обучения, включающие *дидактические принципы обучения*: научности, воспитания, доступности, сознательности, активности, прочности усвоения знаний и *наглядно-анимационные принципы:* современности, анимационной визуализации, использования анимационных рисунков с билингвальной поддержкой, самостоятельности в использовании анимационных рисунков и систематичности применения анимационных рисунков.

Разработана методическая модель обучения алгебре учащихся-билингвов, которая направлена на повышение результативности обучения по алгебре учеников-билингвов 7 класса с использованием альбома анимационных рисунков с билингвальной поддержкой в цифровой образовательной среде и включает целевой, концептуально-методологический, содержательно-технологический и рефлексивно-оценочный блоки.

ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ АЛГЕБРЕ УЧЕНИКОВ-БИЛИНГВОВ 7 КЛАССА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ АНИМАЦИИ

2.1. Особенности реализации методики обучения алгебре школьников 7 класса с применением анимационных рисунков с билингвальной поддержкой

Рассмотрим особенности реализации методики обучения алгебре учеников-билингвов 7 класса с применением анимационных рисунков с билингвальной поддержкой, на основе методической модели, предложенной в исследовании и представленной в параграфе 1.3. Компоненты методики соответствуют целевому, концептуально-методологическому, содержательно-технологическому и рефлексивно-оценочному блокам, входящим в методическую модель.

Целевой компонент методики соответствует целевому блоку методической модели и отражает цели обучения алгебре учащихся-билингвов направленные на повышение результативности обучения. Процессуальный компонент методики соответствует концептуально-методологическому, содержательно-технологическому блоками включает в себя альбом анимационных рисунков с билингвальной поддержкой и объединяет формы, методы и средства обучения, позволяющие повысить степень усвоения алгебраического материала. Оценочный компонент соответствует рефлексивно-оценочному блоку и содержит диагностические средства оценки результатов обучения по алгебре 7 класса.

Целевой компонент методики. Он включает требования нормативно-документальной базы, ФГОС ООО, тенденции цифровой трансформации образования находят свое отражение в группе общеметодических целей, к которым при организации обучения алгебре мы относим следующие.

1. Формирование научного мировоззрения.

2. Обеспечение необходимых знаний, умений и навыков в усвоении предметного алгебраического материала.

3. Развитие математического мышления с применением компьютерных технологий, потенциальные возможности которых способствует его формированию, установлению причинно-следственных связей, построению четкой аргументации, стройности логических рассуждений в доказательствах, формированию экспериментального стиля, снижению вычислительных трудностей при освоении вычислительных алгоритмов и визуализации алгебраических вычислений, уравнений и систем.

4. Повышение интереса и мотивации учащихся к изучению алгебры.

5. Воспитание информационно-алгебраической культуры учащихся.

Процессуальный компонент методики. Рассмотрим концептуальные основания методики обучения алгебры учащихся седьмых классов с использованием технологий компьютерной анимации. Опираясь на методологические подходы, ведущую роль мы отводим системно-деятельностному подходу, далее следуют личностно-ориентированный, когнитивно-визуальный, билингвальный, исследовательский и задачный подходы.

В системно-деятельностном подходе акцент осуществляется на результативную деятельность учащегося в обучении. Применение этого подхода позволяет нам направить деятельность учащихся-билингвов на приобретение навыков анализа фактов, работы с различными источниками информации, формулирования и проверки гипотез, а также развивает способность представлять и аргументировано представлять свою позицию. Это способствует формированию нравственных качеств личности. Реализация системно-деятельностного подхода при обучении алгебре повышает ее результативность за счет:

– присвоения предметным результатам обучения алгебре социального и личностно-значимого смысла;

– повышения уровня усвоения знаний учащимися и их самостоятельности в дальнейшем углубленном изучении предмета;

– организации дифференцированного обучения при регламентированной нормативными документами единой цели обучения;

– существенного повышения мотивации, интереса к обучению алгебре и понимания ее роли и значимости в общей картине мира и любой предметной области познания;

– формирование универсальных учебных действий способствует развитию как культурной, так и личностной сферы учащихся, обеспечивая не только результативное освоение алгебраических знаний, умений и навыков, но и способствуя их более широкому образовательному развитию.

Личностно-ориентированный подход мы видим, как подход, направленный на развитие индивидуальности учащихся, выявление и развитие их способностей, формирование положительной мотивации к обучению, а также способствующий повышению методического уровня учителя наряду с получением прочных, глубоких знаний учащимися.

Когнитивно-визуальный подход при реализации методики обеспечивает развитие визуальных мыслительных способностей и повышение уровня математической подготовки учащихся. Совместное использование когнитивно-визуального и билингвального подходов позволяет нам развивать математическое мышление учащихся, их визуальные мыслительные способности и преодолевать языковые барьеры при изучении алгебры. Это имеет важное значение для создания эффективной учебной среды и повышения качества обучения.

Билингвальный подход, который опирается на два языка в качестве основного средства обучения или «промежуточного языка» (который может быть первым, вторым или родным), предоставляет возможность гибкого

регулирования роли и доли каждого языка в зависимости от программы, целей и потребностей. В предлагаемой методике для билингвального обучения мы не рассматриваем билингвальное обучение исключительно как средство для развития навыков и компетенций в двух языках. Целью любой эффективной программы является развитие владения «промежуточным языком», используемым в процессе обучения [33]. Мы рассматриваем билингвальную поддержку как инструмент помощи учащимся, а не как средство для развития билингвальных навыков и компетенций, которые не развиваются автоматически только от общения на языковой среде, а требуют систематического обучения на основе тщательно разработанных учебных программ.

Включение задачного подхода к обучению позволяет нам мотивировать учащихся и создавать условия решения задач, расположенных «в зоне ближайшего развития» с учетом их психологических и возрастных характеристик. Этот подход также способствует овладению новыми понятиями, открытию новых способов действий, контролю и оценке собственной деятельности, а, следовательно, поэтапному формированию учебной деятельности учащихся согласно ее структурным компонентам. Это открывает широкие возможности для формирования математических и общеинтеллектуальных компетенций учителей и универсальных учебных действий школьников, направленное на развитие самостоятельности усвоения результатов обучения. Подробно методологические подходы раскрываются нами в параграфе 1.3. диссертационного исследования, отражающем содержимое концептуального блока методической модели.

Также при реализации процессуального компонента методики обучения алгебре школьников с применением анимационных рисунков с билингвальной поддержкой мы опираемся на концептуальные основы информатизации образования, философо-методологические основы обучения доказательству, использования динамических интерактивных сред в

обучении математике, позволившие рассматривать обучение алгебре семиклассников как целостную систему взаимосвязанных компонент.

Согласно концепции информатизации высшего образования, используются современные информационные технологии для улучшения умственной деятельности и повышения эффективности обучения учащихся. Это также помогает формированию современной информационной культуры и индивидуализации обучения.

Информатизация образования включает в себя оснащение необходимыми методиками для создания и использования инновационных информационно-коммуникационных технических средств. Этот процесс включает в себя модернизацию административных механизмов, включая использование электронных образовательных сред и сетей коммуникации. Также он способствует развитию методологических моделей обучения и воспитания для достижения необходимых качеств личности учащегося. Этот процесс также включает разработку методов обучения, направленных на развитие аналитических способностей и навыков самостоятельного получения знаний. Также важным компонентом является разработка и использование компьютерных систем контроля знаний.

Выстраивая активный, поисковый учебный процесс по алгебре важно с помощью современных средств обучить школьников методам доказательства. Изучение научно-методической литературы и нормативно-законодательных документов подтверждает, что в отечественной системе образования обучение доказательству традиционно направлено на то, чтобы учащиеся научились обосновывать истинность утверждений с использованием дедуктивных методов. Важно отметить, что сложность в понимании учащимися этого понятия также обусловлено его разнообразными смысловыми значениями в математике.

В учебной математической литературе [92, 153] понятие «доказательство» рассматривается с различных точек зрения: целей использования, мотивов обращения, методов и требований.

Таким образом, изучение понятия «доказательство» в рамках российской образовательной системы требует участия различных дисциплин, включая математику, логику и методологию математики. Также важно учитывать контекстуальную природу этой концепции и изменчивость стандартов ее приемлемости. Доказательства – это сложные интеллектуальные усилия, направленные на установление истинности утверждений и убеждение других в этой истинности.

Т.С. Ширикова систему динамической геометрии (*Dynamic Geometry System*) обозначает как «программное обеспечение, облегчающее геометрические построения на компьютере» [153]. Исследователь Дж. Ханна описывает результаты исследований по успешному использованию *DGS* в математическом образовании при обучении различным математическим дисциплинам [169]. Р. Маррадес и А. Гутьеррес считают, что *DGS* может помочь учащимся понять природу математического доказательства, улучшить навыки доказательства [172].

При этом в качестве основных причин использования компьютерных технологий в школьной алгебре можно обозначить следующие.

Первая причина обусловлена тем, использование компьютерных методов в области алгебраической науки растет в настоящее время.

Вторая причина состоит в том, что применение компьютерных технологий в школьной алгебре позволяет повысить уровень понимания и усвоения учебного материала.

Третья причина – устранение вычислительных трудностей, визуализация математики, специфические методы тестирования знаний позволяют экономить драгоценное время.

Четвертая причина – возможности компьютерных технологий поддерживают экспериментально-исследовательский стиль развивающего обучения.

Пятая причина – использование компьютерных технологий уже на школьной скамье приобщает учащихся к вступлению в наш век цифровых технологий и способствует образованию личности, призванной проявить себя в условиях цифровой экономики и цифровых общественных отношений.

В условиях цифровой трансформации образования прослеживается роль цифровых технологий в поисках ответов на самые разные вопросы, связанные с развитием личности, повышения общекультурного потенциала учащегося. Цифровизация экономики и общественных отношений выдвигает требование общества подготовить для жизни и творчества в этих условиях новую личность. Как следствие, это предполагает цифровизацию образования, частью которой является использование анимации на уроках алгебры. Не отвергая традиционные методы образования, следует пополнить дидактические средства преподавания новыми компьютерными технологиями, имеющими большой потенциал, направленный в будущее.

Важно подчеркнуть, что мы формируем концептуальные основы, опираясь на методологическое единство теории и практики, педагогическое воспитание и развивающее обучение, а также психолого-педагогическое обучение на основе деятельности. Совокупность дидактических и наглядно-анимационных принципов оправдана и психологической концепцией, ибо, насыщает деятельность школьника творческими и эмоциональными элементами и способствует формированию современного представления об алгебре как науке, интегрирующей компьютерные технологии в свои исследования, а также:

– обеспечивает учащихся навыками использования современных цифровых инструментов при изучении курса алгебры 7 класса;

– обеспечивает необходимый опыт использования цифровых технологий в качестве средства познания;

– позволяет воспитывать устойчивый интерес к алгебре и ее приложениям через использование цифровых технологий, воспитывает необходимые знания для будущего.

Наглядно-анимационные принципы, которые мы включили наряду с классическими дидактическими принципами обучения, такие как, принцип современности, анимационной визуализации, использования анимационных рисунков с билингвальной поддержкой, самостоятельности в использовании анимационных рисунков, систематичности применения анимационных рисунков подробно представлены в параграфе 1.3.

Рассмотрим критерии отбора содержания учебного материалы, а также формы, методы и средства обучения, которые также выступают составляющими *процессуального компонента* методики. Важную роль в построении предметного содержания алгебры мы отводим *критериям отбора содержания учебного материала*, которые на уровне общей теории были рассмотрены в разнообразных научных исследованиях [87, 132]. Особенности, состав и организация учебного материала по алгебре для учащихся седьмого класса отражены в учебных планах.

Ученые В.И. Загвязинский и Л.И. Гриценко формулируют ключевые принципы, которые должны лежать в основе структуры учебного курса [54]:

– исторический принцип: соответствует логике развития научных знаний;

– логический принцип: соответствует структуре современных научных знаний;

– принцип развертывания содержания: организация содержания учебного предмета в соответствии с закономерностями развития познавательных способностей обучаемых.

При построении содержания алгебры 7 класса мы ориентируемся на:

– полноту учебной программы, обеспечивая наличие комплексной системы знаний, которая включает в себя ключевые понятия и теоремы, жизненно важные для осмысления фундаментальных законов науки и научных теорий;

– глубину обучения, подразумевая, что программа должна точно отражать уровень детализации, на котором будет изучаться предмет;

– развивающую способность, что означает, что содержание программы должно способствовать умственному развитию учащихся;

– воспитательную ценность содержания.

В соответствии с основным дидактическим принципом научной обоснованности при отборе материала для курса алгебры седьмого класса, мы включаем вопросы, которые раскрывают суть алгебры и направления её развития. С учетом принципа доступности, сложность научно-теоретического материала и строгость его изложения должны соответствовать личностным характеристикам учащихся. При выборе содержания образовательного материала руководствуемся тремя критериями: научно-практическая значимость, учет индивидуальных возможностей школьников и использование среды *GeoGebra*.

Критерий научно-практической значимости. Каждый раздел или тема по алгебре для учащихся седьмого класса должны обладать научной и практической ценностью и способствовать освоению других предметов. Содержание должно быть организовано в строгой логической последовательности. Кроме того, содержание образования должно направлять учащегося к будущей профессии.

Критерий учета индивидуальных возможностей школьников. Отобранный материал должен соответствовать возможностям учеников 7 класса, обеспечивать вариативность изложения учебного контента в зависимости от их личностных характеристик и при необходимости

содержать учебные материалы, позволяющие «выравнивать» уровень учащихся, что способствует повышению результативности обучения алгебре.

Критерий использования среды GeoGebra. Здесь мы имеем в виду возможности пошаговой визуализации решения задач (например, решение системы линейных уравнений, задачи на движение и т.д.), формирования правильного понимания соотношения между аналитическими фактами и их визуальным выражением в виде анимированных рисунков, а также использования среды *GeoGebra* в качестве средства исследовательского эксперимента и моделирования.

Рассмотрим особенности организационных форм обучения алгебре для учащихся-билингвов 7 класса с использованием анимационных рисунков с билингвальной поддержкой. Р.А. Низамов рассматривает организационную форму обучения как «способ структурирования, организации и проведения учебных занятий» [101]. Н.Д. Никандров представляет организационную форму как «форму взаимодействия между учителем и учащимся, которая актуализирует содержание и методы обучения» [102]. Г.Г. Хамов обозначает в своих исследованиях, что «образовательная деятельность должна рассматриваться как ряд управляемых ситуаций, направленных на стимулирование и развитие интеллектуального и практического участия учащихся» [148].

Существует общее мнение, что структура образовательной деятельности должна способствовать реализации личностно-ориентированного подхода в обучении, созданию и построению индивидуальных образовательных траекторий и маршрутов. Л.В. Шкерина в своей монографии называет это «условием для реализации дифференцирующего потенциала системы образовательной деятельности» [154].

Раскроем особенности реализации основных организационных форм обучения предлагаемой методики алгебре учеников-билингвов 7 класса с

использованием компьютерной анимации, такие как урок, уроки семинарского типа, урок-лабораторная работа, дополнительные занятия по выбору, факультативные занятия и домашняя работа.

Урок. Урок выступает в роли центрального звена в системе учебных занятий. В соответствии с концепцией Л.В. Шкериной [154], главная дидактическая задача урока – это формирование базовой ориентации для учебно-исследовательской деятельности учащихся в рамках алгебраического обучения. Данная система направлена на равенство возможностей в усвоении знаний среди всех учащихся, что порой может усложнить реализацию личностно-ориентированного подхода в обучении.

При изучении новой темы особое место занимают первые уроки. На них целесообразно представить в общих чертах всю изучаемую тему, в том числе и точки зрения истории алгебры, при этом компьютерные технологии могут оказать незаменимую услугу демонстрационного характера. В процессе изучения темы на уроке роль и значение анимационных рисунков состоит в расширении дидактических средств обучения. Вместе с тем, изучение алгебры как предмета должно стоять на первом месте, в центре внимания, а анимационные рисунки относятся к технологическим средствам обучения. Демонстрация анимационных рисунков не должна отвлекать от главной темы урока, но способствовать пониманию и прочному усвоению знаний. Общий стиль уроков – от примеров к обобщающим понятиям и утверждениям, от эксперимента – к формулировке утверждения с последующим его строго логическим обоснованием.

Г.Г. Хамов утверждает, что «в систему задач, предлагаемых ученикам, следует включать задания с недостающими и лишними данными и особенно задания исследовательского характера» [148]. Предлагаемая нами методика обучения алгебре учащихся-билингвов седьмого класса с применением альбома анимационных рисунков вносит в эту трактовку существенные

дополнения. Анимационные рисунки естественным образом подключаются как элемент технологического средства обучения.

Уроки семинарского типа. В обучении школьников семинарские занятия применяются нечасто и чаще всего находят себе место в системе развивающего обучения. Мы считаем важным включение таких уроков в систему обучения как уроков, на которых ученики выступают с докладами, сопровождающимися анимационными демонстрациями на компьютере.

Урок - Лабораторная работа. Лабораторные занятия, являющиеся одной из форм самостоятельной работы учащихся, неотъемлемо входят в структуру современного образовательного процесса. Мы связываем их содержание с проведением опытно-экспериментальной работы исследований средствами альбома анимационных рисунков с билингвальной поддержкой в цифровой образовательной среде.

Особое место занимает самостоятельное создание анимационных рисунков, сопровождающих решение задачи. Это могут быть задачи с параметрами, где решение может быть получено в результате анимационно-геометрического моделирования условий, геометрическое моделирование формул сокращенного умножения, построение модели, демонстрирующей анимационно-геометрическое вычерчивание графиков функций, их преобразований и др. Среди традиционного для лабораторной работы перечня оборудования значится компьютер и используемая компьютерная программа (в нашем случае *GeoGebra*).

Дополнительные занятия по выбору и факультативные занятия являются важным элементом индивидуализации учебной и познавательной деятельности, давая возможность школьникам проявить себя субъектами образовательного процесса, осуществляющими принятие решений по выбору направлений своего предметного саморазвития.

Домашняя работа направлена на самостоятельное и индивидуальное приобретение знаний, умений и навыков по изучаемой теме. В рамках

реализации предлагаемой в работе методики мы включаем компьютерные технологии, направленные на повышение результативности обучения. Самостоятельное изучение материала стимулируется с помощью отобранных заданий учителем, обязательных учебных указаний и систематического применения альбома анимационных рисунков с билингвальной поддержкой, которые представлены на цифровой образовательной платформе. Данный метод акцентирует внимание на самостоятельной работе как на важной части процесса обучения и освоения знаний. В процессе самостоятельной домашней работы ученики как отмечает в своей работе В.Р. Майер «должны не только закреплять полученные на уроке знания, но и овладевать новыми» [90].

В самостоятельной работе одним из важных элементов является текущий контроль результатов обучения. Это, прежде всего, проверка учителем домашнего задания с оценкой, ответ ученика на уроке, взаимопроверка между учащимися под контролем учителя и др.

В качестве инновационного средства обучения алгебре мы включаем *альбом анимационных рисунков с билингвальной поддержкой, реализованный в цифровой образовательной среде в виде электронного обучающего курса*, а также включающего электронные тренажеры и тесты, наряду с учебниками и учебно-методическими пособиями, которые подчиняются целям и содержанию, соответствуют методам и формам обучения. Альбом анимационных рисунков подробно раскрывается нами в параграфе 2.2.

Оценочный компонент методики. Сформированность результатов обучения по алгебре учеников-билингвов седьмого класса мы определяем в исследовании на основе диагностического инструментария по оценке уровней достижения планируемых результатов, содержащих высокий, повышенный, базовый, низкий уровни, а также сравнительного анализа и рефлексии. Диагностический инструментарий включает в себя задания для

проведения итогового диагностического тестирования, критерии оценивания письменной работы по математике, представленные в приложениях Г, Д.

Рассмотрим подробно применяемые в исследовании уровни достижения планируемых результатов.

Высокий уровень достижения планируемых результатов соответствует оценке «отлично» (отметка «5»). Высокий уровень относится к тем учащимся, которые справились с работой по алгебре без ошибок, то есть все математические вычисления и преобразования выполнены правильно, ход решения задания (задачи) оформлен последовательно и при необходимости выполнена проверка полученного решения. Важно отметить, что ученики с высоким уровнем достижения планируемых результатов обучения могут заниматься научно-исследовательскими работами, а также обучаться в старших классах математической специализации.

Повышенный уровень достижения планируемых результатов обучения соответствует оценке «хорошо» (отметка «4»). Учащиеся данного уровня выполняют задания с одной ошибкой или с двумя негрубыми ошибками. Это говорит о том, что учащиеся обладают твердыми знаниями по предмету.

Базовый уровень достижения планируемых результатов обучения (оценка «хорошо», отметка «4»). Учащиеся, обладающие базовым уровнем знаний, допускают 3 или 4 ошибки при выполнении контрольных и самостоятельных работ. Показатель у учащегося базового уровня знаний говорит о том, что он может поработать над своими пробелами и продолжить обучаться на следующем уровне.

Низкий уровень достижения планируемых результатов обучения соответствует оценке «неудовлетворительно» (отметка «1» или «2»). Данный уровень подтверждает, что учащийся не освоил необходимый объем учебного материала по алгебре. Также показывает, что у учащегося имеются пробелы в полученных знаниях, что приводит к невозможности дальше обучаться. Эти учащиеся нуждаются в диагностике, анализе пропущенных

пробелов, а также в педагогической консультации и помощи для достижения базового уровня знаний.

В структуре урока, соответствующего требованиям ФГОС ООО, рефлексия является обязательным этапом урока. Отметим, что рефлексия – это совместная деятельность учащихся и учителя, позволяющая совершенствовать учебный процесс, ориентируясь на личность каждого ученика. *Рефлексия* помогает оценить насколько учащиеся осознали собственное понимание содержания учебного материала. В этом случае мы применяем анкетирование, анкета самоанализа, прием незаконченного предложения, оценочный лист, лист самоконтроля, лист самооценки, анализ урока учащимися.

Сравнительный анализ мы выполняем по результатам итогового и входного контроля учащихся ЭГ и КГ, а также оценивая динамику изменения уровней достижения у обучающихся ЭГ и КГ, что позволяет сделать окончательные выводы о результативности учебного процесса, оценить у учащихся уровень заинтересованности в совершенствовании своих результатов и мотивации к обучению.

2.2. Альбом анимационных рисунков с билингвальной поддержкой как средство обучения алгебре обучающихся 7 класса

На основе предложенной методической системы создан Альбом анимационных рисунков по алгебре для седьмого класса, построенный как электронный обучающий курс с билингвальной поддержкой, который размещен на сайте Центра дистанционного обучения Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Тувинский государственный университет», находящегося в городе Кызыл Республики Тыва [109].

Анализ научных исследований демонстрирует сформированность интереса учёных к проблемам создания и использования анимационного контента на уроках математики (В.Р. Майер, М.А. Павлова, С.В. Ларин, В.И. Рыжик, М.В. Шабанова и др.). Вместе с тем, остро ощущается нехватка исследований в этой области, ориентированных на практическую дидактику школьного обучения математике.

Практикующему учителю математики важно предложить готовые анимационно-компьютерные дидактические материалы, от которых он не смог бы отказаться в виду очевидности их несомненных дидактических достоинств, повышающих уровень понимания и степень усвоения учебного материала. С другой стороны, учитель, убедившийся в эффективности новой методики, сам начинает творить в этом направлении и из разряда пользователей переходит в разряд создателей анимационных рисунков для своих уроков. Пока же ощущается острая нехватка как создателей, так и пользователей анимационного контента, в том числе и отсутствие научно-методической проработанности этих вопросов. Это и обусловило создание альбома анимационных рисунков с билингвальной поддержкой для обеспечения учебного процесса по алгебре учащихся-билингвов на примере Республики Тыва. При этом дидактика его использования в учебном

процессе позволяет учитывать территориально-климатические особенности Республики.

Резко континентальный климат в Туве часто сопровождается понижением температур воздуха в зимние месяцы до -50°С. В соответствии с требованиями Приказа Министерства образования Республики Тыва от 30 ноября 2023 года № 1265-Д «Об организации образовательного процесса в образовательных организациях республики при значительных понижениях температуры» в связи с понижением температуры воздуха, в целях создания безопасных условий для жизни и здоровья обучающихся, установлены следующие ограничения посещения обучающимися общеобразовательных организаций в зимний период при следующих температурах: -40°С - для обучающихся 1-4 классов; -41°С - 42°С для обучающихся 1-9 классов; -43°С – для обучающихся 1-11классов [110]. В связи с этим в школах устанавливается большое количество актированных дней. Для реализации непрерывности образовательного процесса обучающихся обучение продолжается в дистанционном формате. Созданный нами альбом анимационных рисунков поможет ученикам-билингвам и учителям качественно поддерживать обучение алгебре, в том числе в актированные дни и интенсивно задействовать обучающихся в учебном процессе, не выходя из дома.

Изучение алгебры в 7 классе направлено на формирование личности ученика, умеющего мыслить, понимающего идеологию математического моделирования реальных процессов, владеющего математическим языком, умеющего самостоятельно добывать информацию и пользоваться ею на практике. При этом особую значимость приобретает билингвальная поддержка учеников, которую целесообразно реализовать в цифровой среде при этом обеспечивая персональный подход к каждому обучающемуся.

Структура реализованного электронного обучающего курса «Альбом анимационных рисунков» включает модули:

– выражения, тождества, уравнения;

– функции; степень с натуральным показателем;

– многочлены;

– формулы сокращенного выражения и системы линейных уравнений.

Модульный подход к построению электронного обучающего курса обеспечивает гибкость изучения учебного контента, интегративное соотношения теории и практики внутри каждого модуля, а также позволяет рекомендовать отдельные модули или темы для самостоятельного освоения учащимся, например, находящимся на дистанционном или домашнем обучении.

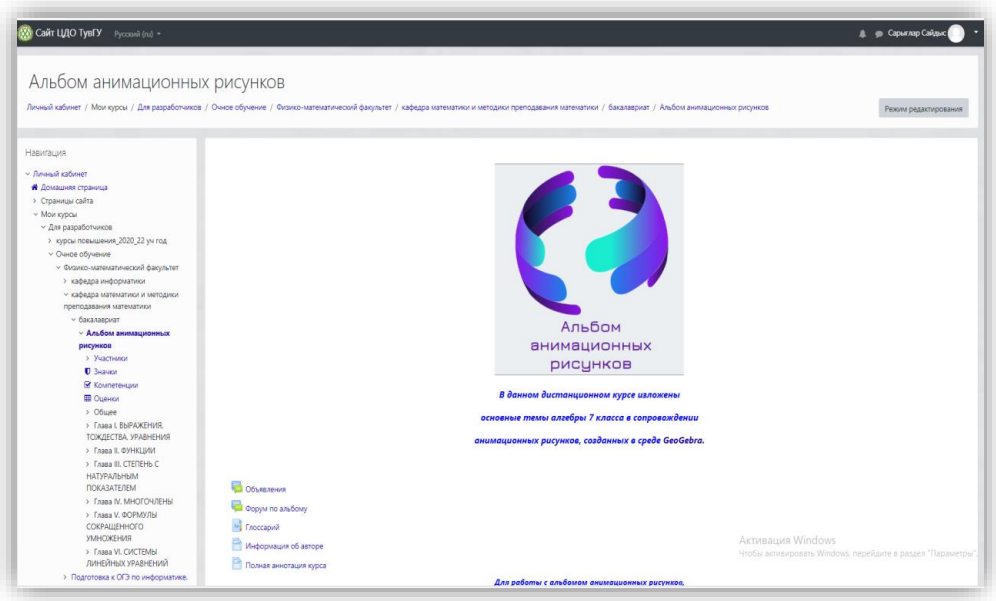


Рисунок 7 – Альбом анимационных рисунков

Каждый модуль содержит учебно-теоретические материалы, анимационные рисунки с билингвальной поддержкой, реализованные с применением динамической среды *GeoGebra*, тренажеры. Для контроля освоения материала в электронном обучающем курсе приведены самостоятельные работы и тесты. С методической точки зрения электронно-обучающий курс отличается выстроенной логической последовательностью и доступностью изложения, что способствует хорошему усвоению учебного

материала. Уникальностью разработанного электронного обучающего курса является развитая система билингвальных подсказок, которая реализована в элементах альбома – анимационных рисунках с билингвальной поддержкой. Примеры создания анимационных рисунков представлены в Приложении Б.

Преимуществами альбома анимационных рисунков, созданных в динамической среде *GeoGebra*, являются:

– *профессиональная дидактическая помощь учителю*, который состоит в облегчении деятельности педагога за счет применения альбома анимационных рисунков, категорированных по различным темам и разделам;

– *организация экспериментального исследования,* направленного на развитие и поддержку экспериментально-исследовательского характера обучения, при этом важно соблюдение баланса и недопустимость возникновения «экспериментально-теоретического разрыва»;

– *независимость анимационного дидактического контента*, что позволяет его применять без сопровождения разработчиком для широкого класса обучающих задач и использовать как основной или вспомогательный элемент при построении обучающих ресурсов и сред предметного обучения алгебре;

– *анимационная наглядность*, который раскрывается при визуализации алгебраических понятий и утверждений, когда моделируемое математическое утверждение сопровождается его наглядной демонстрацией;

– *развитая система билингвальных подсказок*, что позволяет адаптироваться в учебном процесс ученику-билингву с разной степенью владения русским языком.

– *снижение вычислительной трудности*, что позволяет реализовать вычислительные алгоритмы, сопровождающие математические исследования с целью методической демонстрации получения решения без реализации трудоемких вычислений;

– *применение специализированной системы CAS* (*Computer Algebra Sistem*), что позволяет реализовать символьные вычисления в системе CAS для автоматизированной проверки результатов различного уровня символьной сложности;

– *формирование алгебраической, геометрической и физической грамотности* на уроках алгебры, при этом, связующим звеном выступает анимационное моделирование физических процессов и явлений: прямолинейного равномерного движения, геометрическая и физическая трактовка коэффициентов соответствующих уравнений, задачи на движения навстречу и вдогонку и т.д.

При определении структуры содержания учебных материалов мы придерживаемся учебника [91].

Модуль «Выражения, тождества, уравнения». Рассмотрим подробнее содержание первого модуля «Выражения, тождества, уравнения», рисунок 8. Данный модуль включает в себя темы «Выражения», «Сравнение значений выражений» и «Уравнение с одной переменной». Альбом анимационных рисунков включает теоретический материал по рассматриваемым темам, который представлен в виде интерактивных лекций, и сопровождается анимационными рисунками с билингвальной поддержкой на тувинском языке, а также включает элементы, для контроля знания учащихся, такие как практические работы и тесты.

Придерживаясь учебника [100], изложим основные модули и темы учебного материала в сопровождении альбома анимационных рисунков с билингвальной поддержкой, созданного в среде *GeoGebra*.

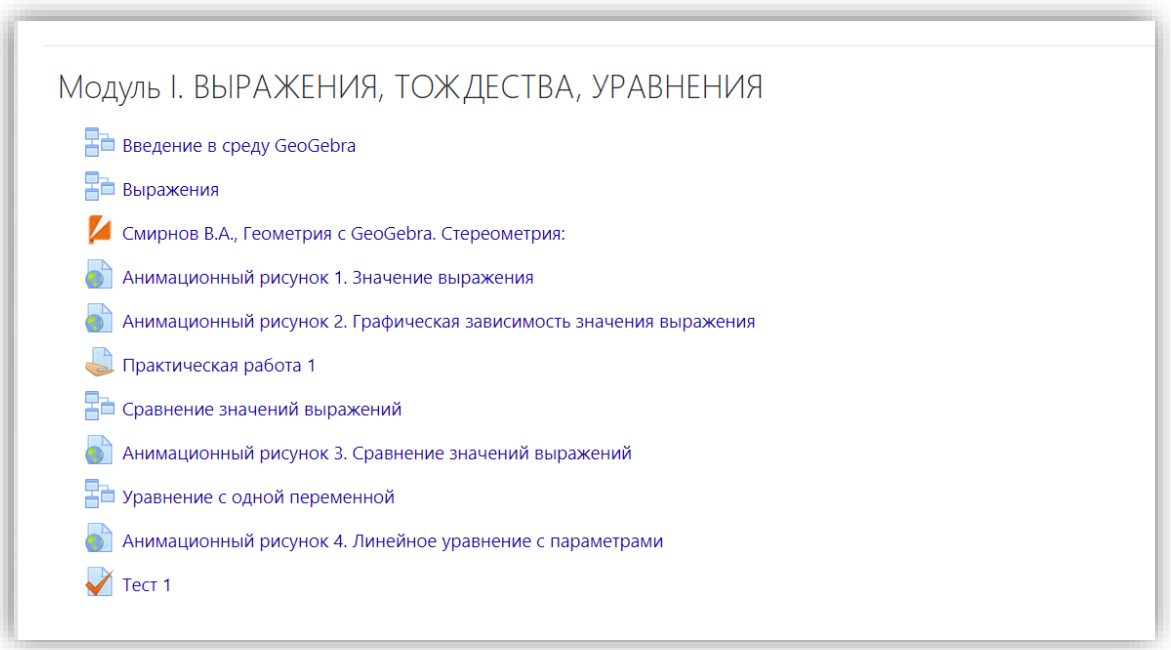


Рисунок 8 – Модуль «Выражения, тождества, уравнения»

Сопровождение анимационными рисунками темы «Выражения». При рассмотрении темы «Выражения» важным является показать учащимся, что для всякого набора значений переменных, входящих в данное выражение, существует единственное значение этого выражения, сформировать понимание переменной. При нахождении значений выражений у учащихся могут возникать нежелательные отвлекающие вычислительные трудности. Мы устраняем их, используя анимационно-компьютерные технологии. Целесообразно для переменных построить соответствующие Ползунки и использовать условия видимости объекта.

Рассмотрим процесс создания и применения анимационных рисунков по теме «Нахождение значения выражения».

Построение анимационного рисунка «Нахождение значения выражения» (рисунок 9). Для начала выбираем выражение $c = \frac{a+2b}{10-b}$.

1. Строим Ползунки для параметров a и b с границами изменения от -5 до 15.

2. Строкой ввода вводим число $c = (a + 2 * b)/(10 - b)$.

3. Создаем надписи и закрепляем их на экране. Условие видимости надписи ответа на рисунке 1 есть при $b \neq 10$ и при $b = 10$.

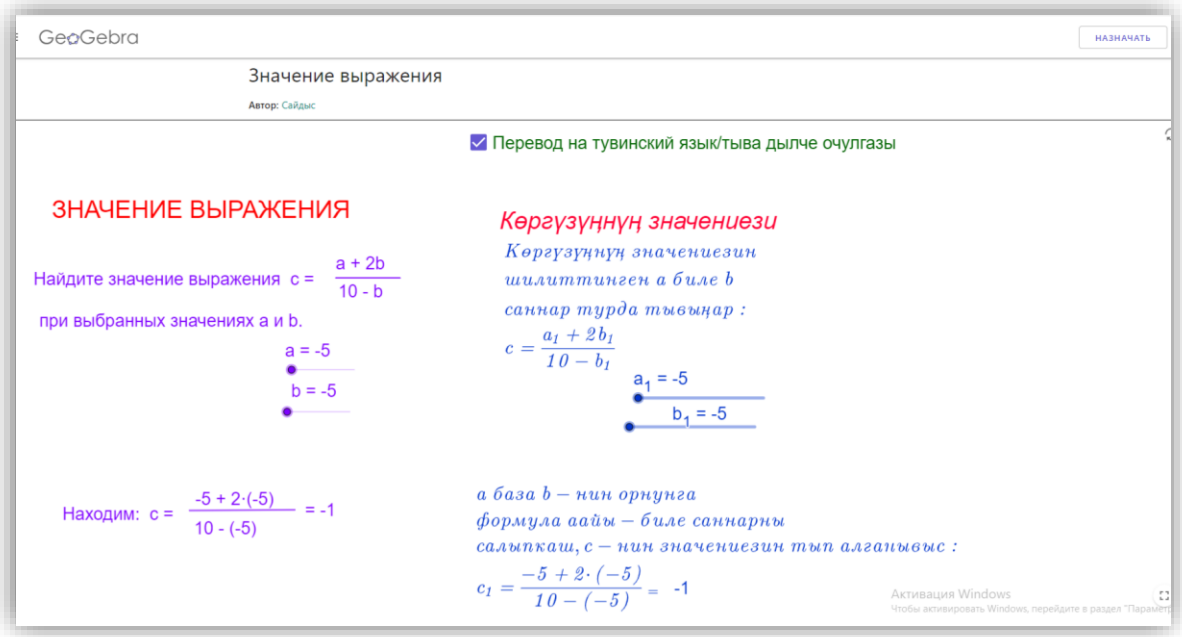


Рисунок 9 – Анимационный рисунок «Нахождение значения выражения»

Изменение значений параметров a и b от -5 до 15 позволяет оперативно получить разновидности решений. При использовании анимационного рисунка для другого выражения относительно тех же переменных следует заменить выражение на новое и строкой ввода ввести новое c.

Этот пример наглядно демонстрирует независимость анимационного дидактического контента и возможность применения системы билингвальных подсказок. Учащиеся, слабо владеющие русским языком, могут включить билингвальную поддержку на тувинском языке, что способствует лучшему пониманию материала и ускорению их адаптации в обучении алгебре.

Демонстрация на уроке. Для использования анимационного рисунка 9 на уроке, созданного на основе материала учебников [91], сначала предлагается учащимся найти значение выражения $c = \frac{a+2b}{10-b}$ «вручную» и записать в тетради: при $a = 3$, $b = 8$ имеем: $c = \frac{3+2*8}{10-8} = \frac{19}{2} = 9{,}5$. Затем

обращаемся к анимационному рисунку и видим полученный ответ. После этого целесообразно составить таблицу значений переменных и выражения.

Можно переменную a зафиксировать, например, взять $a = 3$, а переменную b изменять. Тогда значение выражения c будет изменяться в зависимости только от значений b. В этом случае переменную b называют *независимой переменной* (и обычно обозначают буквой x), а переменную c *зависимой переменной* (и обозначают буквой y). Зафиксированную переменную a в этом случае называют *параметром*. На рисунке 10 представлена анимационная модель выражения $y = \frac{a+2x}{10-x}$ с переменной x и параметром a. Тем самым проводится пропедевтика понятия функции.

Точка X изображает переменную x, точка Y изображает значение выражения $y = \frac{a+2x}{10-x}$. Множество всех точек C называется *графиком* данного выражения. Таким образом, точка C имеет координаты $C = (x, \frac{a+2x}{10-x})$.

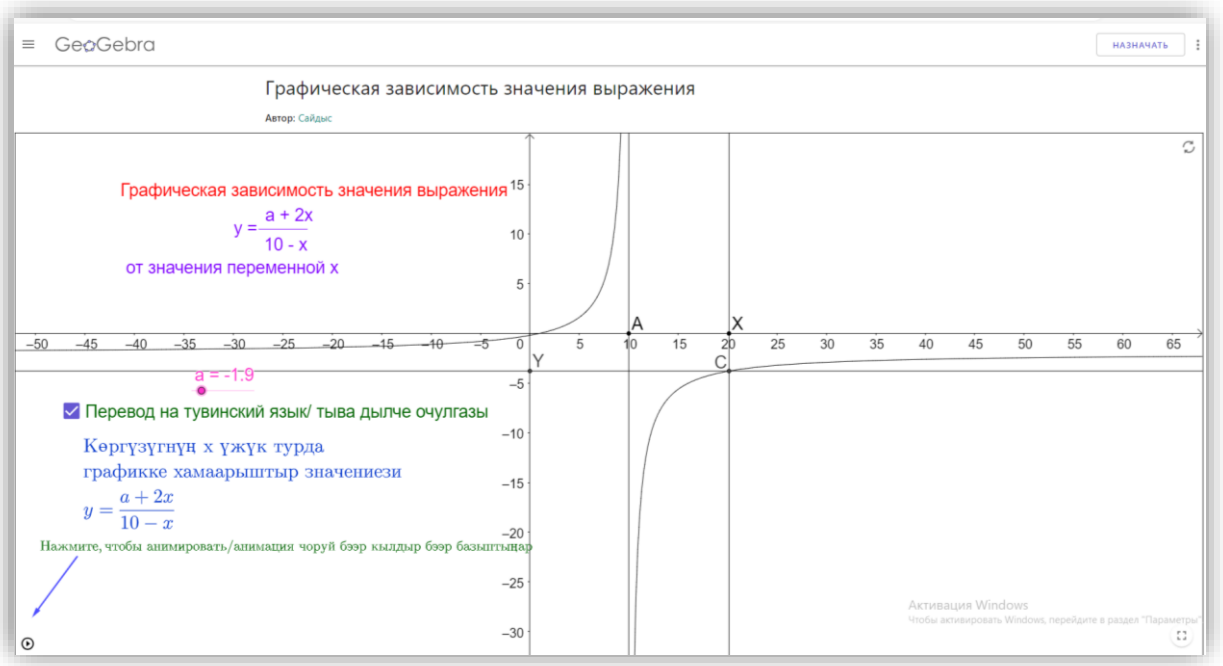


Рисунок 10 – Анимационный рисунок «Графическая зависимость значения выражения»

Для самостоятельной работы с анимационным рисунком ученикам предлагаются следующие задания из альбома анимационных рисунков с билингвальной поддержкой в виде практической работы № 1.

Практическая работа № 1

Для выполнения задания откройте анимационный рисунок 4, нажав на ссылку https://www.geogebra.org/m/wtmwjfjb:

1) Для данного значения переменной *x* найдите значение выражения «вручную» с проверкой на графике. Найдите значение выражения по графику. При каком значении значение выражения не существует?

2) При каком значении переменной *x* значение выражения равно данному числу?

3) Измените значение параметра *a* и ответьте на вопросы 1), 2) при новом графике выражения.

Рисунок 11 – Содержание практической работы № 1

Сопровождение анимационными рисунками темы «Сравнение значений выражений». При изучении темы «Сравнение значений выражений» можно рассмотреть из учебника [91] пример сравнения значений выражений $2a$ и $4 + a$. Для начала можно демонстрировать алгебраическую анимацию (рисунок 12), а затем геометрическую (графическую) анимацию (рисунок 14).

Рассмотрим, как было осуществлено построение анимационного рисунка (рисунок 12).

1) Строим ползунок для параметра a с границами изменения от -5 до 15 и ползунок n для натуральных значений 1, 2 и 3.

2) Вводим числа $u = 2 * a$ и $v = 4 + a$.

3) Вводим оси координат, строим графики функций $f(x) = 2x$, $h(x) = 4 + x$ и отмечаем точку B пересечения графиков (рисунок 14). Вводим число $b = x(B)$ (абсциссу точки B). Выполняем остальные построения рисунка 14.

4) Создаем надписи и устанавливаем условия их видимости. Для геометрических объектов и графиков функций условием видимости является $n = 3$ (рисунок 14). На рисунке 14 оси координат удалены. При $n = 2$ делаем запись ответа (обращаясь к объектам). Лишние записи по условиям видимости не видны.

Демонстрация на уроке. На анимационном рисунке 12 выбираем значение ползунка $n = 1$ и видим алгебраическое решение сравнения значений выражений. При этом оси координат скрыты за ненадобностью.

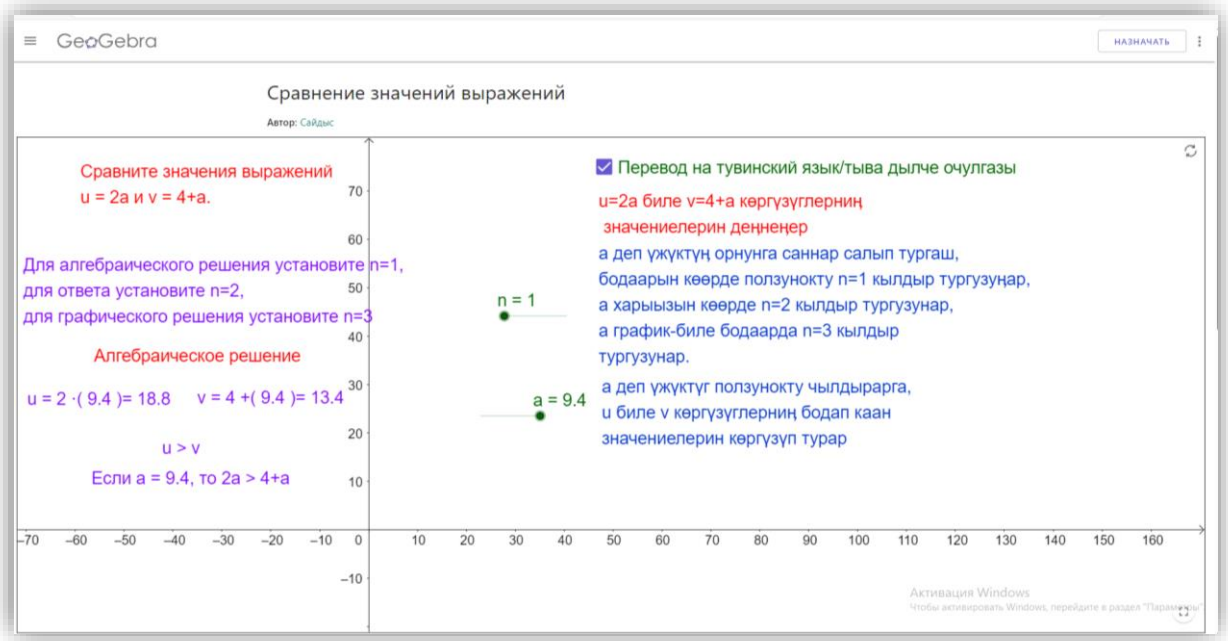


Рисунок 12 – Анимационный рисунок
«Сравнение значений выражений при $u > v$»

При изменении значений ползунка a, видим, что меняются надписи $u < v$, $u = v$, $u > v$. Ответ можно посмотреть при ползунке $n = 2$ (рисунок 13). Этот анимационный рисунок позволяет осуществлять ученикам некоторое экспериментальное исследование путем моделирования значений выражения. Ученик может самостоятельно менять значение переменной n, например, при $\mathrm{n} = 2$, на полотне оперативно отображаются варианты ответов сравнения значений выражений, при этом если $\mathrm{a} < 4$, то $2\mathrm{a} < 4+\mathrm{a}$, если $\mathrm{a} = 4$, то $2\mathrm{a} = 4 + \mathrm{a}$, если $\mathrm{a} > 4$, то $2\mathrm{a} > 4 + a$.

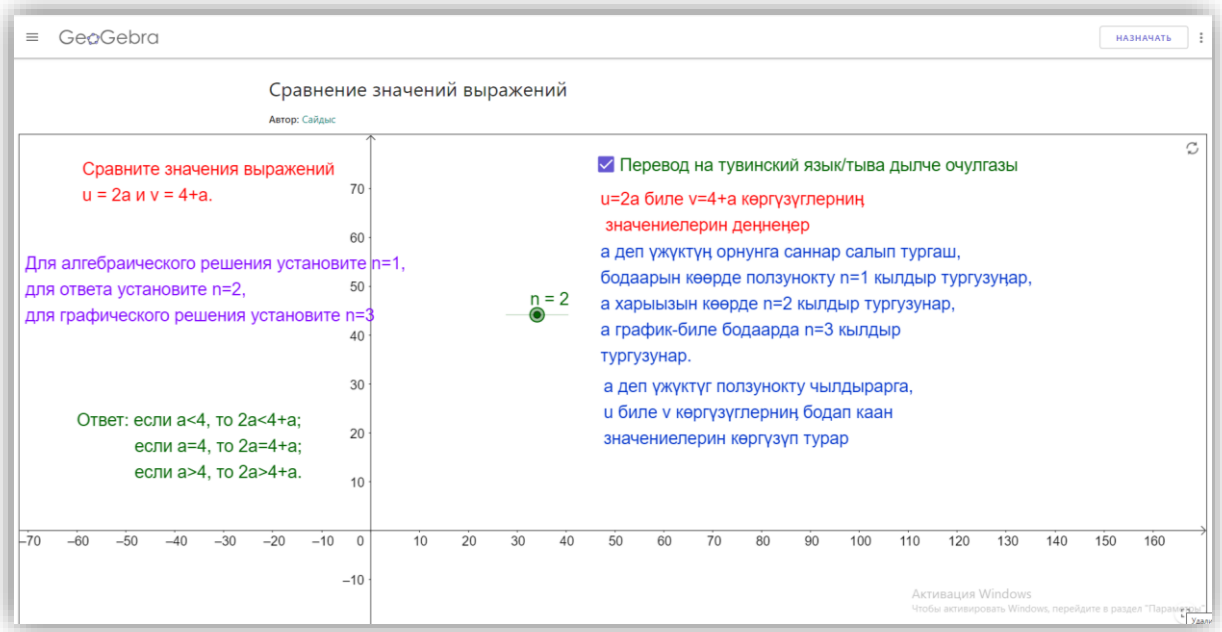


Рисунок 13 – Анимационный рисунок
«Сравнение значений выражений при $u > v$ (ответ)»

При $n = 3$ возвращаем оси координат и демонстрируем графическое решение (рисунок 14). Точка X отмечает значения переменной x. При выбранном значении переменной x значение переменной u характеризуется положением точки U, а значение переменной v характеризуется положением точки V. Если точка U ниже (выше) точки V, то $u < v$ (соответственно, $u > v$). При анимации точки X (или ручном перемещении этой точки) наблюдаем взаимное расположение точек U и V, и записываем ответ.

Также этот пример наглядно демонстрирует независимость анимационного дидактического контента и возможность применения системы билингвальных подсказок. Учащиеся, слабо владеющие русским языком, могут включить билингвальную поддержку на тувинском языке, что способствует лучшему пониманию материала и ускорению их адаптации в обучении алгебре.

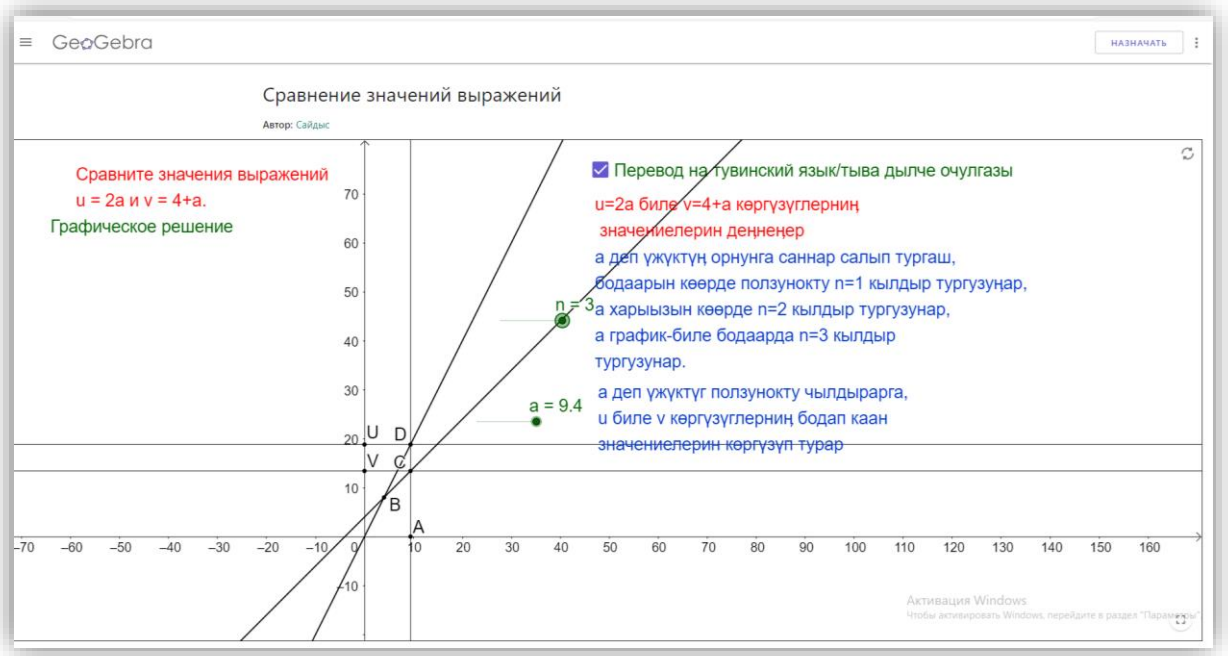


Рисунок 14 – Анимационный рисунок
«Сравнение значений выражений при $u > v$ (графическое решение)»

Для сравнения значений других выражений относительно той же переменной a следует лишь всюду в текстах надписей заменить выражения на новые и ввести новые значения для u и v. Например, в Альбоме анимационных рисунков на анимационном рисунке «Сравнение значений выражений» сравниваются значения выражений из задания 53 [100].

Сопровождение анимационными рисунками темы «Уравнение с переменной».

Демонстрация на уроке. Чтобы решить наши неравенства и уравнение, воспользуемся графическим представлением выражения $r = x - 4$. На рисунке 15 точка R изображает число r при соответствующем значении x. Видим, что R располагается ниже оси абсцисс ($r = x - 4 < 0$), когда X левее точки A ($x < 4$). Следовательно, решением неравенства $x - 4 < 0$ является

$x < 0$ (рисунок 15). Аналогично видим решение уравнения и другого неравенства (рисунки 16, 17).

Этот пример также демонстрирует возможности анимационной наглядности, при этом решение линейного уравнения также сопровождается при необходимости переводом на тувинский язык.

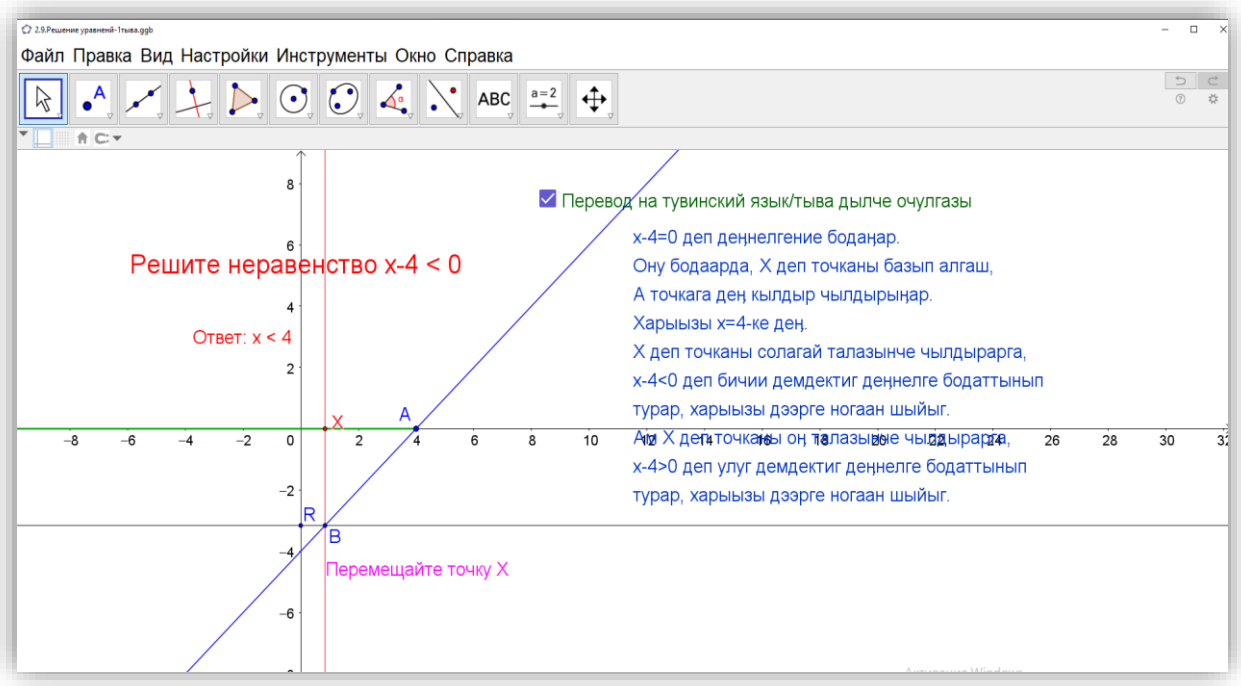


Рисунок 15 – Анимационный рисунок

«Решение неравенства $x - 4 < 0$»

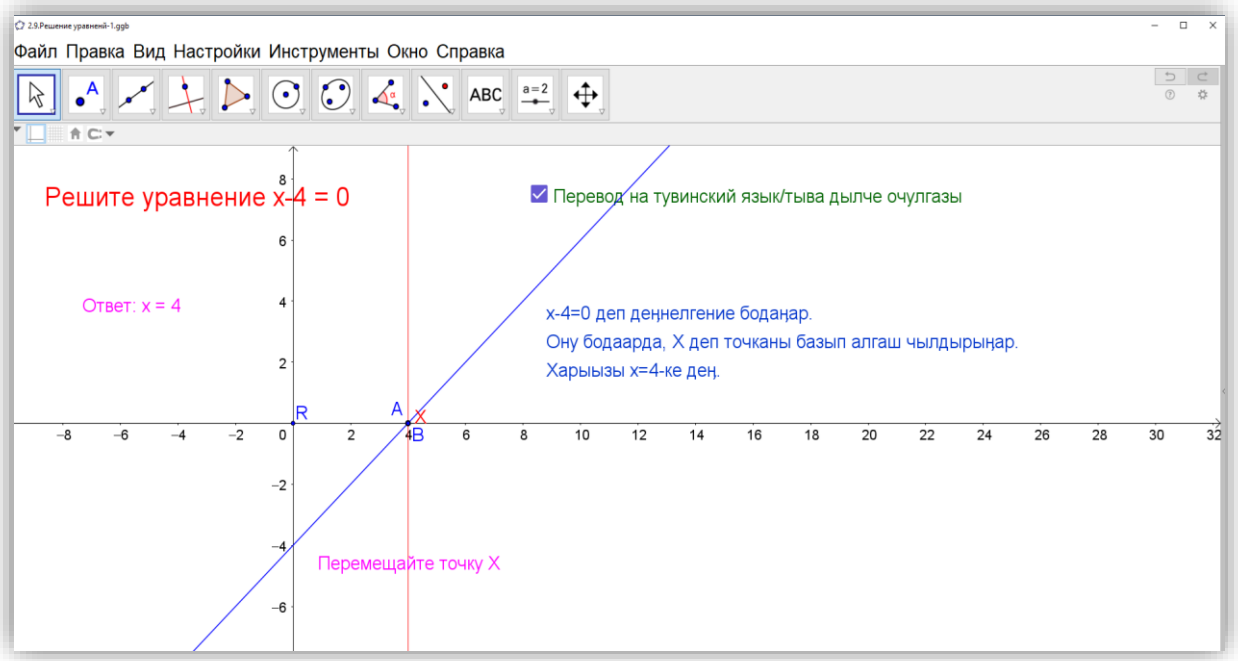


Рисунок 16 – Анимационный рисунок «Решение уравнения $x - 4 = 0$»

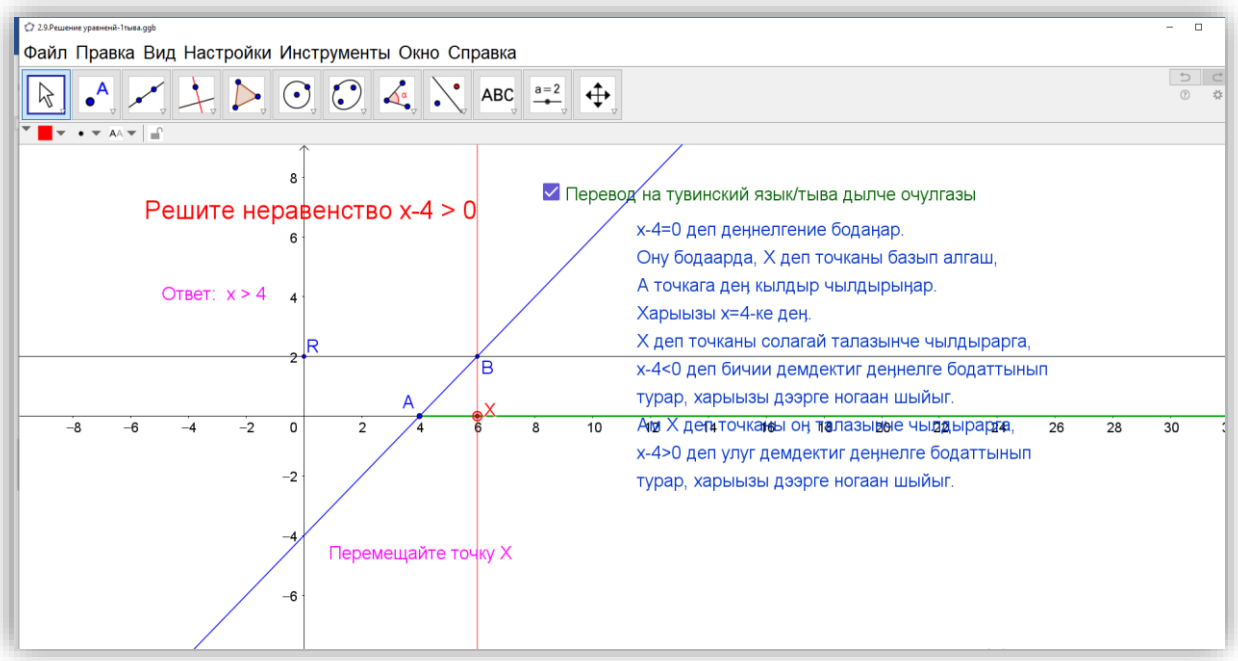


Рисунок 17 – Анимационный рисунок «Решение неравенства $x - 4 > 0$»

Выражение u, зависящее от переменной x, записывают в виде $u(x)$. Если уравнение имеет вид $u(x) = 0$, то для его решения можно использовать графический метод. Строим график выражения $u(x)$ и точки пересечения графика с осью абсцисс укажут те значения переменной x, при которых $u(x) = 0$, то есть дадут все решения данного уравнения. Если же уравнение имеет вид $u(x) = v(x)$, то преобразуем его к виду $u(x) - v(x) = 0$. Левая часть этого уравнения является выражением от переменной x и может быть записана в виде $f(x) = u(x) - v(x)$. В результате получаем уравнение рассмотренного вида $u(x) = 0$.

Для начала решим линейное уравнение $2x + 3 = 0$. Здесь $f(x) = 2x + 3$. Вводим в строку ввода запись $(f(x) = 2 * x + 3)$ и на экране визуализируется график данного выражения (прямая). Точка A пересечения графика с осью абсцисс дает искомое решение уравнения. Теперь правую часть равенства $f(x) = 2x + 3$ можно заменить любым другим выражением и на экране появится соответствующий график выражения, а его точки пересечения с осью абсцисс укажут на корни уравнения.

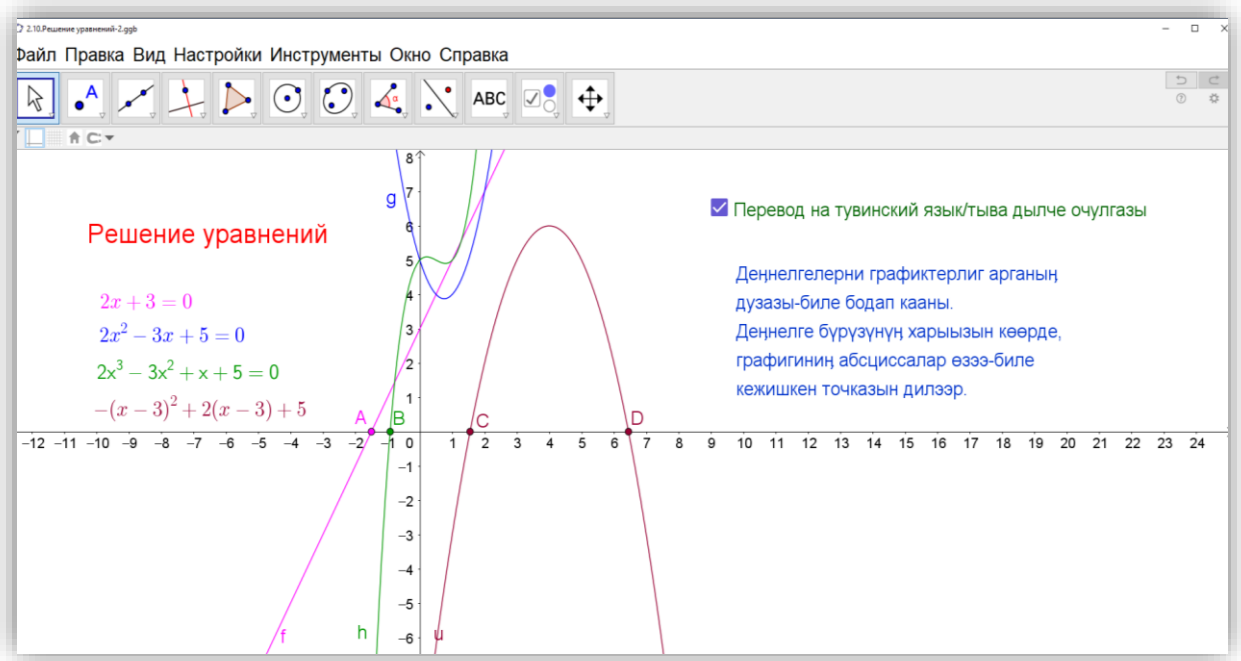


Рисунок 18 – Анимационный рисунок «Решение уравнений»

На рисунке 18 представлены решения уравнений $2x + 3 = 0$ (абсцисса точки *A*), $2x^2 - 3x + 5 = 0$ (решений нет), $2x^3 - 3x^2 + x + 5 = 0$ (абсцисса точки *B*), $-(x-3)^2 + 2(x-3) + 5 = 0$ (два решения) с помощью соответствующих графиков выражений $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = 2x^2 - 3x + 5$, $h(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 5$, $u(x) = -(x-3)^2 + 2(x-3) + 5 = 0$. При использовании анимационного рисунка 18 ненужные графики можно убрать, делая их невидимыми. Можно использовать ползунок и условия видимости.

Решение линейных уравнений вида $y = ax + b$ полезно сопровождать демонстрацией решения на анимационном рисунке. Записываем это равенство в Строку ввода и на экране компьютера появляется график этого выражения, который, как показывает компьютер, является прямой. Видим, что число $x = x_0$ является решением нашего уравнения тогда и только тогда, когда $y = 0$. Геометрически решение уравнения соответствует точке с координатами $(x_0, 0)$, которая является точкой пересечения прямой $y = ax + b$ с осью абсцисс. Анимационные рисунки 19, 20, 21 делает наглядным решение и исследование уравнения $y = ax + b$. Построение рисунка тривиально, и мы его не приводим. Использованы ползунки и условия видимости надписей.

Демонстрация на уроке. На анимационном рисунке 19 при изменении ползунков a и b можно посмотреть демонстрацию геометрического и алгебраического решения уравнения. При $a \neq 0$, уравнение имеет один единственный уравнения.

При значениях ползунков $a = 0$, но $b \neq 0$, уравнение не имеет решения (рисунок 19). В этом случае прямая $y = ax + b$ не пересекает ось абсцисс. Условие видимости записи ответа $(a = 0) \wedge (b \neq 0)$.

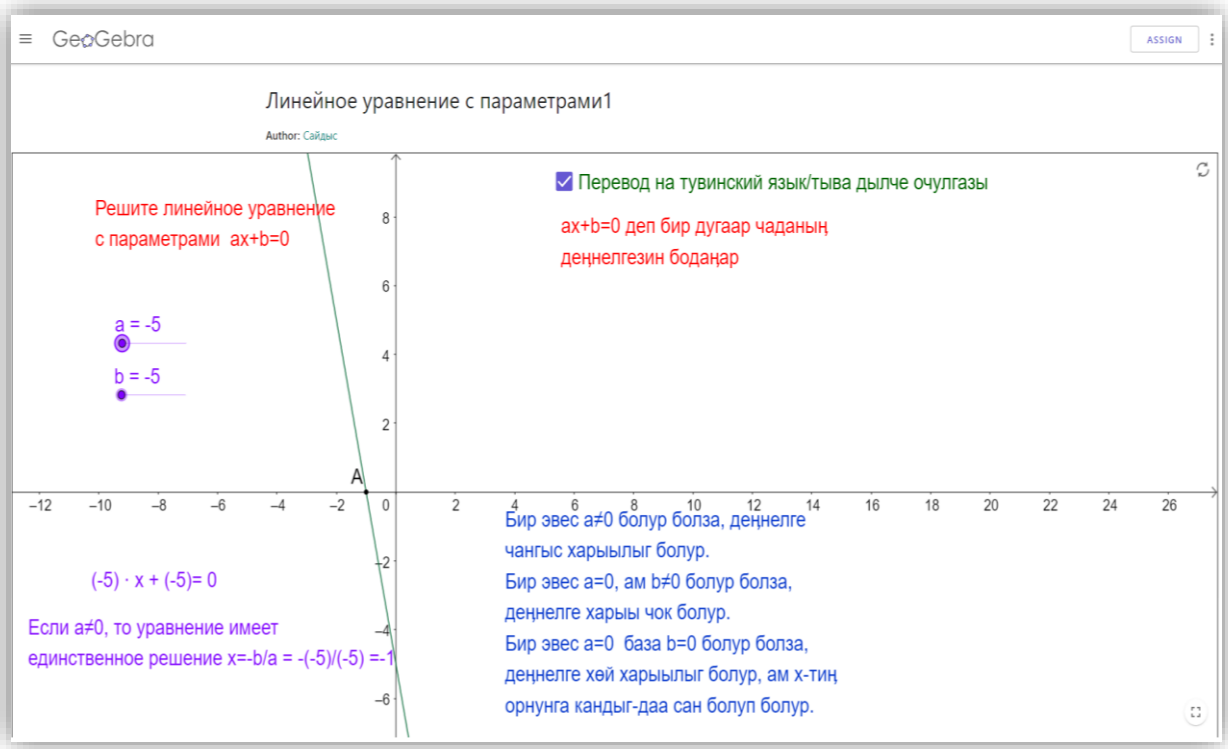


Рисунок 19 – Анимационный рисунок «Линейное уравнение с единственным решением»

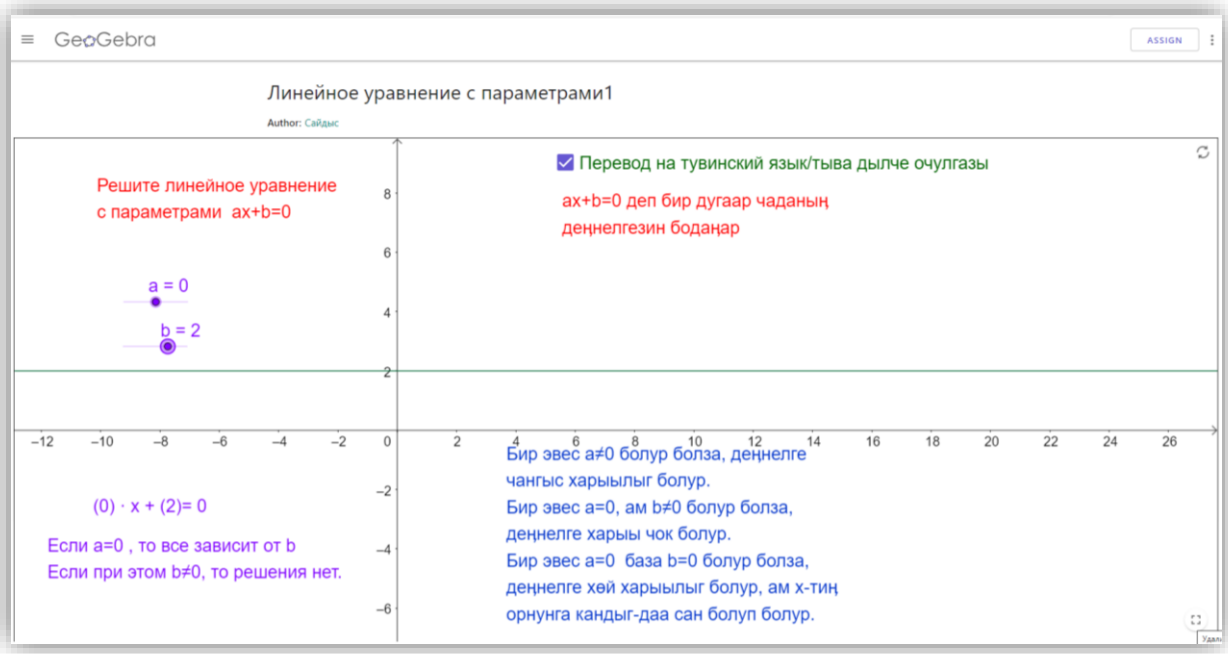


Рисунок 20 – Анимационный рисунок «Линейное уравнение без решения»

Наконец, если $a = 0$ и $b = 0$, то всякое число является решением. В этом случае прямая, являющаяся графиком выражения $y = ax + b$, совпадает с осью абсцисс. Условие видимости записи ответа $(a = 0) \wedge (b = 0)$.

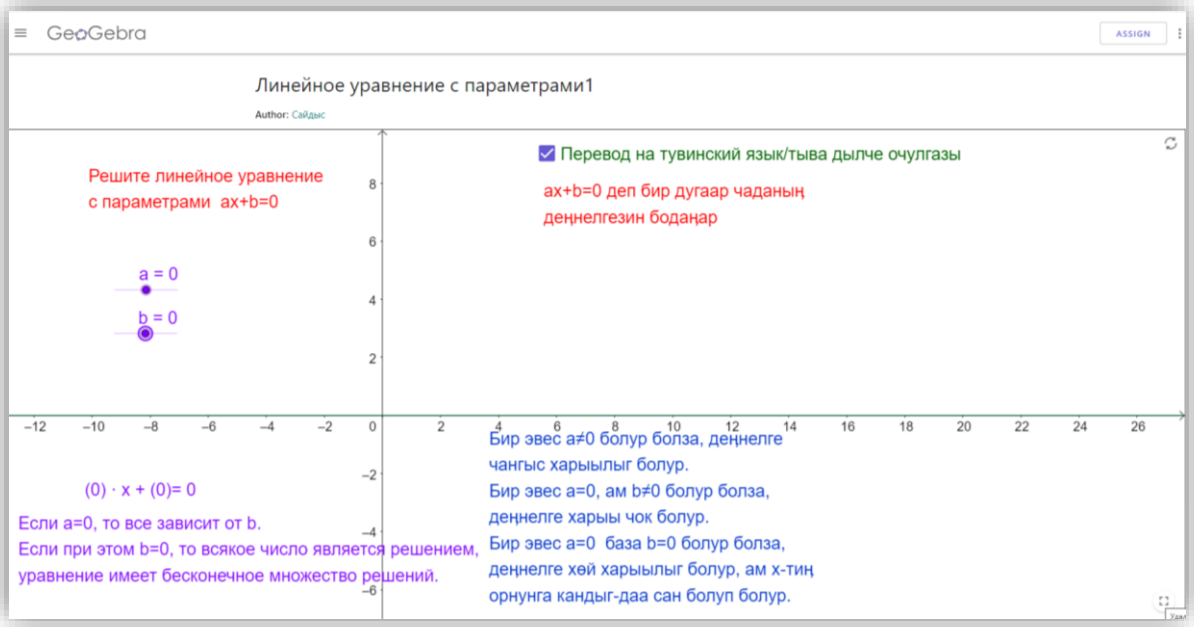


Рисунок 21 – Анимационный рисунок
«Линейное уравнение с бесконечно множеством решений»

Рассмотрим то, каким образом осуществляются математические доказательства с применением анимационных рисунков с билингвальной поддержкой на примере визуализации процесса решения задания № 133 из учебника Макарычева [91]. Необходимо доказать, что числа 7, -3 и 0 являются корнями уравнения $x(x + 3)(x - 7) = 0$.

Для того чтобы продемонстрировать доказательство примера, достаточно открыть созданный анимационный рисунок и показать пошагово доказательство. Методический прием *демонстрации на уроке* включает в себя следующие шаги:

1) Прежде чем приступить к доказательству, повторить, что является корнем уравнения;

2) На анимационном рисунке показать учащимся, где находится Строка ввода и объяснить, что существует несколько способов доказательства данного примера;

3) Продемонстрировать один из способов, например, через ввод уравнения в виде функции в Строке ввода и построение ее графика. Таким образом, можно в режиме реального времени посмотреть на анимационном рисунке точки пересечения построенного графика с осью *OX*;

4) Можно показать еще один способ доказательства через нахождение нулей заданной функции. Для этого в Строке ввода ввести команду НулиФункции() и задав непосредственно саму функцию, начальное и конечное ее значения.

5) При необходимости с помощью флажка включить/выключить перевод на тувинский язык.

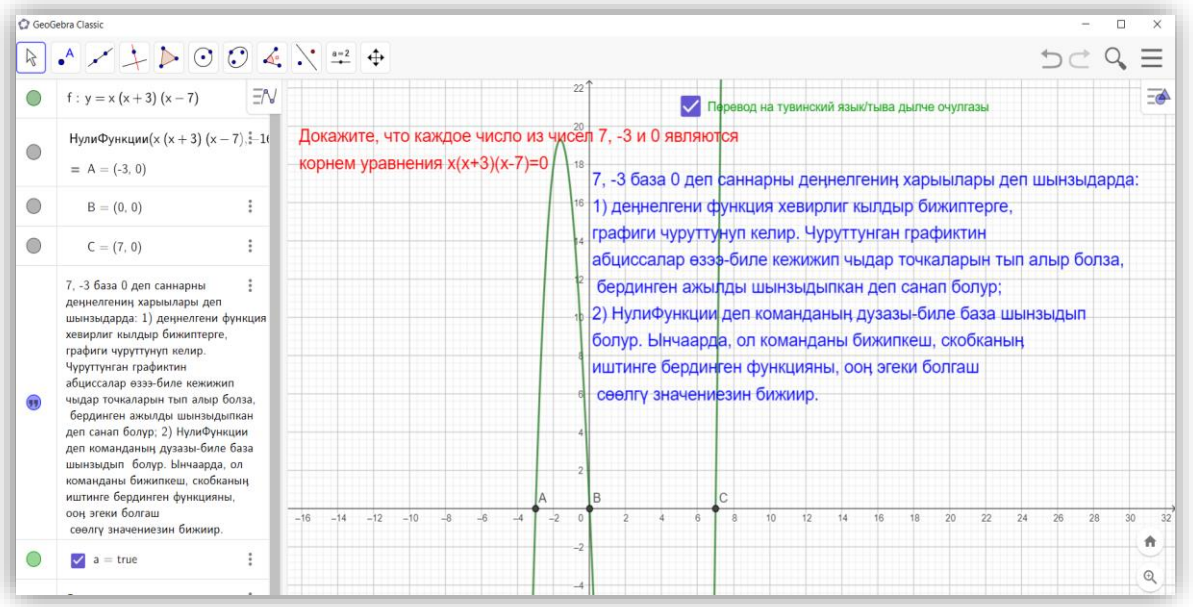


Рисунок 22 – Анимационный рисунок «Демонстрация доказательства»

Модуль «Функции». Рассмотрим подробнее содержание второго модуля «Функции», рисунок 23. Данный модуль включает в себя темы

«Использование анимации при введении понятия функции», «Линейная функция», представленные в виде интерактивных лекций, сопровождаемые анимационными рисунками с билингвальной поддержкой на тувинском языке, а также элементы, проверяющие знания учащихся, такие как практические работы и тест.

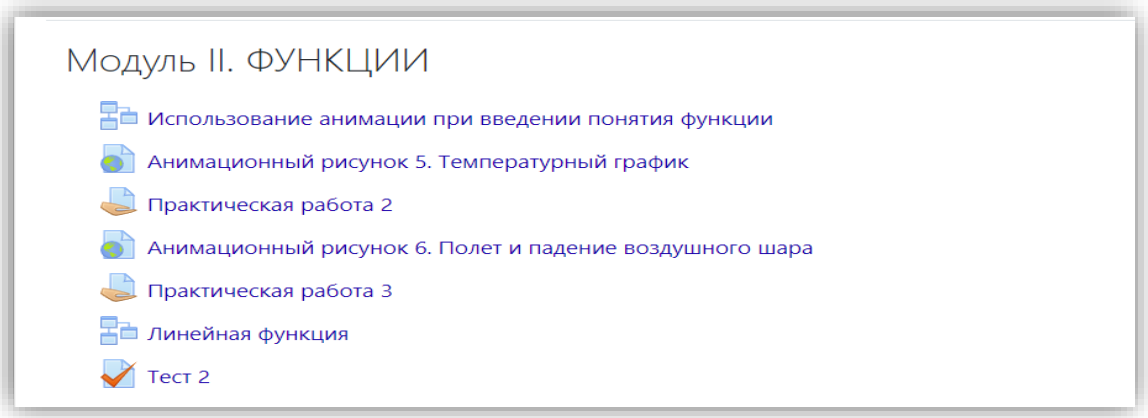


Рисунок 23 – Модуль «Функции»

Сопровождение анимационными рисунками темы «Использование анимации при введении понятия функции». При изучении темы «Функции» важным является включение заданий, направленных на формирование алгебраической, геометрической и физической грамотности, на рисунке 24 представлен пример анимационного моделирования физического процесса, который позволяет наглядно отображать изменение температурного графика в термометре при анимации точки *B*. При анимации точка *B* оставляет след, вычерчивая температурный график при понижении и повышении температуры.

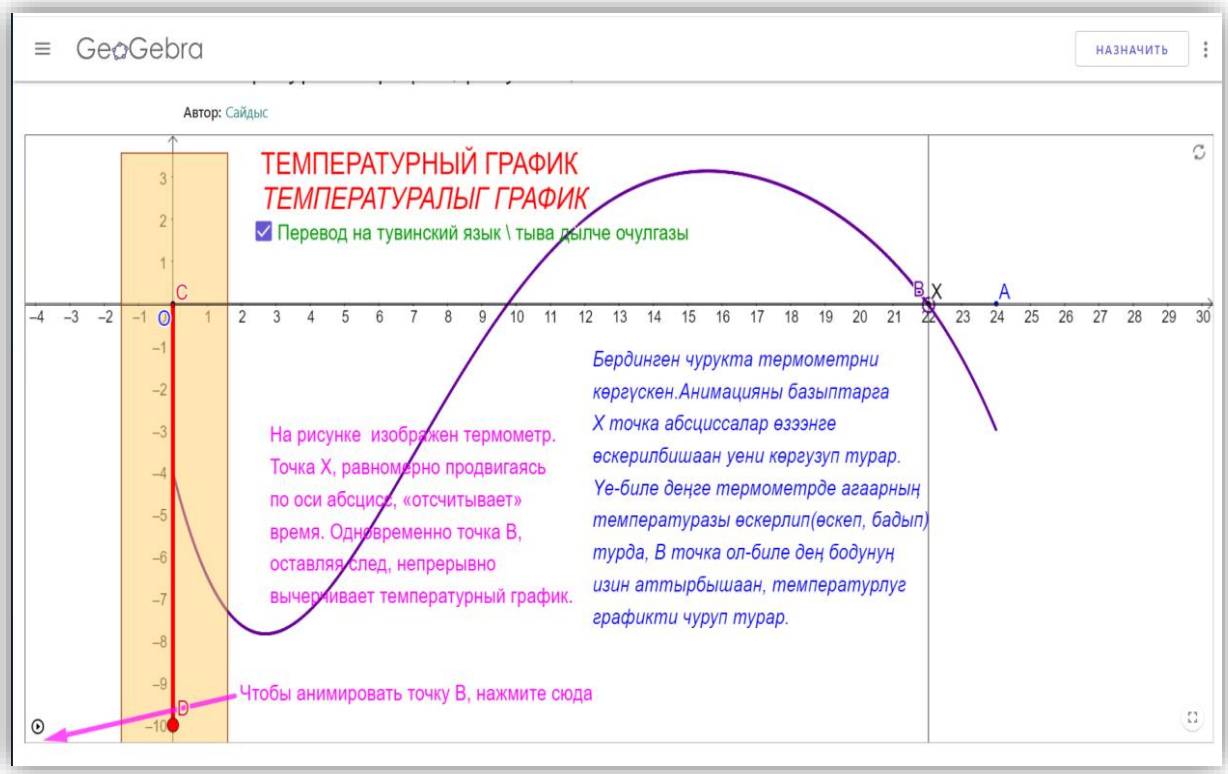


Рисунок 24 – Анимационный рисунок
«Линейное уравнение с бесконечно множеством решений»

Рассмотрим пример учебно-исследовательской задачи «Полет и падение воздушного шара». В среде *GeoGebra* построим модель движения шара, наполненного гелием. Шар стартует с поверхности земли и под действием подъемной силы устремляется вертикально вверх. Постепенно подъемная сила убывает. Когда шар достигает максимальной высоты, он лопается и падает вниз по закону свободного падения. Построим модель этого движения и анимационное вычерчивание графика движения.

Полет шара естественным образом распадается на этап взлета и этап падения. Взлет происходит под действием подъемной силы, которая уменьшается по мере набора высоты. Второй этап представляет собой свободное падение лопнувшего шара по закону $S = \frac{gt^2}{2}$, где коэффициент

свободного падения $g = 9{,}8\ \text{м/сек}^2$. Графиком падения является также парабола ветвями вниз.

Для самостоятельной работы с анимационным рисунком ученикам можно дать следующие задания из альбома анимационных рисунков в виде практической работы № 2.

Практическая работа № 2

С помощью анимационного рисунка демонстрируйте частные случаи линейной функции :

1) $a=1$, $b=0$;

2) $a=0$, $b=1$;

3) анимируйте *a(b)* при фиксированном *b(a)*.

Рисунок 25 – Содержание практической работы № 2

Демонстрация на уроке. Созданные анимационные рисунки 26, 27, 28 можно использовать на первых уроках, посвященных знакомству с понятием функциональной зависимости [91]. При демонстрации полета в соответствии с подсказкой устанавливаем $n = 1$, включаем анимацию и наблюдаем взлет шара (рисунок 26) и падение лопнувшего шара (рисунок 27). Можно обсудить некоторую условность изображения: рассматривая полет шара, мы отслеживаем движение центра окружности. Именно поэтому «взлетная площадка» изображена сплошной линией, с которой стартует центр окружности, и штриховой линией, которой касается окружность.

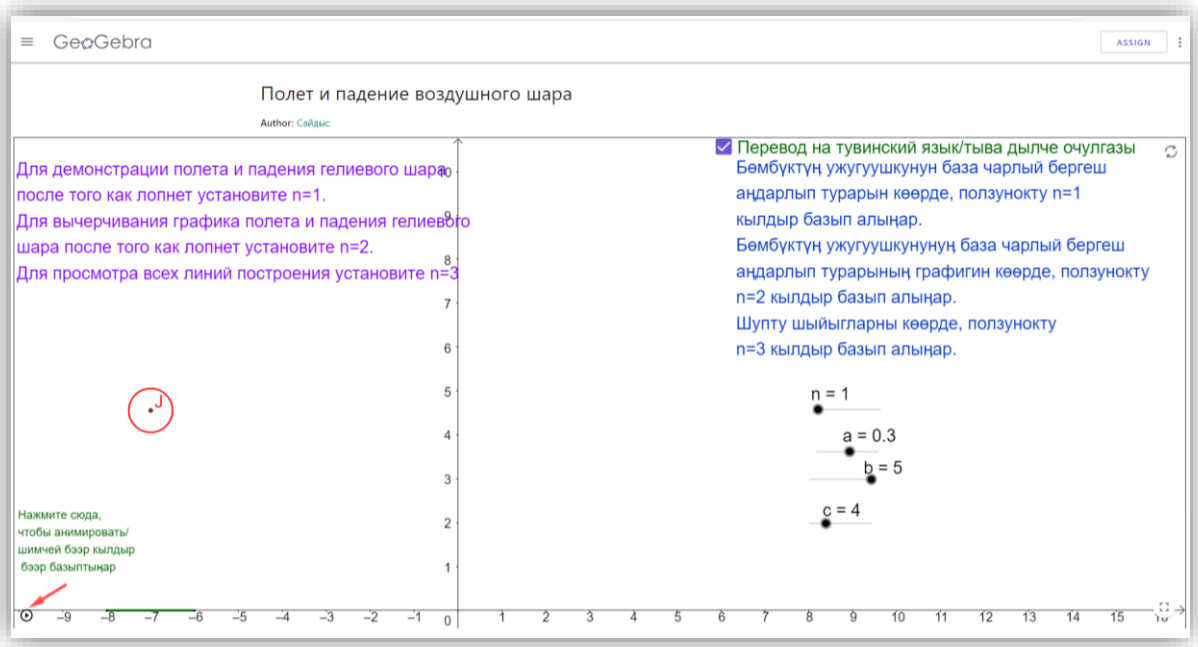


Рисунок 26 – Анимационный рисунок «Полет воздушного шара»

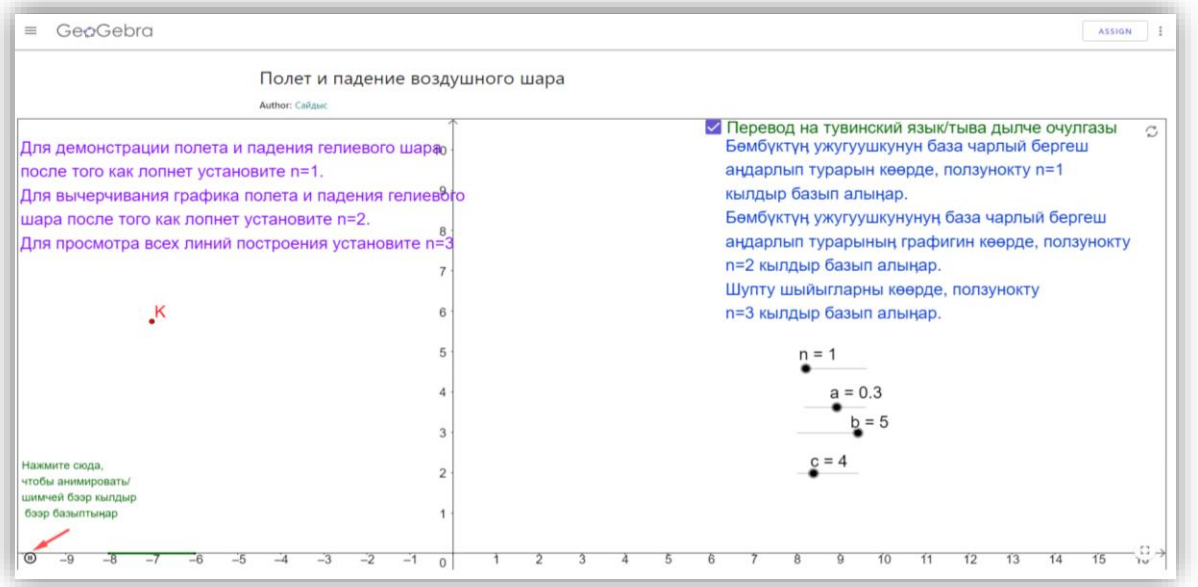


Рисунок 27 – Анимационный рисунок «Падение воздушного шара»

На анимационном рисунке 28 запечатлено вычерчивание графика полета и падения гелиевого шара. Для демонстрации на уроке устанавливаем ползунок *n=2*.

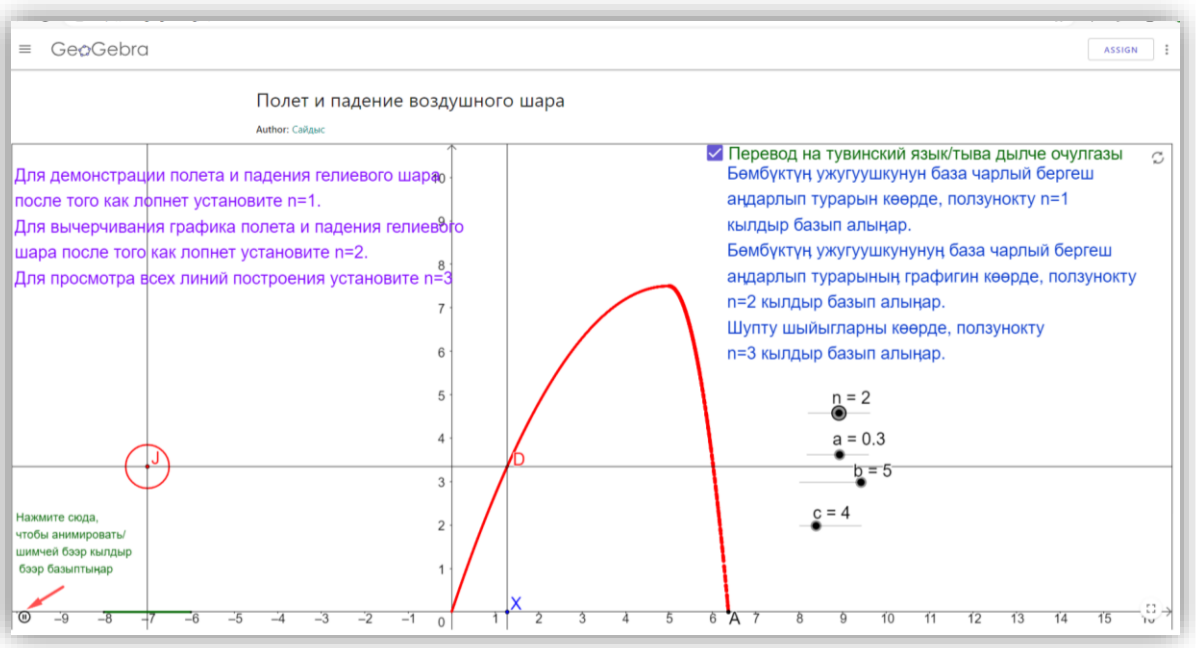


Рисунок 28 – Анимационный рисунок «График полета и падения воздушного шара»

Наблюдая полет, мы не можем дать его числовых характеристик. Например, на каком расстоянии от земли находился шар по прошествии трех секунд полета? Это побуждает нас к вычерчиванию графика полета, который отражал бы зависимость высоты объекта над площадкой от пройденного времени. Переходим к демонстрации вычерчивания графика полета (рисунок 28), установив ползунок $n=3$. Наряду с анимационным вычерчиванием графика полезно также использовать «ручное» перемещение «текущей» точки X. Организуем чтение графика.

Для самостоятельной работы с анимационным рисунком ученикам можно дать следующие задания из альбома анимационных рисунков в виде практической работы № 3.

Практическая работа № 3

I. Откройте анимационный рисунок https://www.geogebra.org/m/cuv9bwnn и ответьте на следующие вопросы письменно:

1) На какой высоте находился шар в третью секунду полета?

2) Что больше заняло времени: взлет или падение?

3) Каково максимальное удаление шара?

4) Сколько времени занял набор максимальной высоты?

5)Сколько времени заняло падение?

II. Постройте таблицу полета, отмечая в ней высоту объекта через каждую секунду.

III. Измените параметры полета, установите $a = 0.2$, $b = 7$, $c = 3$ и измените масштаб изображения (колесиком мышки).

Рисунок 29 – Содержание практической работы № 3

Такое соединение демонстрации самого движения и его графика конечно же улучшит понимание школьником функциональной зависимости.

Модуль «Степень с натуральным показателем». Рассмотрим подробнее содержание третьего модуля «Степень с натуральным показателем», рисунок 30. Данный модуль включает в себя темы «Степень и ее свойства» и «Одночлены», представленные в виде интерактивных лекций, сопровождаемые анимационными рисунками с билингвальной поддержкой на тувинском языке, а также элементы, проверяющие знания учащихся, такие как практическая работа и тест, состоящий из 10 тестовых вопросов.

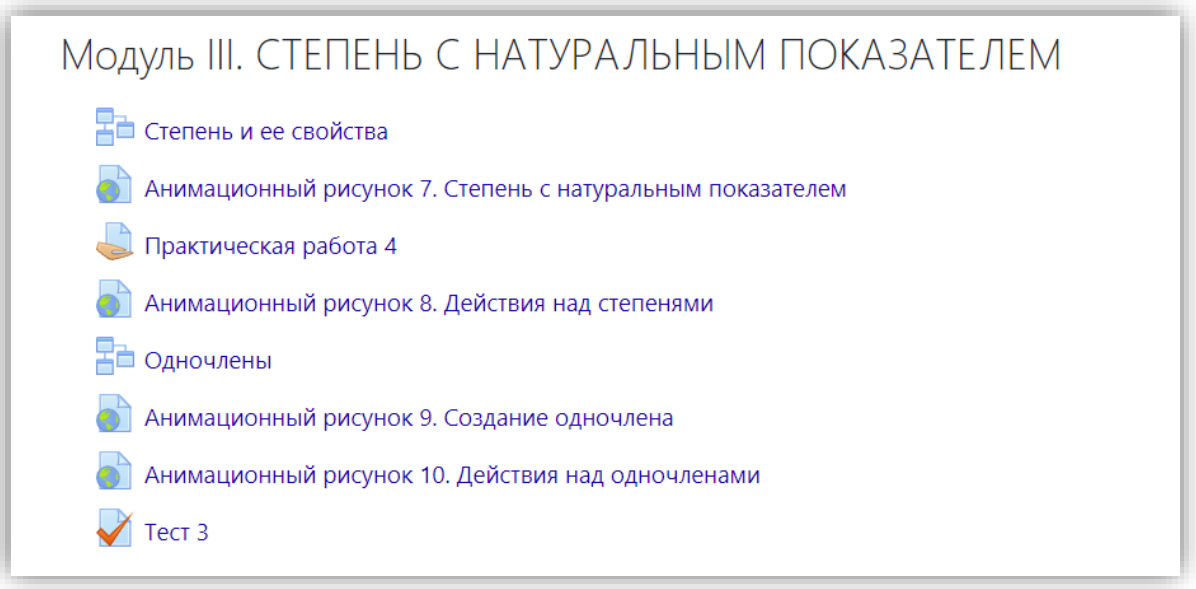


Рисунок 30 – Модуль «Степень с натуральным показателем»

Сопровождение анимационными рисунками темы «Степень и ее свойства». Анимационный рисунок 31 позволяет закрепить понятие натуральной степени числа. Основание степени *a* вводится «Строкой ввода». Показатель степени *n* изменяется от 1 до 7.

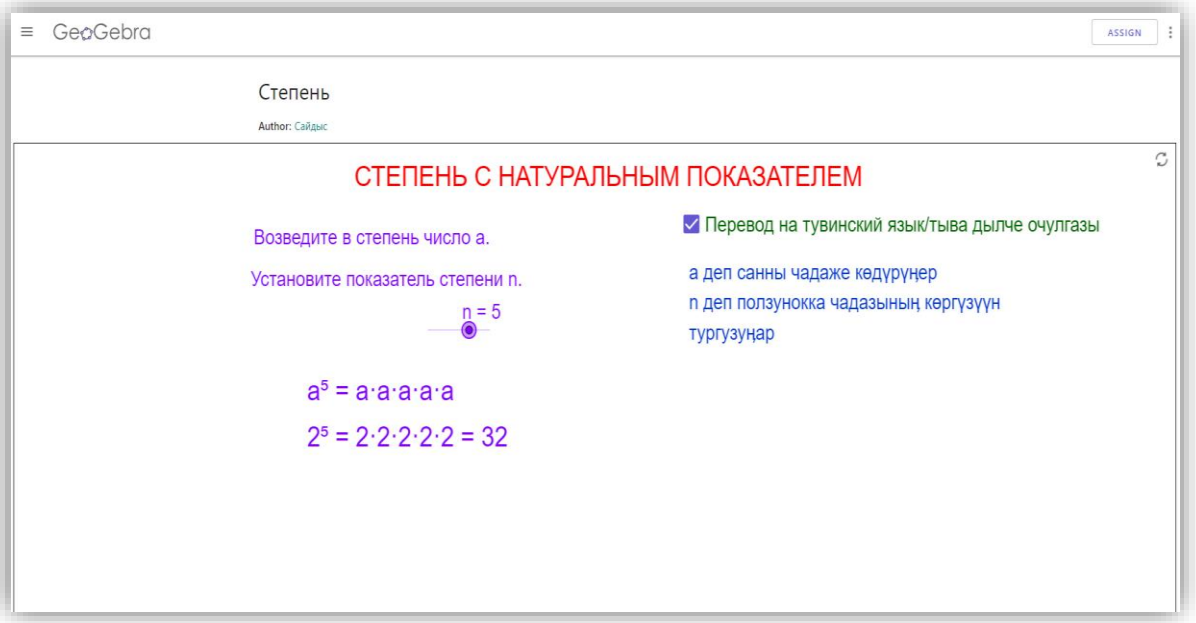


Рисунок 31 – Анимационный рисунок «Степень с натуральным показателем»

Пользуясь анимационным рисунком, можно отработать запоминание степеней некоторых чисел, например, 2 и 5, осознать степени числа 10. Выбрав отрицательное значение *a*, убедиться, что четная степень отрицательного числа положительна, а нечетная отрицательна.

Анимационный рисунок 32 позволяет осознать и закрепить действия со степенями. Основание степени *a* вводится Строкой ввода.

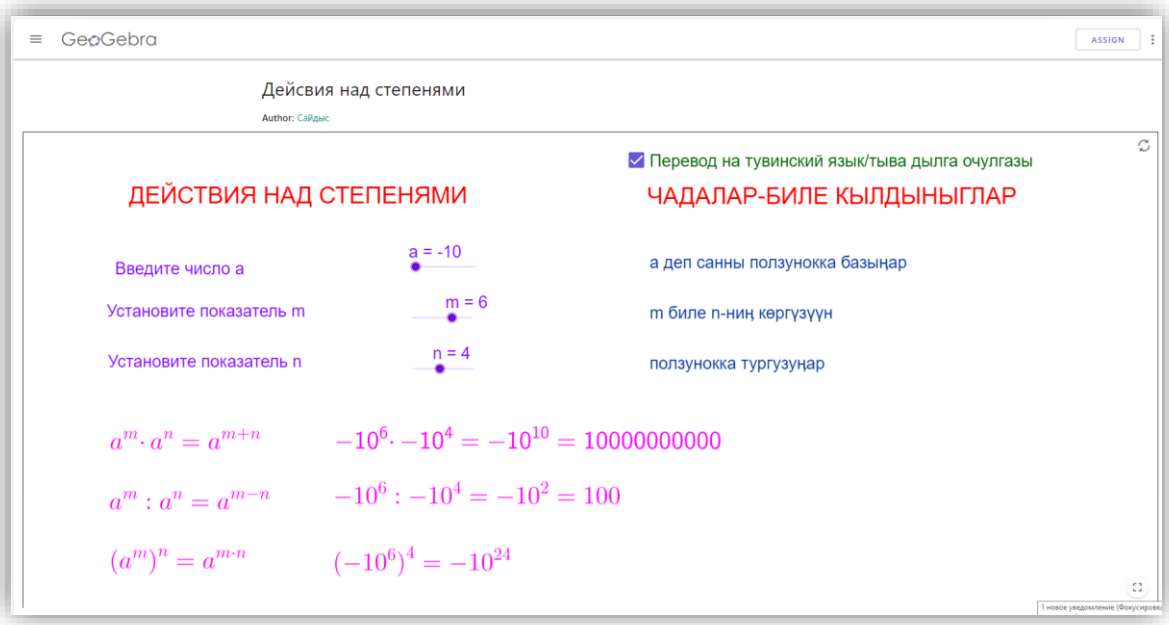


Рисунок 32 – Анимационный рисунок «Действия над степенями»

Сопровождение анимационными рисунками темы «Одночлены». Анимационный рисунок 33 можно использовать для создания одночлена с четырьмя переменными и для нахождения его значения при заданных значениях переменных.

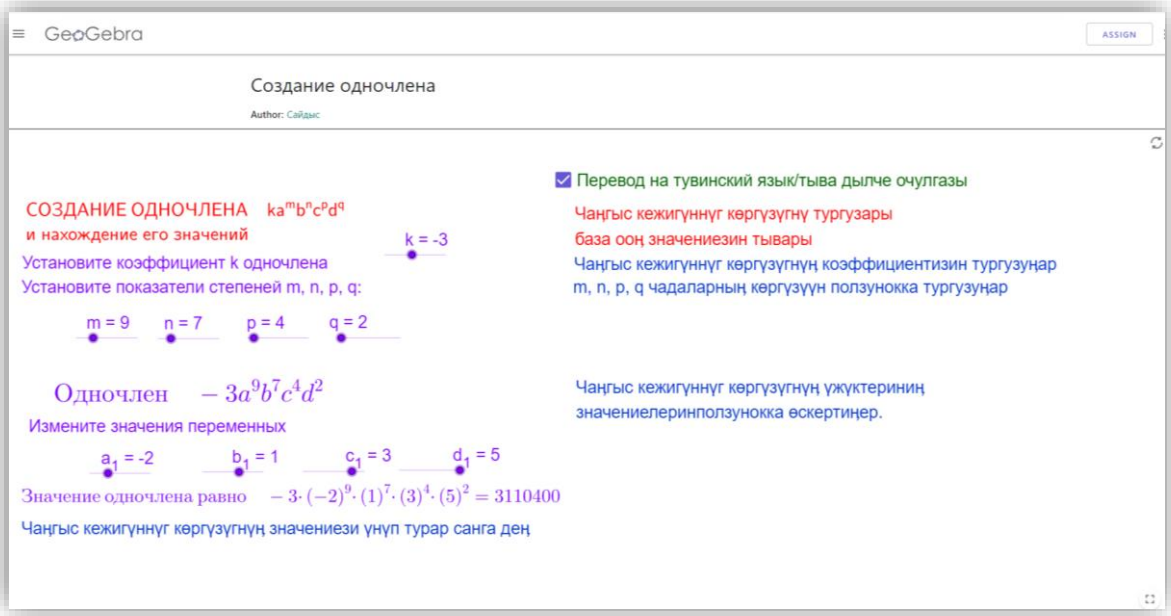


Рисунок 33 – Анимационный рисунок «Создание одночлена»

Демонстрация на уроке. Возможны различные варианты использования анимационного рисунка 34 на уроке. Например, для самостоятельной работы с анимационным рисунком ученикам можно дать следующие задания из альбома анимационных рисунков в виде практической работы № 4.

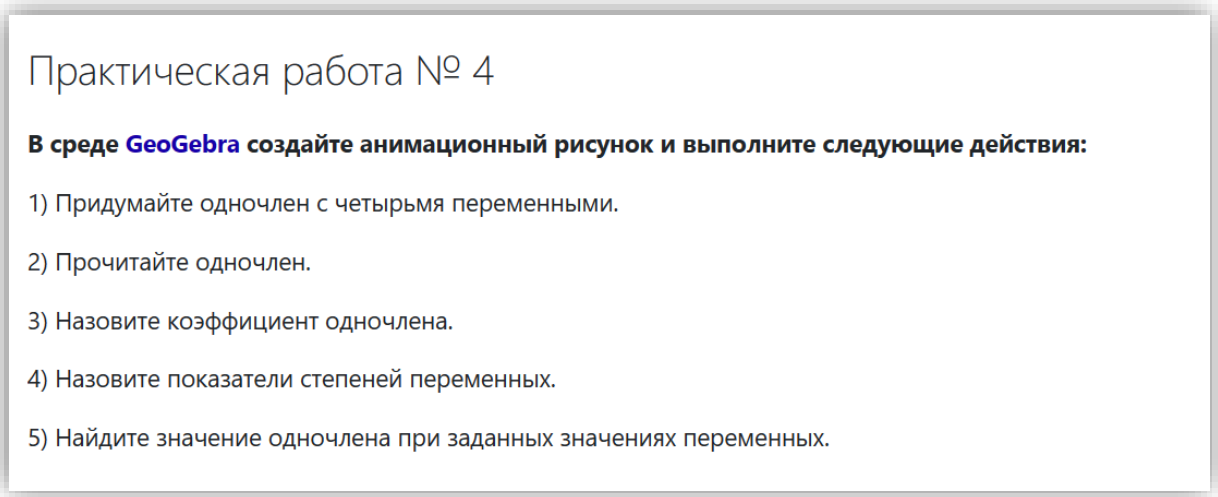


Рисунок 34 – Содержание практической работы № 4

Рисунок легко преобразуется для одночленов с меньшим числом переменных. Можно и увеличить число переменных.

Анимационный рисунок 35 позволяет создать два одночлена с четырьмя переменными и выполнить их умножение и возведение в степень.

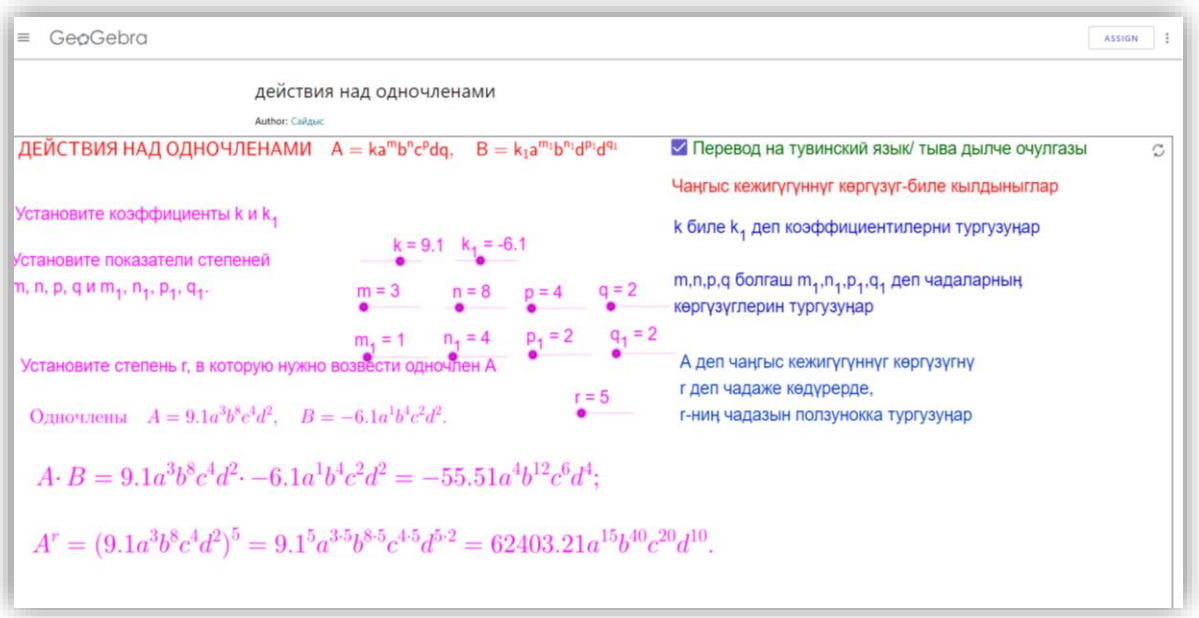


Рисунок 35 – Анимационный рисунок «Действия над одночленами»

Модуль «Многочлены». Рассмотрим подробнее содержание четвертого модуля «Многочлены», рисунок 36. Данный модуль включает в себя темы «Многочлены», «Использование системы *CAS*», «Сумма и разность многочленов» и «Умножение многочленов», представленные в виде интерактивных лекций, сопровождаемые анимационными рисунками с билингвальной поддержкой на тувинском языке, а также элементы, проверяющие знания учащихся, такие как практическая работа, тест и опрос по теме «Умножение многочленов».

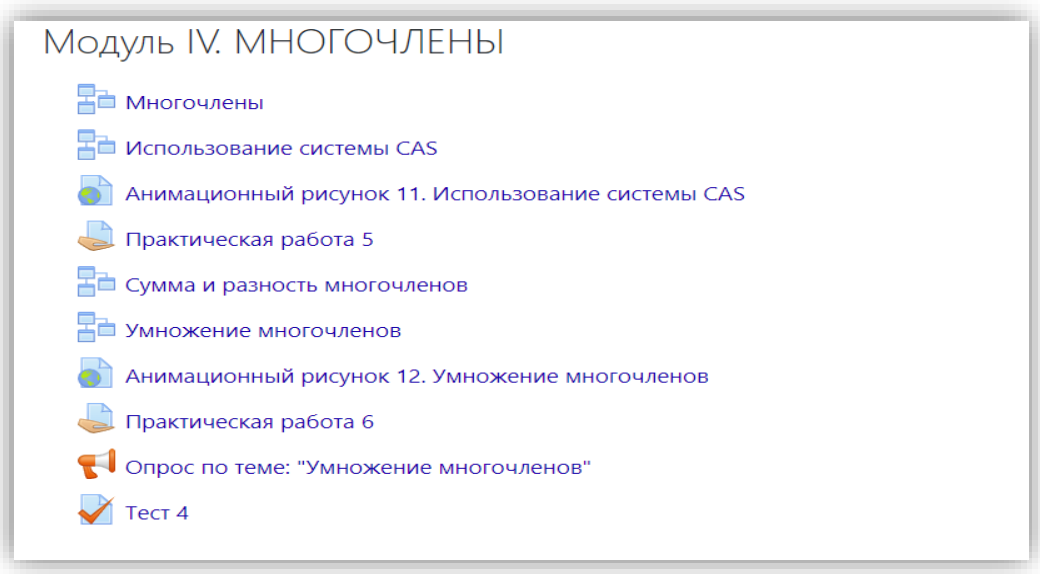


Рисунок 36 – Модуль «Многочлены»

Сопровождение анимационными рисунками темы «Многочлены». При отработке действий с одночленами и многочленами мы используем символьные вычисления в системе *CAS* программы *GeoGebra*. *CAS* – *Computer Algebra Sistem* – встроенная система компьютерной алгебры, которая обеспечивает символьные вычисления, вычисления с формулами. На рисунке 36 представлены решения примеров, аналогичных примерам из [91].

1. Вычислите значение выражения $(2m+6)*n$, при $m=-2\frac{1}{2}$, $n=3$.

2. Преобразуйте в многочлен $4(2a+1)(5a-3)-3(a+1)(a+3)$.

3. Упростите выражение $(x+6y)^2-(6y+5x)(6y-5x)+x(12y-6x)$.

4. Представьте в виде произведения $4y^3-100y^5$.

5. Представьте данный трехчлен $15ab-9a^2-6\frac{1}{4}b^2$, если это возможно, в виде квадрата двучлена или в виде выражения, противоположного квадрату двучлена.

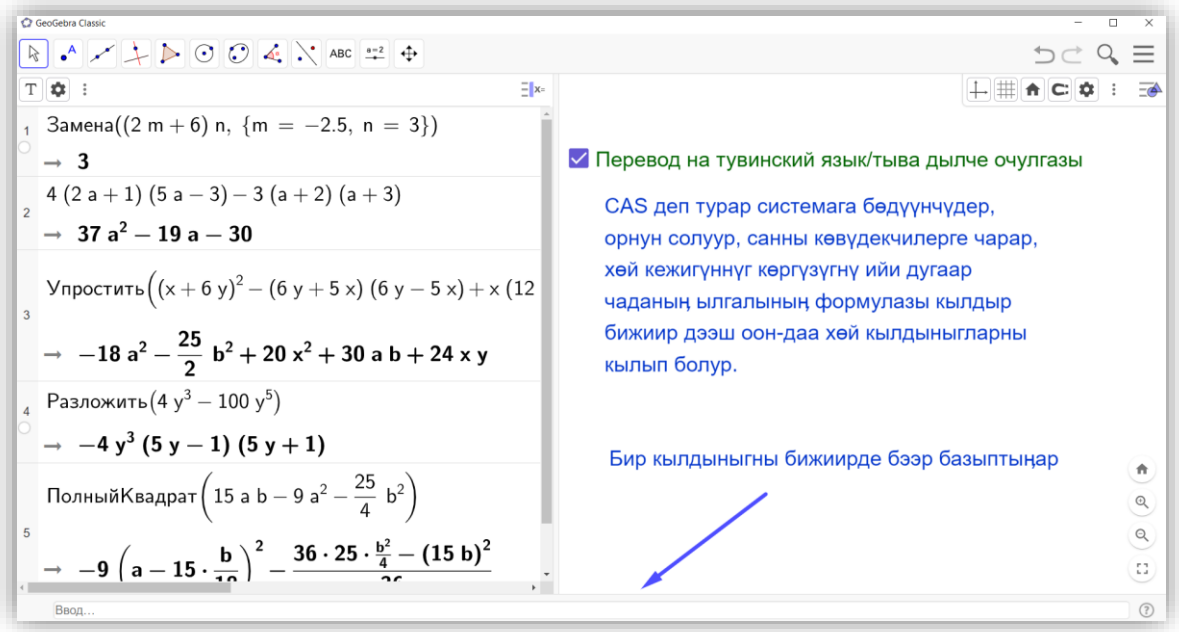


Рисунок 37 – Анимационный рисунок

«Использование системы *CAS* при преобразовании многочленов»

Система *CAS* позволяет проверить выполненные вручную вычисления учащегося, а также производить ученику самопроверку решения сложных примеров.

Некоторые примеры можно решить в строке ввода с помощью команды Упростить[f(x)]. Использование системы *CAS* стимулирует учащихся при решении примеров прийти к верному ответу и от этого процесса получать мотивацию. Например, задание 973 (а) из [91] можно составить, выполнив в *CAS* раскрытие скобок в ответе. Таким образом, отталкиваясь от ответа можно создать пример для решения.

При систематическом использовании программы *GeoGebra* не будет выглядеть одиноким упражнение 164 из [91].

Практическая работа № 5

Используя систему CAS, найдите значение многочлена:

а) $x^2 + 4{,}23$ при $x = 1{,}97$;

б) $a^4 + 2b$ при $a = 2{,}3$, $b = 138{,}9$.

Рисунок 38 – Содержание практической работы № 5

Способы решения этой практической работы № 5 в среде *GeoGebra*:

1) с помощью *CAS*, командой: Замена[<Выражение>, <СписокЗамен>];

2) введением в Строку ввода числового выражения (в случае задания б) вводим $2.3^4 + 2138.9$);

3) графически – в случае задания а).

При этом можно увеличить количество значений переменных, заменить выражение другим, придуманным учеником. Полезно дать задание придумать два многочлена и найти их сумму и произведение «вручную» с проверкой на компьютере. Можно попросить учеников изменить данные в условии задания из учебника и решить его на компьютере.

На рисунке 39 представлен пример, который демонстрирует возможности снижения вычислительных трудностей. Например, за счет изменения коэффициентов на ползунках a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 многочленов без реализации трудоемких вычислений можно оперативно получать результаты их умножения, что может быть использовано учащимися для самоконтроля и самопроверки.

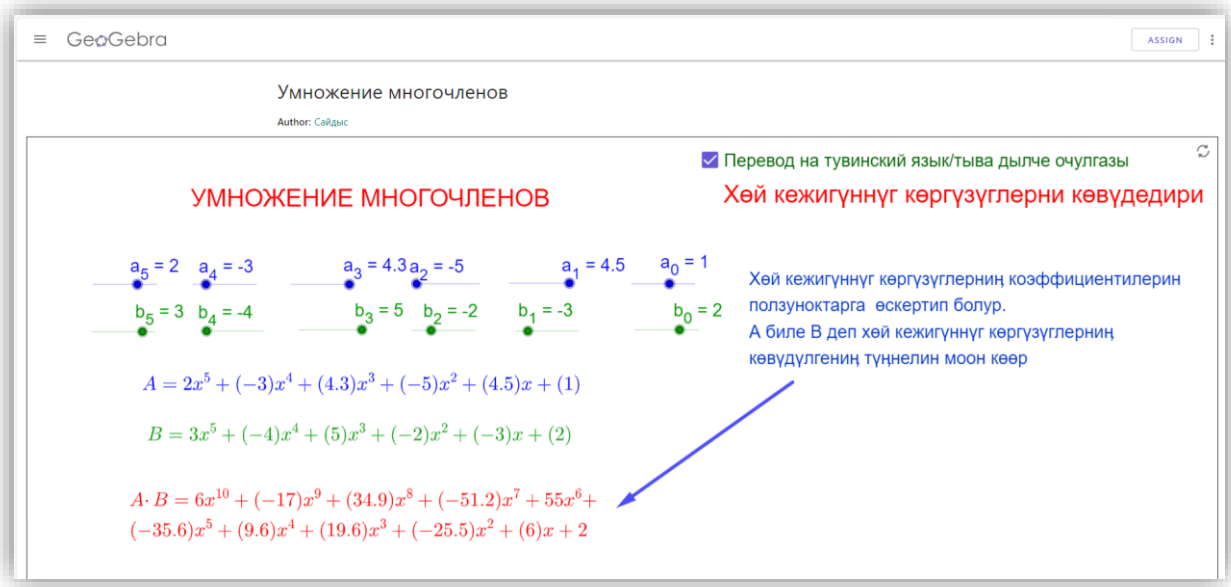
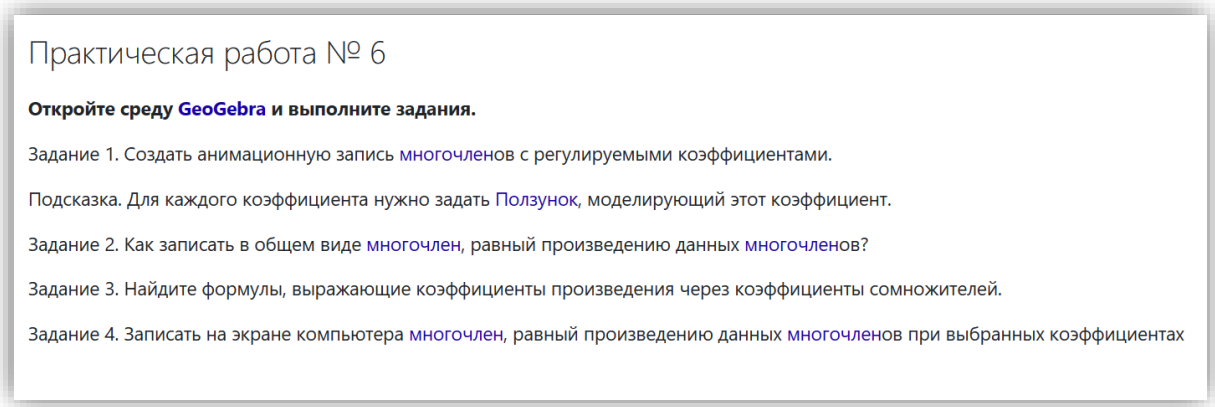


Рисунок 39 – Анимационный рисунок «Умножение многочленов»

Для повторения алгебраического материала школьникам можно дать следующие задания из альбома анимационных рисунков с билингвальной поддержкой в виде практической работы № 6.


Практическая работа № 6

Откройте среду GeoGebra и выполните задания.

Задание 1. Создать анимационную запись многочленов с регулируемыми коэффициентами.

Подсказка. Для каждого коэффициента нужно задать Ползунок, моделирующий этот коэффициент.

Задание 2. Как записать в общем виде многочлен, равный произведению данных многочленов?

Задание 3. Найдите формулы, выражающие коэффициенты произведения через коэффициенты сомножителей.

Задание 4. Записать на экране компьютера многочлен, равный произведению данных многочленов при выбранных коэффициентах

Рисунок 40 – Содержание практической работы № 6

Модуль «Формулы сокращенного умножения». Рассмотрим подробнее содержание пятого модуля «Формулы сокращенного умножения», рисунок 41. Данный модуль включает в себя тему «Геометрические модели

формул квадрата и куба суммы» в виде интерактивной лекции и сопровождается анимационными рисунками с билингвальной поддержкой на тувинском языке, а также элементы, проверяющие знания учащихся, такие как практическая работа, тест.

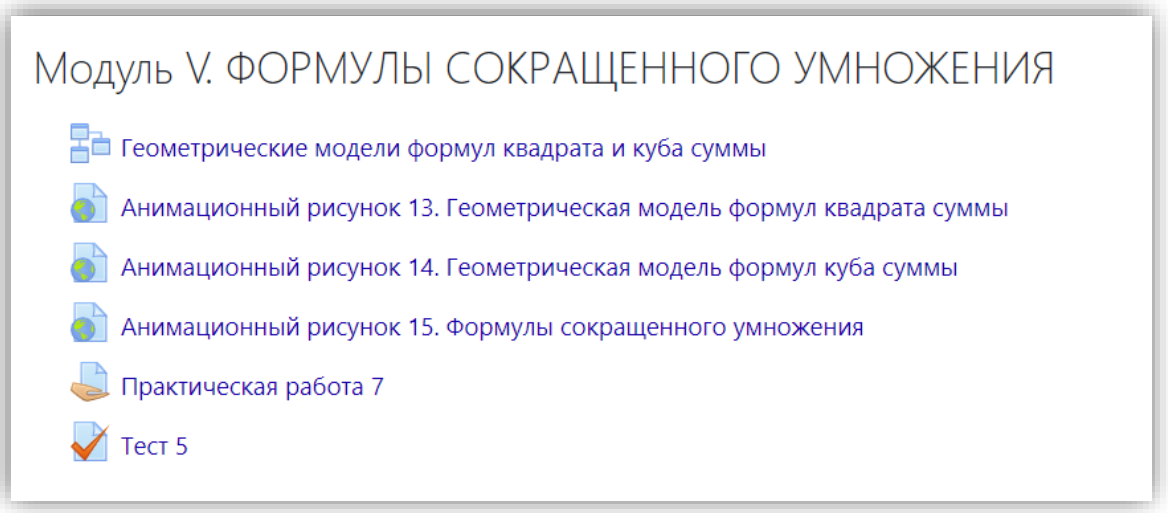


Рисунок 41 – Модуль «Формулы сокращенного умножения»

Сопровождение анимационными рисунками темы «Геометрическая модель формулы квадрата суммы». Рассмотрим анимационную модель одной из основной формулы сокращенного умножения: квадрата суммы. Построение можно просмотреть с помощью команды «Проиграть» (в списке команд, который появляются, для этого на полотне надо нажать на правую кнопку мыши).

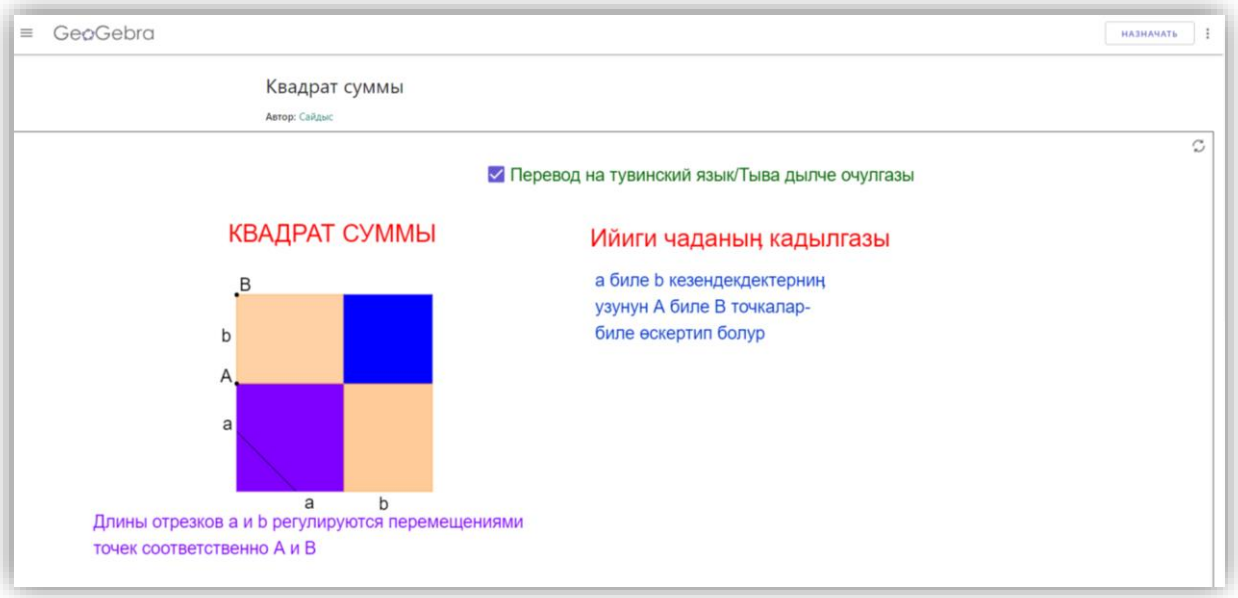


Рисунок 42 – Анимационный рисунок «Геометрическая модель квадрата суммы»

Демонстрация на уроке. Анимационный рисунок «Формулы сокращенного умножения», представленный на рисунке 43 [91] делает очевидной в буквальном смысле слова формулу квадрата суммы. Длины отрезков *a* и *b* регулируются перемещениями точек соответственно *A* и *B*.

Помимо умения вывести каждую формулу сокращенного умножения, ученик должен их выучить, как в свое время он выучил таблицу умножения. Для проверки запоминания формул сокращенного умножения и их чтения создан анимационный рисунок «Формулы сокращенного умножения». На рисунке 43 по названию формулы открывается сама формула. Таким образом, можно использовать анимационный рисунок как тренажер для самопроверки формул.

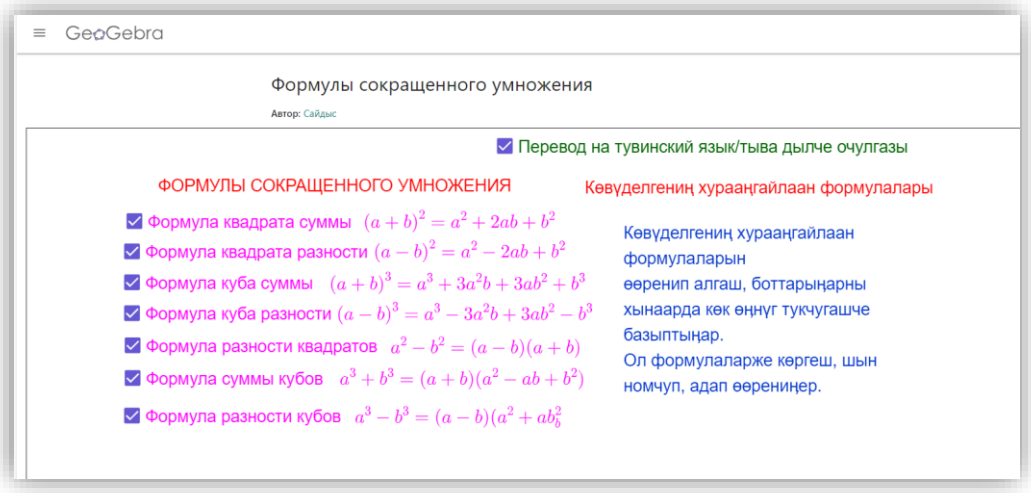


Рисунок 43 – Анимационный рисунок
«Формулы сокращенного умножения»

На анимационном рисунке использован ползунок. Изменением *n* на ползунке появляются поочередно все 7 формул сокращенного умножения. «Птичка» возле формулы позволяет скрыть/открыть текстовую надпись. Для самостоятельной работы для учеников предусмотрены следующие задания из альбома анимационных рисунков в виде практической работы № 7.

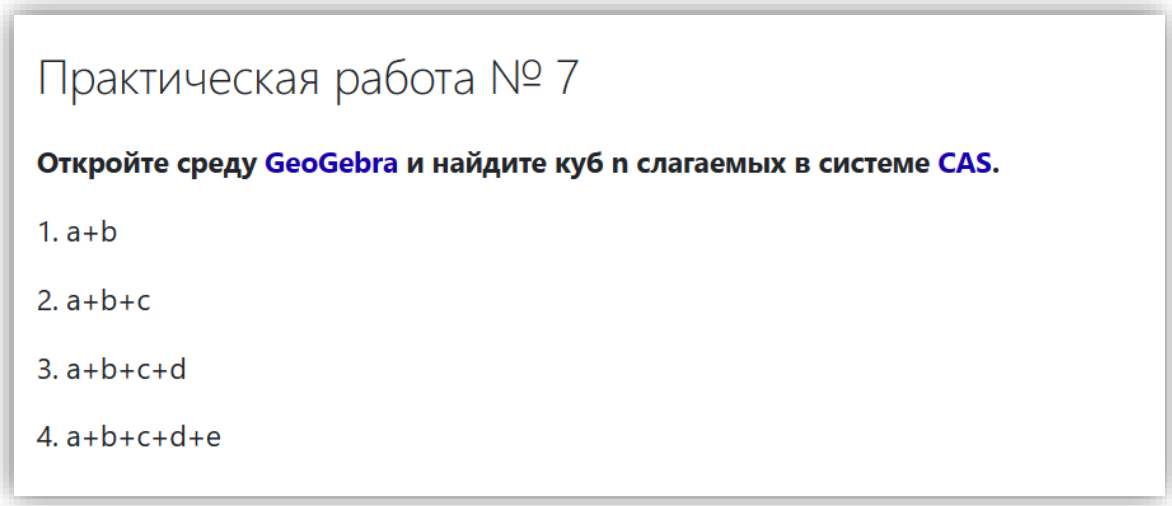


Рисунок 44 – Содержание практической работы № 7

Модуль «Системы линейных уравнений». Рассмотрим подробнее содержание пятого модуля «Формулы сокращенного умножения», рисунок 45. Данный модуль включает в себя темы в виде интерактивных лекций «Линейные уравнения с двумя переменными и их системы» и «Решение систем линейного уравнения». Рассматриваемые темы сопровождаются анимационными рисунками с билингвальной поддержкой на тувинском языке, а также данный модуль содержит элементы, проверяющие знания учащихся, такие как практическая работа и итоговый тест.

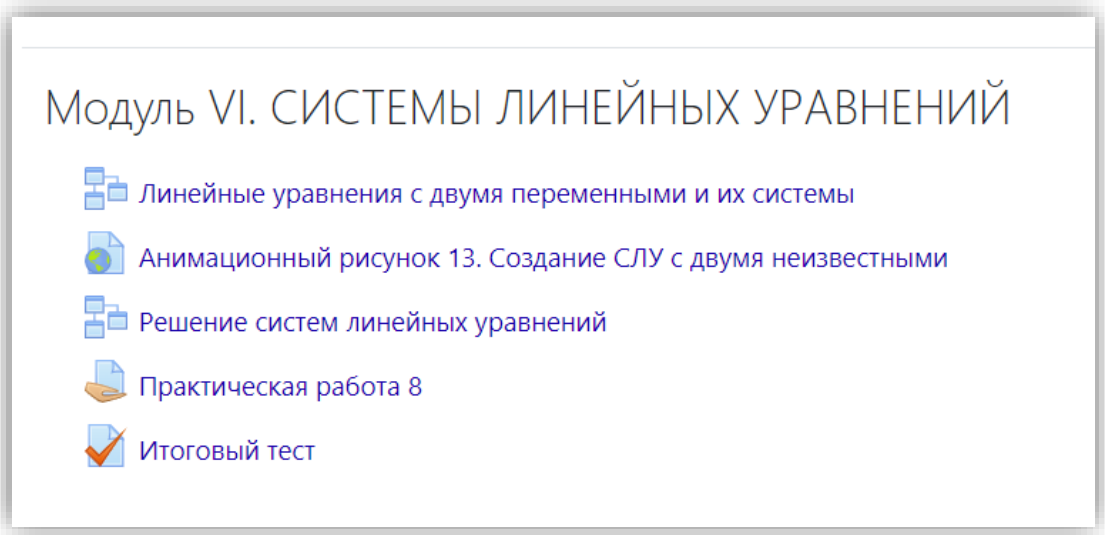


Рисунок 45 – Модуль «Системы линейных уравнений»

Сопровождение анимационными рисунками темы «Линейные уравнения с двумя переменными и их системы». Заключительной темой алгебры седьмого класса является решение систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными. В качестве анимационной поддержки этой темы наиболее эффективно выступают анимационные рисунки тренинго-тестирующего характера с использованием возможностей открыть/скрыть решение и ответ. При этом используются средства анимации «флажок», «ползунок» и «условия видимости». Таким образом, появляется возможность тиражировать однотипные задания разной сложности, например, задания по решению

систем линейных уравнений с двумя переменными методом подстановки (рисунки 46, 47, 48) при значении ползунка *n=1*.

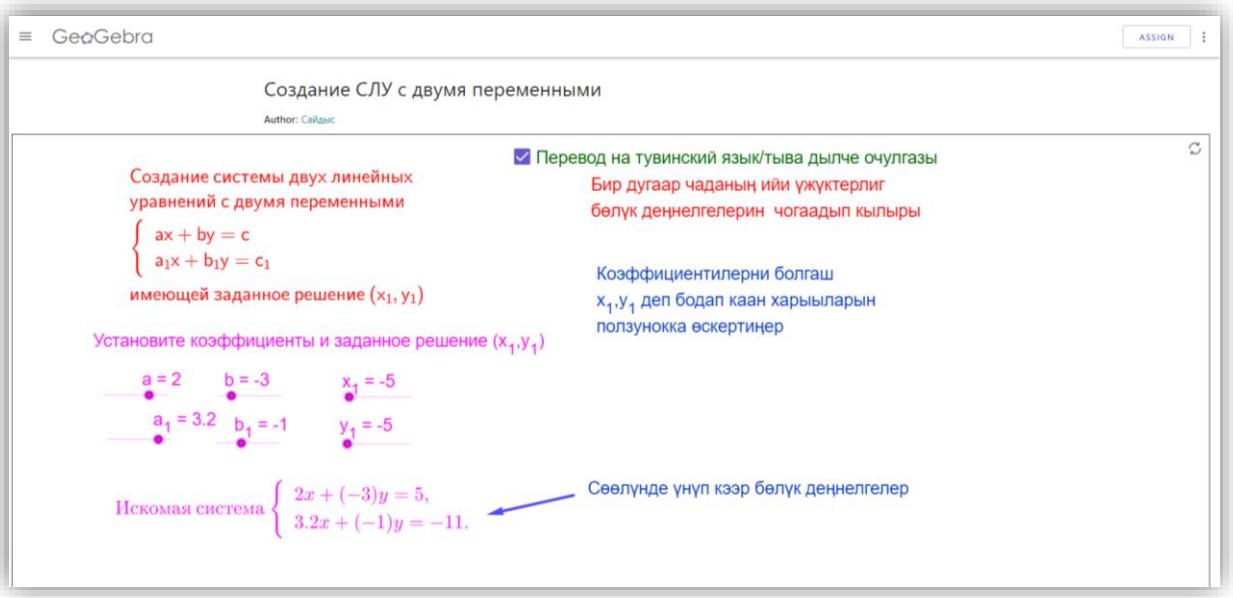


Рисунок 46 – Анимационный рисунок «Формулы сокращенного умножения»

При перемещении значения ползунка от *n=2 до n=8* на анимационном рисунке демонстрируется пошаговое решение СЛУ с двумя переменными методом постановки (рисунок 48).

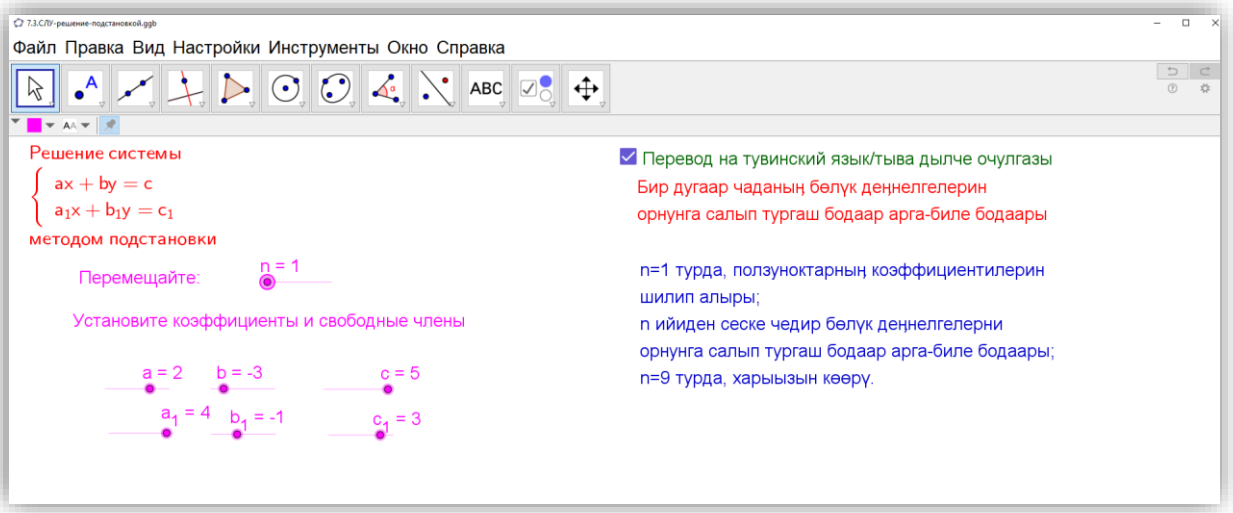


Рисунок 47 – Анимационный рисунок «Решение СЛУ с двумя переменными методом подстановки» (создание системы)

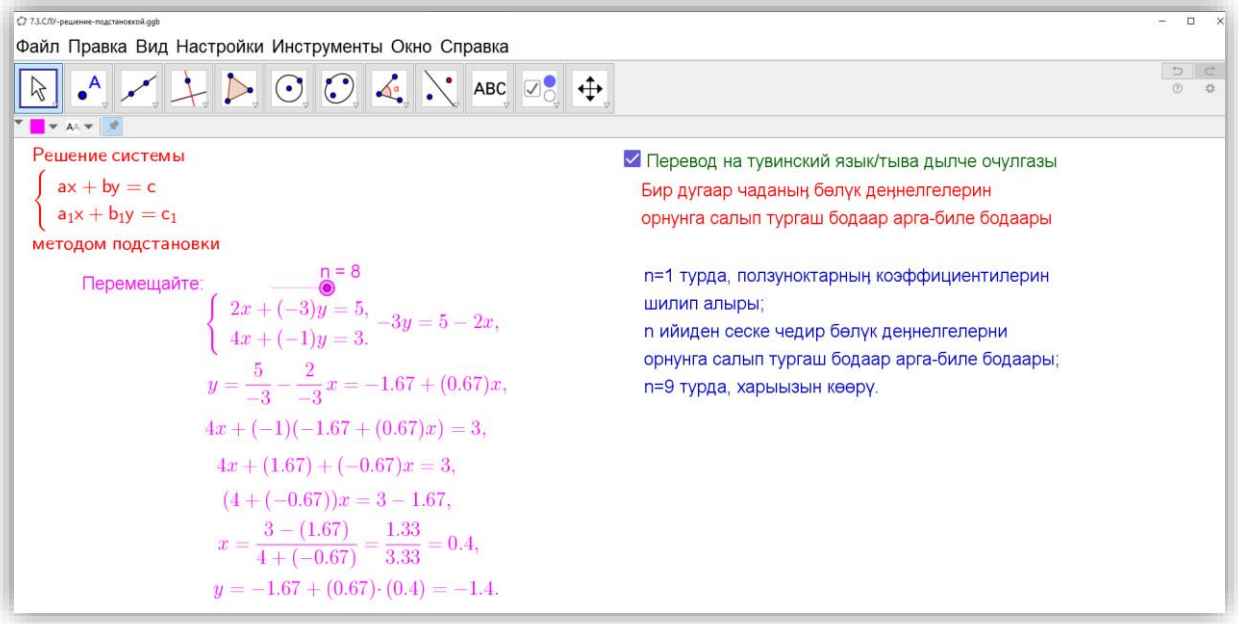


Рисунок 48 – Анимационный рисунок «Решение СЛУ с двумя переменными методом подстановки» (решение системы)

Можно просто разобрать шаги решения, а можно каждый шаг сначала записать в тетради, а потом увидеть на экране компьютера. При $n = 9$ видим ответ. Некоторые коэффициенты заключены в скобки, поскольку могут быть отрицательными.

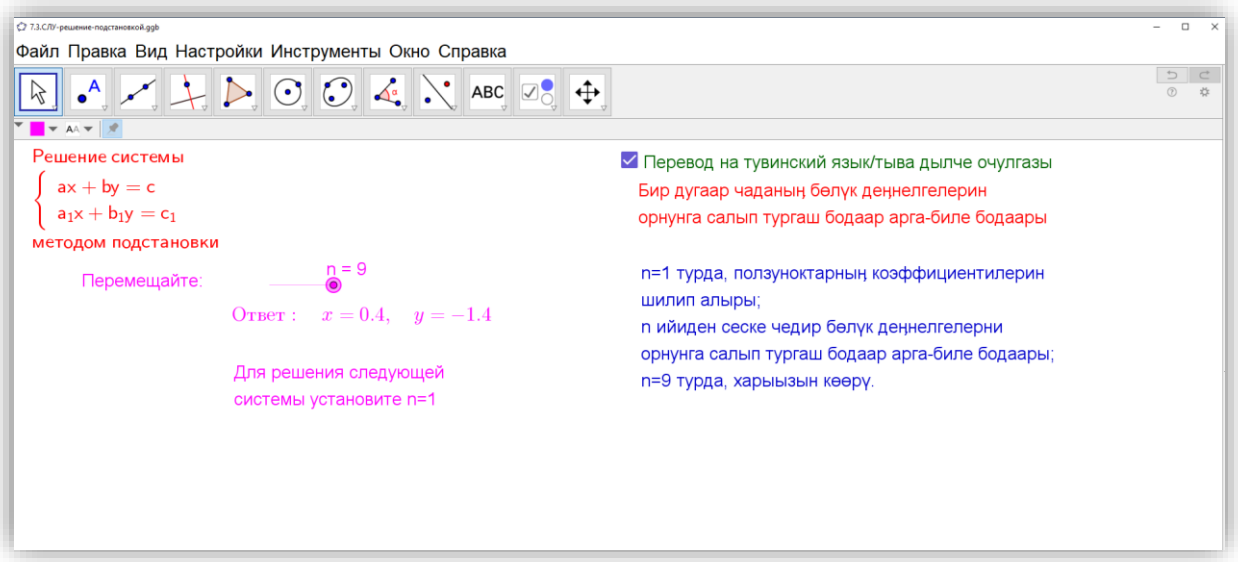


Рисунок 49 – Анимационный рисунок «Решение СЛУ с двумя переменными методом подстановки» (ответ решения системы)

2.3. Описание и результаты опытно-экспериментальной работы

Рассмотрим проведенную опытно-экспериментальную работу по реализации методики обучения алгебре учеников-билингвов 7 класса с использованием компьютерной анимации в цифровой образовательной среде.

На подготовительном этапе (2017-2018 гг.) нами проведено изучение педагогической, методической и учебной литературы, посвященной проблематике исследования, осуществлен сравнительный анализ педагогического опыта обучения алгебре в школе; проведено тематическое планирование уроков с применением альбома анимационных рисунков с билингвальной поддержкой. На этом этапе были выделены объект, предмет, цель и задачи исследования, сформулирована гипотеза; осуществлена оценка теоретической и практической разработанности темы исследования; создана методическая модель обучения алгебре учеников-билингвов седьмого класса с использованием компьютерной анимации.

На формирующем этапе (2019-2021 гг.) разработана методика обучения алгебре учеников-билингвов 7 класса с использованием компьютерной анимации на примере Республики Тыва; был спланирован, организован и проведен педагогический эксперимент; проведена обработка экспериментальных данных.

На обобщающем этапе (2021-2024 гг.) проведена опытно-экспериментальная работа по внедрению в учебный процесс методики обучения алгебре учеников-билингвов с использованием компьютерной анимации; проверялась выдвинутая гипотеза, обобщены и систематизированы результаты, сформулированы выводы.

В рамках педагогического эксперимента нами были проведены:

– анкетирование учителей образовательных учреждений г. Кызыла и Республики Тыва, работающих в седьмых классах;

– анкетирование учащихся об использовании альбома анимационных рисунков;

– входной и итоговый контроль учащихся по темам «Сложение и вычитание многочленов», «Умножение одночлена на многочлен. Умножение многочлена на многочлен» и «Разложение многочлена на множители».

Анкетирование 105 учителей математики г. Кызыла и других районов Республики Тыва, работающих в 7 классах показало понимание учителями значимости и актуальности применения компьютерной анимации в процессе обучения алгебре семиклассников и продемонстрировало некоторое применение средств динамических математических сред в учебном процессе, но при этом выявило и дефициты, например, показало несистематичность их использования, подтвердило наличие языковых проблем, с которыми сталкиваются учителя в своей работе с учащимися 7 класса. Разработанная анкета для учителей математики представлена в Приложении В.

Анкетирование показало, что:

1) 80 % опрошенных учителей работают по УМК А.Г. Мерзляка и др., 13,3% по УМК А.Г. Мордковича, а по УМК Ю.Н. Макарычева и др. – 6,7%;

2) 86,7 % учителей понимают значимость и используют цифровые способы и приемы визуализации учебного материала при проведении урока;

3) 69,5 % учителей не устраивают существующие способы визуализации, которые они используют на уроках;

4) 88,6 % знают, что такое компьютерная анимация;

5) 27,6 % учителей часто используют математические пакеты на уроках, 52,4 % – иногда, 20 % – не пользуются, при этом не было выявлено учителей, которые систематические использует математические пакеты;

6) среди тех, кто использует в своей педагогической практике математические пакеты, Живой Математикой пользуются 26,2 %, средой *GeoGebra* – 29,8 %, Математическим конструктором – 17,9 %, другими пакетами – 26,2 %;

7) с проблемами, связанными с недостаточным знанием русского языка при работе с учениками сталкиваются 61,9 %;

8) все учителя отметили важность применения компьютерной анимации на уроках алгебры: 10 баллов поставили 53,3 %, 9 баллов – 19 %, 8 баллов – 7,6 %, 7 баллов – 13,4 %, 6 баллов – 6,7 %;

9) потребность в наличии методики обучения алгебре 7 класса с применением компьютерной анимации возникает у 92,4 % учителей.

Анализ результатов анкетирования учителей позволил подтвердить важность проводимого исследования и практическую значимость разработки и внедрения в учебный процесс методики обучения алгебре учащихся-билингвов 7 класса с применением компьютерной анимации.

Базой проведения педагогического эксперимента выступило Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение «Гимназия № 5 города Кызыла Республики Тыва». Акт о внедрении в учебный процесс результатов диссертационной работы представлен в Приложении Е.

В эксперименте приняли участие 100 обучающихся седьмого класса. Для внедрения методики обучения алгебре учеников-билингвов с использованием компьютерной анимации были выделены контрольная группа (КГ) и экспериментальная группа (ЭГ) обучающихся в количестве 50 человек каждая. Группы были сформированы на базе разных классов и сформированы согласно В.И. Загвязинскому по принципу «уравнивания субъективного фактора».

Для внедрения методики обучения алгебре учеников-билингвов с использованием компьютерной анимации проводились уроки по темам «Сумма и разность многочленов», «Произведение одночлена на многочлен», «Произведение многочленов» в течение 18 часов в экспериментальном классе. Уроки в ЭГ проводились с применением альбома анимационных рисунков, содержащего анимационные рисунки в среде *GeoGebra* с сопровождением на тувинском языке. А занятия в КГ по этим же темам

проводились в традиционной форме без использования альбома анимационных рисунков с билингвальной поддержкой. Обучение в КГ и ЭГ осуществлялось на основе учебно-методического комплекса по алгебре «Алгебра. 7 класс. Учебник – Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. и др.» [91].

В процессе педагогического эксперимента для проверки знаний был проведен входной контроль для учащихся ЭГ и КГ по темам: «Сложение и вычитание многочленов», «Умножение одночлена на многочлен. Умножение многочлена на многочлен» и «Разложение многочлена на множители». Для проверки знаний учащихся было выделено три направления:

1. Умение выполнять сложение и вычитание многочленов.
2. Умение выполнять умножение многочленов, а также умножение одночлена на многочлен.
3. Умение выполнять разложение многочлена на множители.

По этим же направлениям в конце изучения тем был проведен итоговый контроль при помощи разработанного тестирования. В тестирование были включены 12 тестовых заданий по указанным направлениям. Тест состоит из двух частей, первая включает 10 заданий средней сложности, а вторая два задания повышенной сложности. Максимальное число возможных баллов по первой части – 10 баллов, по второй части – 5 баллов. При формировании тестовых вопросов (по уровню сложности), они подбирались таким образом, чтобы не допустить повышенных эффектов и обеспечить близость распределения испытуемых по количеству набранных баллов к нормальному распределению. Задания диагностического тестирования представлены в Приложении Г. Тестирование проводилось в экспериментальной и контрольной группах.

Оценка результативности предложенной методики обучения алгебре учеников-билингвов 7 класса с использованием компьютерной анимации производилась с применением критериев Стьюдента, Левене, коэффициента асимметрии и показателя эксцесса. Используемые критерии и коэффициенты

мы применили, проверив условия их применимости: исследовав данные на нормальное распределение и на однородность.

Проверка гипотезы о нормальном эмпирическом распределении проводилась с использованием критериальных подходов Н.А. Плохинского [108] и Е.И. Пустыльника [111]. Чтобы вычислить искажения эмпирического распределения, нужно вычислить коэффициент асимметрии (А), показатель эксцесса (Е). Критерий Н.А. Плохинского [08] позволяет классифицировать эмпирическое распределение как нормальное в соответствии с формулами (1) и (2):

$$q_A = \frac{|A|}{\triangle_A} < 3, \text{где } \triangle_A = \sqrt{\frac{6}{n}} \quad (1)$$

$$q_E = \frac{|E|}{\triangle_E} < 3, \text{где } \triangle_E = 2 \cdot \sqrt{\frac{6}{n}} \quad (2)$$

Согласно критерию Е.И. Пустыльника [111] для выборки объемом n, по формулам (3) и (4) вычисляются критические значения $А_{кр}$ и $Е_{кр}$ соответственно и сравниваются с экспериментальными.

$$A_{кр} = 3 \cdot \sqrt{\frac{6 \cdot (n-1)}{(n+1) \cdot (n+3)}} \quad (3)$$

$$E_{кр} = 5 \cdot \sqrt{\frac{24 \cdot n \cdot (n-2) \cdot (n-3)}{(n+1)^2 \cdot (n+3) \cdot (n+5)}} \quad (4)$$

Произведенные расчеты коэффициентов асимметрии и показателя эксцесса представлены в таблице 2 для ЭГ и КГ в рамках входного и итогового контроля по алгебре. Согласно данным, представленным в таблице 2, так как $|A_{эксп}| < A_{кр}$ и $|E_{эксп}| < E_{кр}$ то распределение отнесено к нормальному. Условие выполняется для экспериментальной и контрольной групп в рамках входного и итогового контролей.

Таблица 2

Результаты проверки гипотезы о нормальном распределении

Группа	Контроль	$A_{эксп}$	$E_{эксп}$	q_A	q_E	$A_{кр}$	$E_{кр}$
ЭГ ($n_1 = 50$)	Входной	0,176	-0,051	0,509	0,074	0,989	2,988
	Итоговый	-0,331	-0,957	0,955	1,382		
КГ ($n_2 = 50$)	Входной	0,055	-0,601	0,159	0,868		
	Итоговый	-0,218	-0,11	0,63	0,159		

Проверку на однородность дисперсий мы провели с применением критерия Левене [171]. В качестве нулевой гипотезы H_0: проверялось «отсутствие различий между ЭГ и КГ независимо от применяемого в обучении алгебре подхода». Результаты проверки представлены в таблице 3 и демонстрируют, что *p*-значение в рамках входного и итогового контроля существенно превосходят α – уровень значимости.

Таблица 3

Результаты проверки однородности дисперсий

Контроль	*F*	*p*-значение	α – уровень значимости
Входной	1,192	0,278	0,05
Итоговый	0,06	0,938	

Так как данные проведенного педагогического эксперимента удовлетворяют условиям нормальности и однородности для оценки результативности разработанной методики мы применили метод статистической проверки гипотез *t*-критерий Стьюдента.

Для проверки знаний до эксперимента был проведен входной и итоговый контроль для учащихся экспериментальной (ЭГ) и контрольной (КГ) групп и сравнение полученных результатов с применением t-критерия

Стьюдента. Работы учащихся оценивались по пятибалльной шкале. Нулевая гипотеза, которая проверялась, заключалась в том, что ЭГ и КГ не различаются по образовательным результатам независимо от применяемого в обучении алгебре подхода, то есть медианные значения полученных оценок совершенно случайны. Экспериментальная гипотеза состояла в том, что учащиеся-билингвы ЭГ имеют более высокие образовательные результаты, то есть различия между результатами групп статистически значимы. Статистическая обработка результатов педагогического эксперимента проводилась с помощью *MS Excel*. Сопоставление КГ и ЭГ производилось путём сравнения средних баллов, набранных испытуемыми, где: $\overline{x_{эг}}$– средний балл по ЭГ, $\overline{x_{кг}}$– средний балл по КГ.

Результаты ЭГ и КГ на входном и итоговом контроле по направлениям исследования представлены в Таблице 4.

Таблица 4

Результаты применения t -критерия Стьюдента
по направлениям исследования

Наименование характеристики	**Входной контроль**		**Итоговый контроль**	
	КГ	**ЭГ**	**КГ**	**ЭГ**
$t_{кр}$	2,01			
Уровень значимости α	0,05			
Направление исследования: *«Умение выполнять сложение и вычитание многочленов»*				
Средние значения $x_{эг}$, $x_{кг}$	3,38	3,62	3,9	4,42
Дисперсии $S^2_{эг}$, $S^2_{кг}$	0,89	0,69	0,62	0,37
Стандартное отклонение $S_{\overline{x_{эг}}-\overline{x_{кг}}}$	0,18		0,14	
$t_{эмп}$	1,9		3,7	
Вывод	H_0 принимается		H_0 отклоняется	

Наименование характеристики	**Входной контроль**		**Итоговый контроль**	
	КГ	**ЭГ**	**КГ**	**ЭГ**
Интерпетация	Статистически значимых различий между ЭГ и КГ нет $\left(t_{эмп} < t_{кр}\right)$		ЭГ и КГ статистически значимо различаются $\left(t_{эмп} > t_{кр}\right)$	
Направление исследования: *«Умение выполнять умножение одночлена на многочлен и многочленов»*				
Средние значения $x_{эг}$, $x_{кг}$	2,98	3,14	3,82	4,32
Дисперсии $S^2_{эг}$, $S^2_{кг}$	0,39	0,69	0,52	0,47
Стандартное отклонение $S_{\overline{x_{эг}}-\overline{x_{кг}}}$	0,15		0,14	
$t_{эмп}$	1,1		3,6	
Вывод	H_0 принимается		H_0 отклоняется	
Интерпетация	Статистически значимых различий между ЭГ и КГ нет $\left(t_{эмп} < t_{кр}\right)$		ЭГ и КГ статистически значимо различаются $\left(t_{эмп} > t_{кр}\right)$	
Направление исследования: *«Умение выполнять разложение многочлена на множители»*				
Средние значения $x_{эг}$, $x_{кг}$	2,72	2,92	3,54	3,94
Дисперсии $S^2_{эг}$, $S^2_{кг}$	0,66	0,56	0,5	0,48
Стандартное отклонение $S_{\overline{x_{эг}}-\overline{x_{кг}}}$	0,16		0,14	
$t_{эмп}$	1,5		2,9	
Вывод	H_0 принимается		H_0 отклоняется	

Наименование характеристики	Входной контроль		Итоговый контроль	
	КГ	ЭГ	КГ	ЭГ
Интерпетация	Статистически значимых различий между ЭГ и КГ нет $\left(t_{эмп} < t_{кр}\right)$		ЭГ и КГ статистически значимо различаются $\left(t_{эмп} > t_{кр}\right)$	

В рамках входного и итогового контроля нами были выделены следующие направления исследования: умение выполнять сложение и вычитание многочленов, умение выполнять умножение одночлена на многочлен и многочленов и умение выполнять разложение многочлена на множители. Во время входного контроля по всем направлениям исследований статистически значимых различий в группах не было. Во время итогового контроля по всем направлениям исследования получено, что значения $t_{эмп}$ больше $t_{кр}$ на уровне значимости $p < 0,05$, следовательно, справедлива статистическая гипотеза, что сравниваемые группы значимо отличаются между собой.

На рисунках 50 и 51 представлены сравнительные результаты входного и итогового контроля, проведенного в рамках педагогического эксперимента. Из анализа гистограмм (рисунки 50, 51) и данных таблицы 4 видно, что наиболее существенная разница в результатах наблюдается по направлениям тестирования: выполнять умножение одночлена на многочлен, умножение многочленов, а также умения выполнять разложение многочлена на множители.

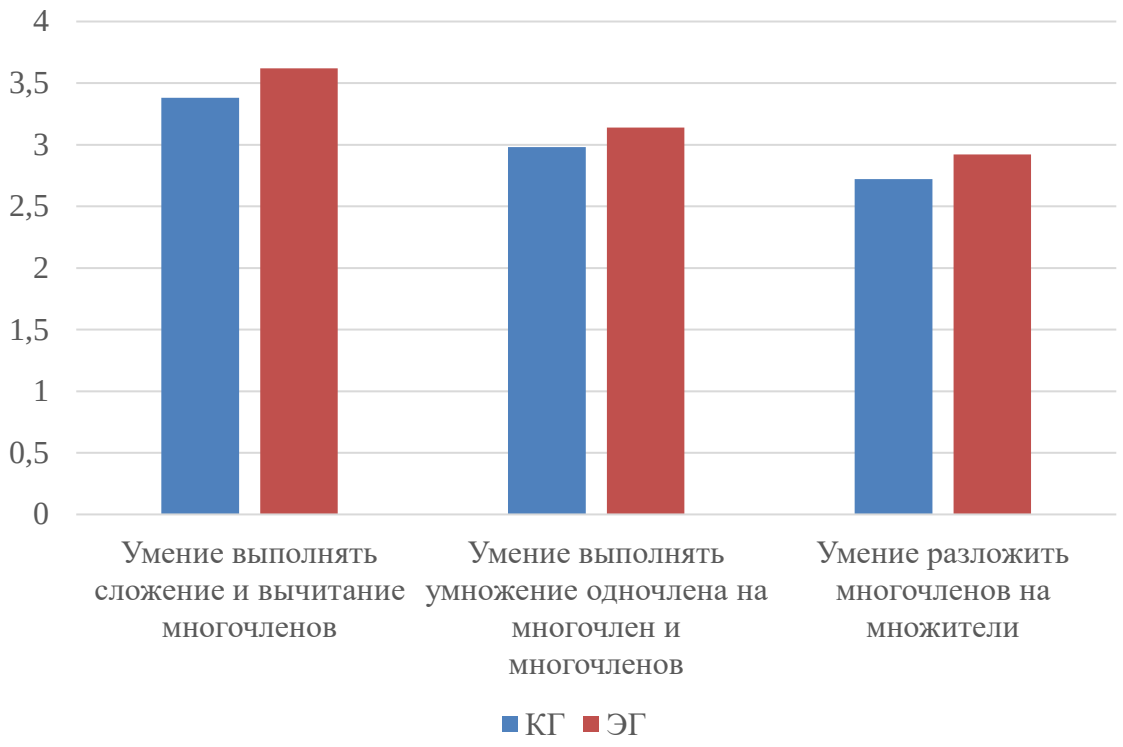


Рисунок 50 – Сравнительные результаты входного контроля учащихся контрольной и экспериментальной групп

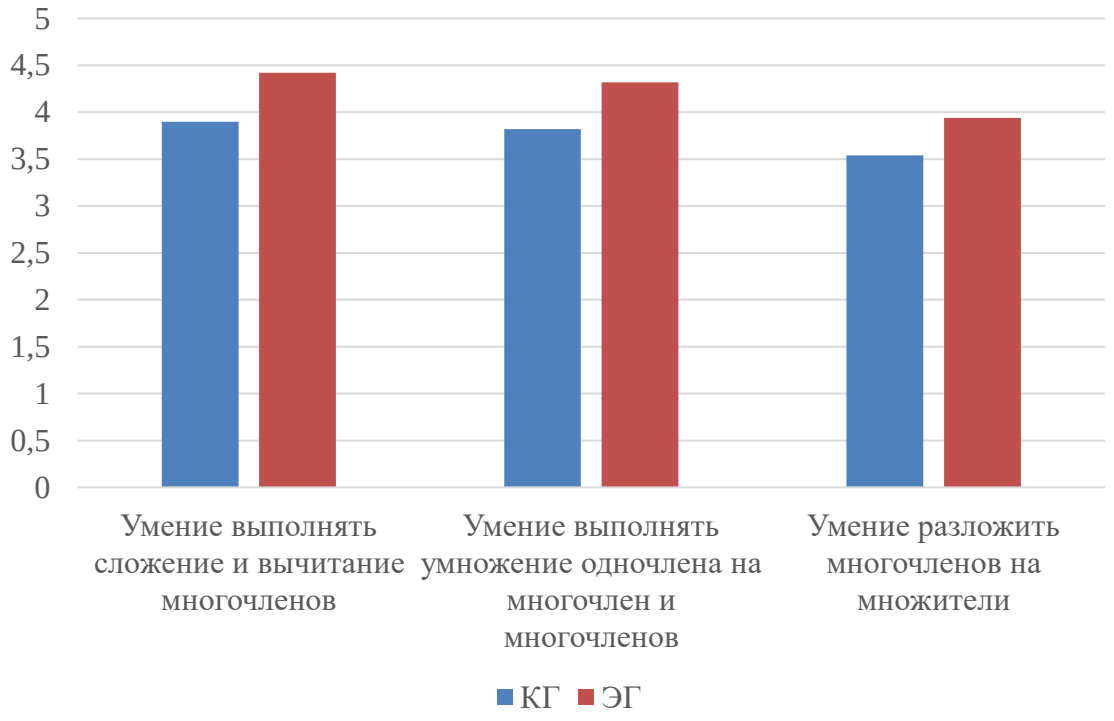


Рисунок 51 – Сравнительные результаты итогового контроля учащихся контрольной и экспериментальной групп

Результаты достижения планируемых результатов обучения по направлениям исследований «Умение выполнять сложение и вычитание многочленов», «Умение выполнять умножение одночлена на многочлен и многочленов», «Умение выполнять разложение многочлена на множители» и уровням представлены в таблице 5.

Таблица 5

Результаты обучения по направлениям исследований

Уровни	ЭГ, %				КГ, %			
	низкий	базовый	повышенный	высокий	низкий	базовый	повышенный	высокий
Направление исследования: *«Умение выполнять сложение и вычитание многочленов»*								
Входной контроль	12	24	54	10	22	28	40	10
Итоговый контроль	0	6	46	48	6	18	56	20
Направление исследования: *«Умение выполнять умножение одночлена на многочлен и многочленов»*								
Входной контроль	22	48	24	6	20	62	18	0
Итоговый контроль	0	12	44	44	2	30	52	16
Направление исследования: *«Умение выполнять разложение многочлена на множители»*								
Входной контроль	28	56	18	4	36	56	12	0
Итоговый контроль	0	28	50	22	4	46	42	8

Критерии оценивания и отнесения результатов учащихся к уровням достижения планируемых результатов представлены: высокий (оценка «5»), повышенный (оценка «4»), базовый (оценка «3») и низкий (оценка «2») представлены в Приложение Д.

Интегрируем информацию, описанную в таблице 5, и представим динамику уровней достижения результатов обучения по направлениям исследования, рис. 52, 53 и 54.

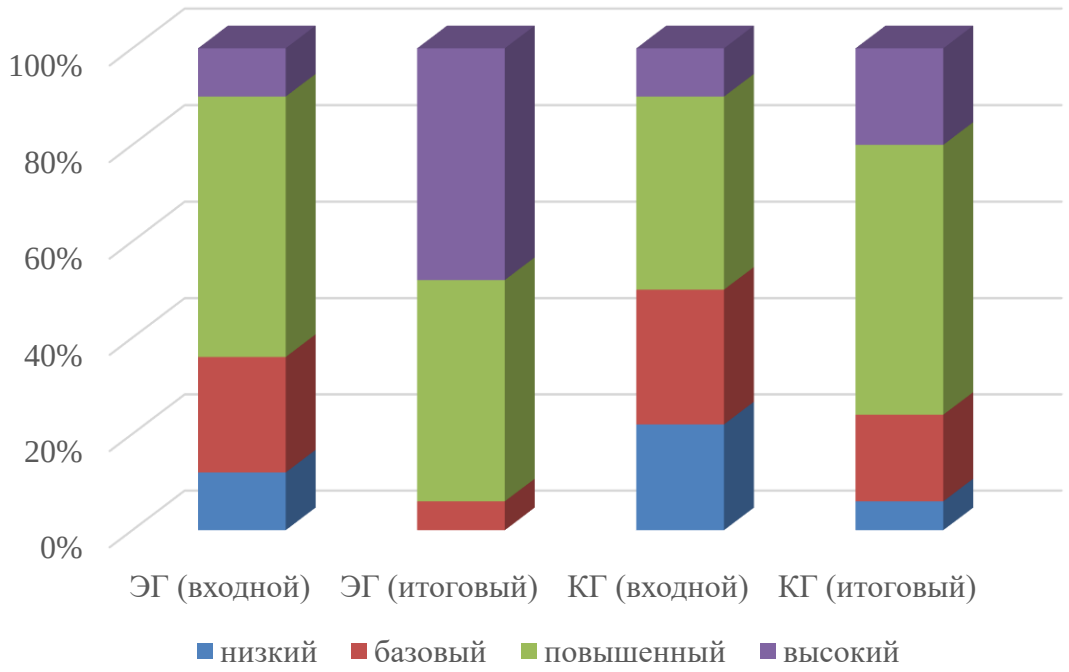


Рисунок 52 – Динамика уровней достижения результатов обучения по направлению «Умение выполнять сложение и вычитание многочленов»

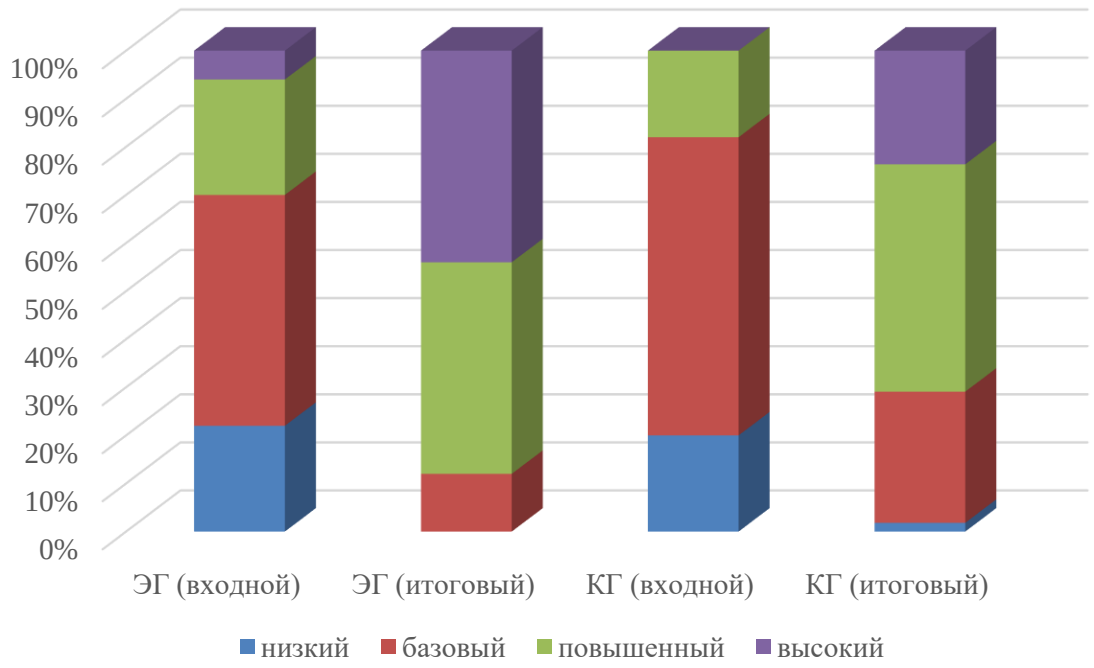


Рисунок 53 – Динамика уровней достижения результатов обучения по направлению «Умение выполнять умножение одночлена на многочлен и многочленов»

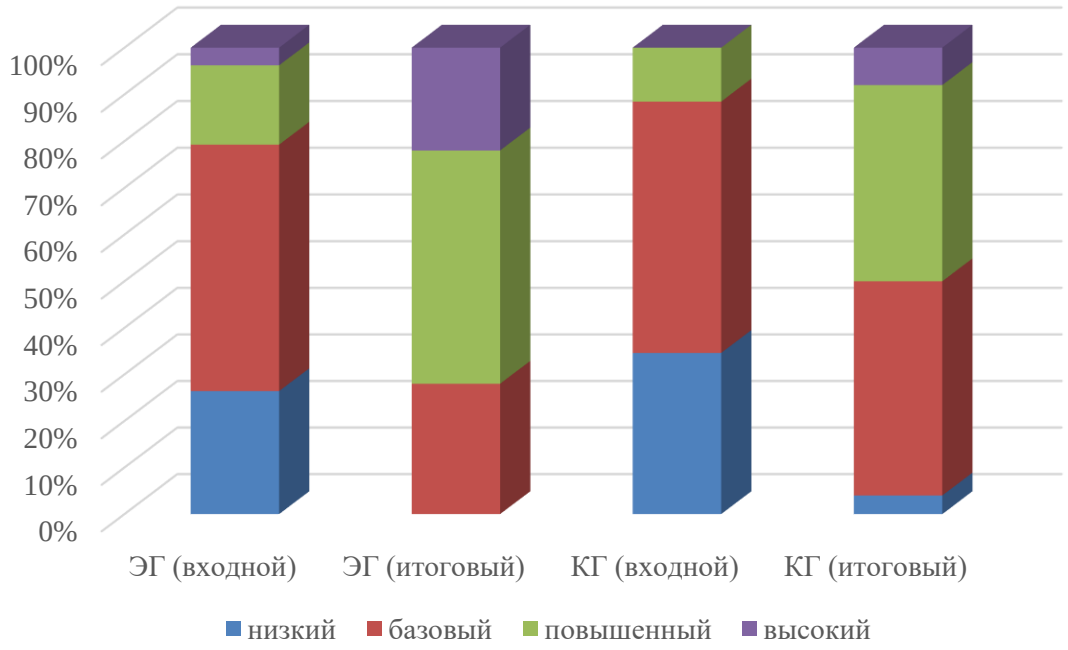


Рисунок 54 – Динамика уровней достижения результатов обучения по направлению «Умение выполнять разложение многочлена на множители»

По результатам проведенного анализа полученных гистограмм можно сделать вывод, что наблюдается существенный прирост результатов обучения в экспериментальной группе по сравнению с контрольной по следующим направлениям:

1) умение выполнять сложение и вычитание многочленов (число учащихся с низким уровнем достижения результатов обучения в КГ уменьшилось на 18%, а в ЭГ – на 12%, число учащихся с базовым уровнем достижения результатов обучения в КГ уменьшилось на 10%, а в ЭГ – на 18%, число учащихся достижения результатов обучения в КГ увеличилось на 16%, а в ЭГ – на 8%, число учащихся с высоким уровнем достижения результатов обучения увеличилось в КГ на 10%, а в ЭГ – на 38%), что свидетельствует о том, что наблюдается существенное уменьшение количества учащихся с низким уровнем достижения результатов обучения в КГ, с низким и базовым уровнем у обучающихся ЭГ, наряду с существенным приростом учащихся с повышенным и высоким уровнем в КГ и с высоким уровнем в ЭГ;

2) умение выполнять умножение одночлена на многочлен и многочленов (число учащихся с низким уровнем достижения результатов обучения в КГ уменьшилось на 18%, а в ЭГ – на 22%, число учащихся с базовым уровнем достижения результатов обучения в КГ уменьшилось на 32%, а в ЭГ – на 36%, число учащихся с повышенным уровнем достижения результатов обучения в КГ увеличилось на 34%, а в ЭГ – на 20%, число учащихся с высоким уровнем достижения результатов обучения в КГ увеличилось на 16%, а в ЭГ – на 38%), что свидетельствует о том, что наблюдается существенное уменьшение количества учащихся с низким и базовым уровнем достижения результатов обучения в ЭГ, наряду с существенным приростом учащихся с повышенным уровнем в КГ и с высоким и повышенным уровнем в ЭГ;

3) умение выполнять разложение многочлена на множители (число учащихся с низким уровнем достижения результатов обучения в КГ уменьшилось на 32%, а в ЭГ – на 28%, число учащихся с базовым уровнем достижения результатов обучения в КГ уменьшилось на 10%, а в ЭГ – на 28%, число учащихся с повышенным уровнем достижения результатов обучения в КГ увеличилось на 30%, а в ЭГ – на 32%, число учащихся с высоким уровнем достижения результатов обучения в КГ увеличилось на 8%, а в ЭГ – на 18%), что свидетельствует о том, что наблюдается существенное уменьшение количества учащихся с низким уровнем достижения результатов обучения в КГ, низким и базовым уровнем в КГ, наряду с существенным приростом учащихся с повышенным уровнем в КГ и с высоким и повышенным уровнем в ЭГ;

Также оценку результативности методики мы провели в целом по результатам обучения алгебре. В таблице 6 представлены результаты входного и итогового контроля по алгебре обучающихся 7 классов.

Таблица 6

Результаты входного и итогового контроля по алгебре обучающихся 7 классов

Уровни	ЭГ, %				КГ, %			
	низкий	базовый	повышенный	высокий	низкий	базовый	повышенный	Высокий
Входной контроль	22	48	24	6	26	56	18	0
Итоговый контроль	0	12	44	44	4	28	56	16

Динамика изменения результатов входного и итогового контроля в виде гистограммы на основе данных таблицы 6 представлена на рисунке 54.

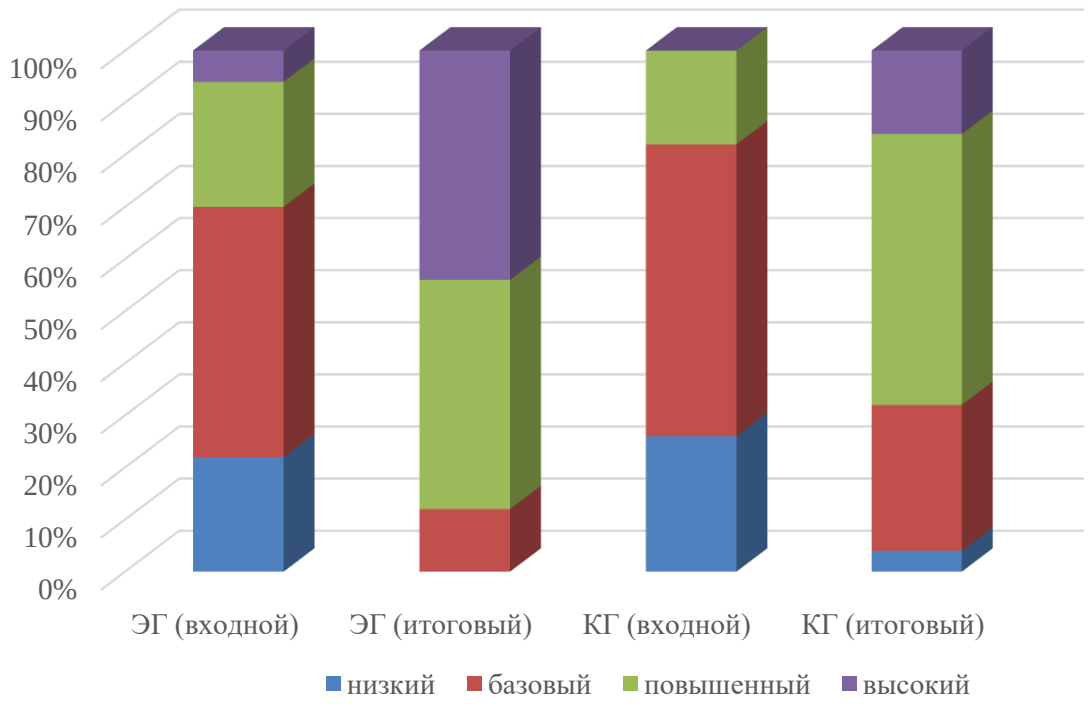


Рисунок 55 – Динамика изменения уровней достижения результатов входного и итогового контроля у обучающихся ЭГ и КГ

Результаты входного и итогового контроля по алгебре показывают более высокие результаты у учащихся ЭГ по сравнению с КГ.

Поэтому можно говорить, что гипотеза о результативности предложенной в исследовании методики обучения алгебре учеников-билингвов 7 класса с использованием альбома анимационных рисунков с билингвальной поддержкой результативна.

Также для учеников-билингвов ЭГ было проведено анкетирование, которое показало положительную реакцию на внедрение анимационных рисунков с билингвальными подсказками при изучении тем алгебры седьмого класса. Например, при анкетировании 88% школьников подтвердили повышение интереса к изучению предмета с анимационным контентом, ответив на вопрос «Повышает ли интерес к изучению алгебры применение на уроке анимационных рисунков с билингвальной

поддержкой?», 4% пояснили, что можно проводить урок традиционным способом и 8% затруднились ответить на вопрос (рисунок 56).

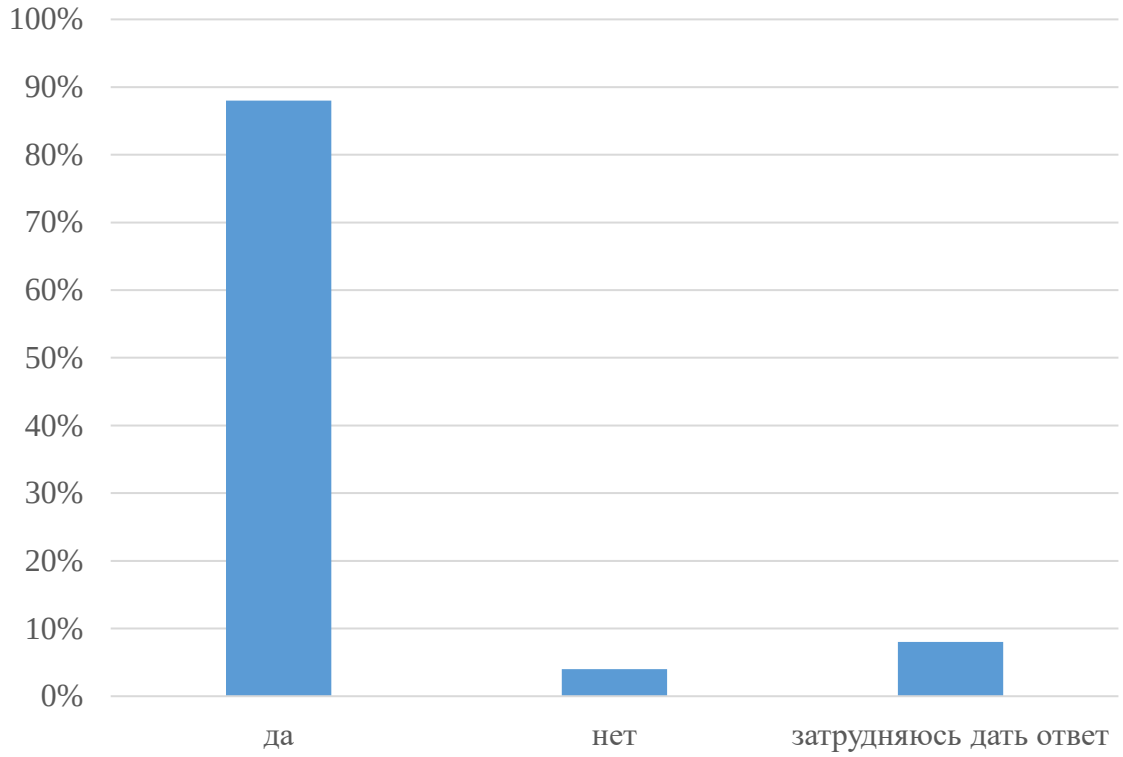


Рисунок 56 – Оценка влияния анимационных рисунков на повышение интереса к изучению алгебры

При оценке удобства применения билингвальных подсказок 64 % учащихся оценили ее в 10 баллов, 24% поставили 9 баллов, 12% – 8 баллов по 10-ти бальной шкале (рисунок 57).

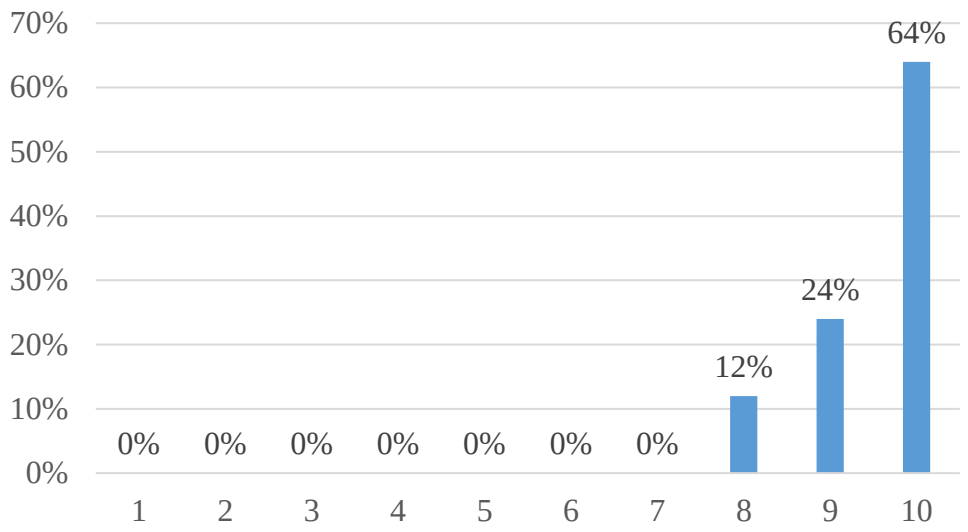


Рисунок 57 – Оценка удобства применения билингвальных подсказок

При оценке влияния анимационных рисунков на понимание предмета согласно мнению самих учащихся: 92% отметили повышение понимания алгебры, 4% затруднились дать ответ и лишь для 4% они скорее всего не повлияли на понимание, за полное отсутствие повышения понимания алгебры, изучаемой с применением анимационных рисунков не высказался никто (рисунок 58).

Рисунок 58 – Оценка влияния анимационных рисунков на мотивацию

Анализ результатов проведенного педагогического эксперимента показал, что:

– в начале опытно-экспериментальной работы в ЭГ и КГ получены образовательные результаты, не имеющие статистически значимых различий;

– проведенное анкетирование обучающихся ЭГ показало положительную реакцию на внедрение анимационных рисунков с билингвальными подсказками при изучении тем алгебры седьмого класса;

– анализ динамики изменения уровней достижения результатов итогового контроля у учащихся-билингвов ЭГ и КГ подтвердил, что учащиеся ЭГ имеют более высокие результаты изменения уровня достижения результатов обучения по сравнению с КГ, если в обеих группах мы зафиксировали уменьшение числа учащихся с низким уровнем достижения результатов обучения на 22%, то число учащихся с базовым уровнем достижения результатов обучения в КГ уменьшилось на 28%, а в ЭГ – на 36%, динамика увеличения числа учащихся с повышенным и высоким уровнем достижения результатов обучения в КГ составила 50%, а в ЭГ – 58%;

– анализ полученных экспериментальных данных показал, что на конец педагогического эксперимента в ЭГ учащимися-билингвами получены более высокие результаты по сравнению с КГ.

Таким образом, применяемая методика обучения алгебре учеников-билингвов с использованием компьютерной анимации на примере Республики Тыва результативна.

Выводы по второй главе

На основе методической модели обучения алгебре учеников-билингвов с использованием среды *GeoGebra* разработана методика обучения алгебре с использованием компьютерной анимации для учащихся на примере Республики Тыва. Представлены особенности организационных форм обучения алгебре для учащихся-билингвов 7 класса с использованием анимационных рисунков с билингвальной поддержкой, рассмотрены различные формы уроков с использованием компьютерных технологий и виды самостоятельной работы. Рассмотрены средства обучения: учебники и учебно-методические пособия, а также компьютерные средства обучения и анимационные возможности среды *GeoGebra*.

Разработан альбом анимационных рисунков как средство обучения алгебре обучающихся 7 класса, построенный как электронный обучающий курс с билингвальной поддержкой, который размещен в информационной обучающей системе электронного обучения *Moodle* и обеспечивает сопровождение тем учебника 7 класса А.Г. Макарычева по алгебре:

1. Выражения, тождества, уравнения;
2. Степень с натуральным показателем;
3. Многочлены;
4. Формулы сокращенного умножения;
5. Система линейных уравнений.

Образовательный контент электронного обучающего курса с билингвальной поддержкой включает в себя теоретический материал, анимационные рисунки с билингвальной поддержкой на двух языках (русский и тувинский), задания для самостоятельной работы в виде практических работ, опросы, тренажеры и тесты, проверяющие усвоения учебного материала учащимися по темам.

Представлено описание и результаты педагогического эксперимента, проведенного для проверки результативности предложенной в работе методики обучения алгебре учеников-билингвов 7 класса с использованием компьютерной анимации на примере Республики Тыва. Результаты анализа которого подтвердили, что разработанные и внедренные методическая модель, методика обучения алгебре учеников-билингвов 7 класса с использованием компьютерной анимации способствуют повышению результативности учебного процесса, а также повышению у учащихся заинтересованности в совершенствовании своих знаний и навыков, и мотивации к обучению.

Заключение

Конкретизировано понятие анимационного *рисунка с билингвальной поддержкой в обучении математике* рисунка как динамическое изображение (чертеж) с сопровождением на двух языках (например, русском и тувинском), обеспечивающее визуализацию алгебраических понятий и утверждений, демонстрацию и моделирование процесса решения алгоритмических задач;

Выявлены принципы обучения алгебре 7 класса, которые включили в себя дидактические принципы обучения, такие как: научности, воспитания, доступности, сознательности, активности, прочности усвоения знаний и наглядно-анимационные принципы, такие как современности, анимационной визуализации, использования анимационных рисунков с билингвальной поддержкой, самостоятельности в использовании анимационных рисунков и систематичности применения анимационных рисунков.

Создана методическая модель обучения алгебре учеников-билингвов с использованием среды *GeoGebra,* направленная на повышение результативности обучения по алгебре учеников-билингвов 7 класса с использованием альбома анимационных рисунков с билингвальной поддержкой в цифровой среде и представленная целевым, концептуально-методологическим, содержательно-технологическим, рефлексивно-оценочным блоками.

Предложена и обоснована методика обучения алгебре учеников-билингвов с использованием компьютерной анимации, содержательно-технологической основой которая является альбом анимационных рисунков с билингвальной поддержкой, содержащий основные понятия, анимационные рисунки с билингвальной поддержкой, задания для самостоятельной работы и тематические тесты.

Экспериментально подтверждена результативность предложенной педагогической методики обучения алгебре учеников-билингвов с использованием компьютерной анимации, которая формирует алгебраическую грамотность в процессе обучения алгебре учащихся-билингвов.

Полученные результаты исследования могут быть применены в качестве теоретической и практической основы для проведения дальнейших исследований в области создания и использования анимационного контента в процессе обучения математике в школе и при подготовке учителей в вузах.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Абдулкин, В.В. Компьютерная анимация в обучении математике в педагогическом вузе: монография [Электронный ресурс] / В.В. Абдулкин, С.И. Калачева, М.А. Кейв, С.В. Ларин, В.Р. Майер // КГПУ им. В.П. Астафьева. – 2019. – 164 с. – Режим доступа: http:// elib.kspu.ru/document/33659

2. Агафонов, П. А. Методическое сопровождение социокультурно-ориентированного обучения геометрии в электронной образовательной среде школы : специальность 58.20.00 : дисс. на соискание ученой степени канд. пед. наук. – 2022. – 166 с.

3. Антонова, Д.А. Цифровая трансформация системы образования: проектирование ресурсов для современной цифровой учебной среды как одно из ее основных направлений / Д.А. Антонова, Е.В. Оспенникова, Е.В. Спирин // Вестник Пермского гос. гум-но-пед. ун-т. – 2018. – № 14. – С. 5-37.

4. Антропова, Г.Р. Реализация некоторых задач дифференциальной геометрии в программе GeoGebra / Г.Р. Антропова, С.Н. Матвеев, Р.Г. Шакиров // Высшее образование сегодня. – 2020. – № 6. – С. 58-63.

5. Арнхейм, Р. Искусство и визуальное восприятие. − М.: Прогресс, 1974. − 392 с.

6. Артюхина, М.С. Современная образовательная среда в контексте постнеклассической научной парадигмы / М.С. Артюхина, О.И. Артюхин, Д.Ю. Усимова // Проблемы современного педагогического образования. Сер.: Педагогика и психология. – 2018. – № 60. – Ч. 2. – С. 21-24.

7. Асмолов, А. Г. Сложность как символ познания человека: от постулата к предмету исследования / А.Г. Асмолов, Е.Д. Шехтер, А.М. Черноризов // Вопросы психологии. – 2020. – № 1. – С. 3-18.

8. Афанасьев, В.В. Подготовка учителя математики: Инновационные подходы: Учебное пособие / В.В. Афанасьев, Ю.В. Поваренков, Е.И. Смирнов, В.Д. Шадриков. – М.: Гардарики, 2002. – 383 с.

9. Афанасьев, В.В. Математическая статистика в педагогике / В.В. Афанасьев, М.А. Сивов. – Изд: Ярославский гос. пед. ун-т им. К. Д. Ушинского, 2010. – 75 с.

10. Баранов, С.П. Сущность процесса обучения. – М.: Просвещение, 1981. – 143 с.

11. Башкатова, Ю.В. Применение новых информационных технологий в изучении теории функций комплексной переменной. – М., 2000. – 147 с.

12. Башмаков, М.И. Информационная среда обучения / М.И. Башмаков, С.Н. Поздняков, Н.А. Резник. – Спб.: СВЕТ, 1997. – 400 с.

13. Безумова, О.Л. Компьютерная поддержка решения школьных алгебраических задач средствами Geogebra / О.Л. Безумова, С.Н. Котова, Н.В. Шабанова // Современные проблемы науки и образования (электронный журнал). – Режим доступа:http://www.science-education.ru/107-8399

14. Белайчук, О.А., Лебедева, Н.А. Математический конструктор — интерактивная творческая среда для создания учебных моделей по математике [Электронный ресурс] // Научно-практический электронный альманах «Вопросы информатизации образования». – Режим доступа: http://www.npstoik.ru/vio/inside.php?ind=articles&article_key=212

15. Бернштейн, Н.А. О ловкости и ее развитии. – М.: Физкультура и спорт, 1991. – 288 с.

16. Бешенков, С.А. Развитие информатизации образования в школе и педагогическом вузе в условиях обеспечения информационной безопасности личности / С.А. Бешенков, Я.А. Вагграменко, В.А. Касторнова, О.А. Козлов, Э.В. Миндзаева, И.Ш. Мухаметзянов, В.П. Поляков, И.В. Роберт, В.И.

Сердюков, Т.Ш. Шихнабиева, Г.Ю. Яламов. – М.: ФГБНУ «ИУО РАО», 2018. – 105 с.

17. Блох, А.Я. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика: учеб. пособие / А. Я. Блох, Е. С. Канин и др. – М.: Просвещение, 1985. – 336 с.

18. Богатырь, Б.Н. Концепция системной интеграции информационных технологий в высшей школе / Б.Н. Богатырь, М.А. Гуриев и др. – М.: РосНИИСИ, 1993. – 72 с.

19. Болтянский, В.Г. Как развивать «графическое мышление» // Математика в школе. – 1978. – № 3. – С. 16-23.

20. Бондаревская, Е.В. Теория и практика личностно-ориентированного образования. – Ростов-на-Дону: Булат, 2000. – 351 с.

21. Борбоева, Г.М. Место наглядности в развитии пространственного мышления будущих учителей математики // Научное обозрение. Педагогические науки. – 2020. – № 2. – С. 54-59. – DOI 10.17513/srps.2288

22. Бордовский, Г.А. Электронно-коммуникативные средства, системы и технологии обучения / Г.А. Бордовский, В.А. Извозчиков, А.М. Слуцкий, Е.А. Тумалева. – С-Пб: Образование, 1995. – 240 с.

23. Борк, А. История новых технологий в образовании. – М., 1990. – 21 с.

24. Бороненко, Т.А. Возможности цифровой образовательной среды в организации проектной деятельности школьников в условиях реализации ФГОС / Т. А. Бороненко, В. С. Федотова // XXVII Царскосельские чтения. Год педагога и наставника: Материалы межд. науч. конф. – Санкт-Петербург, 2023. – С. 250-255.

25. Бороненко, Т.А. Цифровая грамотность цифровой личности: к вопросу об уточнении понятий / Т. А. Бороненко, А. В. Кайсина, В. С. Федотова // Инновационные проекты и программы в образовании. – 2020. – № 4(70). – С. 47-56.

26. Босова, Л.Л. Школьная информатика в условиях цифровой трансформации общества // Информатизация образования: теория и практика. – 2022. – С. 17-20.

27. Брушлинский, А.В. Психология мышления и кибернетика – М.: Мысль, 1970. – 202 с.

28. Будук-оол, Л.К. Этнопсихофизиологические особенности студентов тувинской и русской национальностей // Вестник ОГУ. – 2009. – № 1. – С. 91-95.

29. Вайнрайх, У. Языковые контакты: состояние и проблемы исследования. – Благовещенск, 2000. – 264 с.

30. Вайнштейн, Ю.В. Педагогическое проектирование персонализированного адаптивного предметного обучения студентов вуза в условиях цифровизации: дисс. д-р. пед. наук: 5.8.2. – Красноярск: СФУ, 2021. – 425 с.

31. Вайнштейн, Ю.В. Альбом анимационных рисунков как инновационное средство обучение алгебре в цифровой среде учеников-билингвов / Ю.В. Вайнштейн, С.В. Сарыглар // Перспективы науки и образования. – 2024. – № 3(69). – С. 319-336

32. Васина, Г.И. Анализ методик обучения компьютерной грамотности / Г.И. Васина, Л.Н. Корпачёва, Е.В. Кирюхина // Новые информационные технологии подготовки специалистов. – 1996. – С. 49-50.

33. Верещагин, Е.М. Психологическая и методическая характеристика двуязычия (билингвизма). – Берлин: Директ-Медиа, 2014. – 162 с.

34. Вернер, А.Л. Применение методов визуализации изучаемых объектов в школьном курсе геометрии / А.Л. Вернер, А.Б. Никитин, В.И. Рыжик // Компьютерные инструменты в образовании. – 2008. – № 4. – С. 17-21.

35. Вишневская, Г.М. Билингвизм и его аспекты. – Иван. гос. Ун-т, 1997. – 98 с.

36. Волович, М.Б. Средства наглядности как материальная основа управления процессом усвоения знаний // Советская педагогика. – 1979. – № 9. – С. 64-70.

37. Вольхин, К.А. Электронное учебное пособие [Электронный ресурс]. – Режим доступа: Вольхин К.А. Лекции НГ (stu.ru)

38. Выготский, Л.С. Педагогическая психология. – М.: Работник Просвещения, 1926. – 348 с.

39. Гершунский, Б.С. Компьютеризация в сфере образования: проблемы и перспективы. – М.: Педагогика, 1987. – 264 с.

40. Гильберт, Д. Наглядная геометрия / Д. Гильберт, С. Кон-Фоссен. – М.: ОНТИ, 1936. – 304 с.

41. Гиматдинова, Г.Н. Формирование универсальных учебных регулятивных действий обучающихся 7-9 классов в условиях смешанного обучения математике: дисс. канд. пед. наук: 5.8.2. – Красноярск, 2024. – 239 с.

42. Грегори, Р.Л. Глаз и мозг. Психология зрительного восприятия / Пер. с англ. – М.: Прогресс, 1970. – 272 с.

43. Гриценко, В.И. Дистанционное обучение: теория и практика / В. И. Гриценко, С. П. Кудрявцева, В. В. Колос, Е. В. Веренич. – Киев, 2014. – 375 с.

44. Гришина, О.А., Санина, Е.И. Система компьютерного сопровождения обучающего курса по стереометрии с применением интерактивных технологий // Ярославский педагогический вестник. – 2014. – № 1. – С. 48-52.

45. Гуреев, Е.М. Динамическое моделирование в процессе обучения математике (новые принципы обучения, средняя школа) [Электронный

ресурс] / Библиотека Мошкова. – Режим доступа: http://lit.lib.ru/g/gureew_e_m/text_0050.shtml

46. Давыдов, В.В. Проблемы развивающего обучения: Опыт теоретич. и эксперим. исслед. – М.: Педагогика, 1986. – 239 с.

47. Далингер, В.А., Симонженков, С.Д. Методика обучения математике. Когнитивно-визуальный подход: учебник для вузов. – М.: Издательство Юрайт, 2024. – 340 с.

48. Джиджева, В. Использование принципа наглядности в процессе обучения // Вопросы психологии. – 1983. – № 6. – С. 128-129.

49. Дронова, Е.Н., Захарова, Д.С. Возможности применения динамической среды GeoGebra в школьном курсе математики // Педагогическое образование на Алтае. – 2017. – № 1. – С. 42-48.

50. Дубровский, В.Н. 1С: Математический конструктор – новая программа динамической геометрии / В.Н. Дубровский, Н.А. Лебедева, О.А. Белайчук // Компьютерные инструменты в образовании. – 2007. – № 3. – 47-56.

51. Дьячков, М.В. Проблемы двуязычия (многоязычия) и образования. – М.: Институт национальных проблем МО РСФСР, 1991. – 104 с.

52. Евдокимов, В.И. К вопросу об использовании наглядности в школе // Советская педагогика. – 1982. – № 3. – С. 30-33.

53. Егупова, М.В. Образовательный продукт «Виртуальный урок» в смешанном обучении математике школьников-спортсменов 7-9 классов / М.В. Егупова, С.Н. Фалина // Наука и школа. – 2022. – № 3. – С. 139-153.

54. Загвязинский, В.И., Гриценко, Л.И. Основы дидактики высшей школы. – Тюмень: ТГУ, 1978. – 94с.

55. Загвязинский, В.И. Методология педагогического исследования: учебное пособие для вузов. – М: Издательство Юрайт, 2024. – 105 с.

56. Занков, Л.В. Избранные педагогические труды. – М.: Новая школа, 1996. – 432 с.

57. Зимнякова, Т.С. Особенности использования цифровых образовательных ресурсов в обучении математике и физике / Т.С. Зимнякова, С.В. Ларин, Е.И. Ларина // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. – 2019. – № 2[48]. – С. 26-32.

58. Зимняя, И.А. Психология обучения неродному языку. – М.,1989. – 223 с.

59. Каменева, Т.Н. Технологии, методы и средства электронного обучения // Управляющие системы и машины. – 2015. – № 1. – С. 47–56.

60. Каптерев, П.Ф. Дидактические очерки. Теория образования. – М., 1982. – С. 270-652.

61. Каракозов, С.Д. Развитие цифровой образовательной среды в Российской Федерации: механизмы развития и возможные риски / С.Д. Каракозов, Л.Р. Пикалова, Е.П. Седова // Ростовский научный журнал. – 2018. – № 11. С. 85-100.

62. Кашицына, Ю. Н. Использование возможностей программы «Живая математика» в процессе дистанционного обучения геометрии обучающихся с ограниченными возможностями здоровья // Конференциум АСОУ: сборник научных трудов и материалов научно-практических конференций. – 2018. – № 3-2. – С. 77-85.

63. Клушина, Е.А. Теоретические аспекты использования дидактических принципов в билингвальной подготовке магистрантов // Вестник Северо-Кавказского фед. ун-та. – 2015. – № 3(48). – С. 190-193.

64. Колпакова, Д.С. GeoGebra как средство визуализации решения задач на уроках геометрии в 7 классе // Молодой ученый. – 2018. – № 11(197). – С. 164-167.

65. Коменский, Я.А. Избранные педагогические сочинения. – М.: Рипол Классик, 1955. – 651 с.

66. Коновалов, Д.Э. Типы, виды и тренды анимации на 2023 год // Международный научный журнал «Вестник науки». – 2023. – № 4(61) Т.4. – С. 226-230.

67. Концепция информатизации высшего образования Российской Федерации [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://pandia.ru/text/77/305/24712.php

68. Концепция развития математического образования [Электронный ресурс]. – Режим доступа: 1202010130002.pdf (government.ru)

69. Коротов, В.М. Воспитывающее обучение. – М.: Просвещение, 1980. – 192 с.

70. Кочеткова, И.А. Методологические основы задачного подхода к процессу обучения младших школьников математике // Самарский научный вестник. – 2014. – № 2(7). – С. 57-59.

71. Крон, Ш. Очевидность многоязычия: выступление на междунар. семинаре «Многоязычие и преподавание родных языков». – М.: Ин-т нац. проблем образования, 11–15 мая, 1997.

72. Кузнецов, А.А., Сурхаев, М.А. Совершенствование методической системы подготовки учителей информатики в условиях формирования новой образовательной среды. – М.: Известия, 2012. 84 с.

73. Ламажаа, Ч. К. Этнопсихологические исследования тувинцев: социокультурологические и психологические. Электронная база данных. Национальные менталитеты: их изучение в контексте глобализации и взаимодействия культур [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://national-mentalities.ru/

74. Ларин, С.В. Алгебра и математический анализ с GeoGebra // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева (Вестник КГПУ). – 2013. – № 1(23). – С. 236-240.

75. Ларин, С.В. Алгебра: Многочлены 2-е изд., испр. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2018. – 136 с.

76. Ларин, С.В. Компьютерная анимация в среде GeoGebra на уроках математики: учебное пособие. – Ростов-на-Дону: Легион, 2015. – 192 с.

77. Ларин, С.В. Методика обучения математике: компьютерная анимация в среде GeoGebra. 2-е изд., исправ. и доп.: учебное пособие для вузов. – М.: Юрайт, 2018. – 233 с.

78. Ларин, С.В. Компьютерная анимация при изучении квадратичной функции / С.В. Ларин, Т.В. Апакина, С.В. Чилбак-оол // Материалы Всероссийской научно-метод. конф. с международным участием. – Красноярск, 16-17 ноября 2016. – С. 123-127.

79. Ларин, С.В. О создании мультимедийного дидактического материала по алгебре 7 класса / С.В. Ларин, Е.В. Казакова, Е.А. Сивухина, С.В. Чилбак-оол, М.В. Бурнакова // Межвузовский сборник научных трудов «Актуальные проблемы обучения математике в школе и вузе». Вып. 26. – М.: ФБОУ ВО МПГУ, изд-во «Политоп», 2017. С. 99-103.

80. Ларин, С.В., Сарыглар, С.В. Алгебра 7 класса с анимационными рисунками: учебное пособие для учителей математики и студентов физико-математических специальностей педагогических вузов. – Кызыл: Издательство ТувГУ, 2022. – 72 с.

81. Ларин, С.В., Чилбак-оол, С.В. Анимационные рисунки как технологическая часть цифрового обучения математике в свете цифровизации образования // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. – 2020. – № 3[53]. – С. 54-61.

82. Ларин, С.В., Чилбак-оол, С.В. Использование компьютерной анимации в школьной алгебре чисел и многочленов // Материалы II Межд. конф. «Информатизация образования и методика электронного обучения». – Красноярск, СФУ. – 25-28 сентября 2018, часть 2. – С. 144-148.

83. Ларин, С.В., Чилбак-оол, С.В. Использование среды GeoGebra для поиска алгебраического описания улиток Паскаля порядка 2 //

Материалы Всероссийской научно-метод. конф. с международным участием. – Красноярск, 14-15 ноября 2018. – С. 90-94.

84. Ларин, С.В., Чилбак-оол, С.В. Решение алгоритмических алгебраических задач анимационных рисунков // Материалы Всероссийской научно-метод. конф. с международным участием. – Красноярск, 15-16 ноября 2017. – С. 61-69.

85. Ларин С.В., Чилбак-оол С.В.. Использование анимационных рисунков на уроках алгебры 7 класса по теме «Многочлены» / Материалы VIII Всероссийской научно-метод. конф. с межд. участием «Информационные технологии в математике и в математическом образовании». – Красноярск, 13-14 ноября 2019. – С.123-128.

86. Леонтьев, А. Н. О механизме чувственного отражения // Вопросы психологии. – 2009. – № 2. – С. 19–41.

87. Лернер, И. Я. Дидактические основы методов обучения. — М: Педагогика, 1981. – 185 с.

88. Ломаско, П.С., Симонова, А.Л. Цифровизация образования – следующий этап информатизации или точка бифуркации? // Информатизация образования и методика электронного обучения. Материалы II Межд. конф. – Красноярск: СФУ, 2018. – С. 149-153.

89. Майер, В.Р. Методическая система геометрической подготовки учителя математики на основе новых информационных технологий: дисс. докт. пед. наук: 13.00.02. – Красноярск, 2001. – 351 с.

90. Майер, В.Р. Информационные технологии в обучении геометрии бакалавров – будущих учителей математики: Монография / В.Р. Майер, Е.А. Семина. – Красноярск: РИО КГПУ, 2014. – 516 с.

91. Макарычев, Ю.Н. Алгебра. 7 кл. / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под редакцией Теляковского С.А. – М.: Просвещение, 2023. – 256 с.

92. Малышенко, Т.С. Использование среды GeoGebra для открытия новых и доказательства известных тождеств в школьной математике // «Информационные технологии в математике и математическом образовании» Материалы VI Всероссийской научно-метод. конф. с межд. участием. – Красноярск, 15–16 ноября 2017 г. – С. 176-185.

93. Мартиросян, Л.П. Теоретико-методические основы информатизации математического образования: дисс. доктора пед. наук: 13.00.02. – Москва, 2010. – 312 с.

94. Мележко, В. Главный тренд российского образования – цифровизация [Электронный ресурс] // Учительская газета. – 2018. – № 4. – Режим доступа: Главный тренд российского образования – цифровизация – Учительская газета (ug.ru).

95. Мерзляк, А.Г. Алгебра. 7 кл. / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – М.: Вентана-Граф, 2015. – 272 с.

96. Мокрушин, А.Н. Возможности сервиса «GOOGLE ФОРМЫ» при обучении математике // Математика – основа компетенций цифровой эры: Материалы XXXIX Международного научного семинара (01-02 октября 2020 года). – Москва: ГАОУ ВО МГПУ, 2020. – С. 11-113.

97. Монахов, В.М., Тихомиров, С.А. Эволюция методической системы электронного обучения [Электронный ресурс] // Яросл. пед. вестн. – 2018. – № 6. – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/evolyutsiya-metodicheskoy-sistemy-elektronnogo-obucheniya.

98. Мордкович, А.Г. Алгебра. 7кл. В 2 ч. – М.: Мнемозина, 2013. – 175 с.

99. Назарян, Д.С., Закира, И.А. Исследование функций в среде GeoGebra // Проблемы и перспективы развития образования в России. – 2015. – № 32. – С. 107-113.

100. Наследов, А.Д. Математические методы психологического исследования. Анализ и интерпретация данных. Учебное пособие. – Спб.: Речь, 2004. – 392 с.

101. Низамов, Р.А. Дидактические основы активизации учебной деятельности студентов. – Казань: Изд-во КГУ, 1975. – 302 с.

102. Никандров, Н.Д. Организационные формы и методы обучения в высшей школе // Проблемы педагогики высшей школы. – Л., 1974. – 115 с.

103. Официальный сайт программы GeoGebra. – Режим доступа: http://www.geogebra.org/cms.

104. Павлова, М.А. Коллекция педагогических сценариев использования интерактивных творческих сред для дополнительных занятий по математике / М.А. Павлова, М.В. Шабанова // Информатика и образование. – 2016. – № 7(276). – С. 27-36.

105. Пак, Н.И. Концепция трансформационных и перевернутых электронных учебников / Н.И. Пак, Е.Г. Потупчик, Л.Б. Хегай // Вестник РУДН. Серия: Информатизация образования. – 2020. – № 2. – С. 153–168

106. Паспорт приоритетного проекта «Современная цифровая образовательная среда в Российской Федерации» (утв. президиумом Совета при Президенте РФ по стратегическому развитию и приоритетным проектам, протокол от 25 октября 2016 г. № 9) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://static.government.ru/media/files/8SiLmMBgjAN89vZbUUtmuF5lZYfTvOAG.pdf.

107. Письмо от 27 сентября 2000 года № 32-111 «Об обращении к президенту Российской Федерации по поводу рассмотрения мер по выполнению Плана действий Правительства РФ в области социальной политики и модернизации экономики на 2000-2001 годы в части реформирования образования» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: docs.cntd.ru

108. Плохинский, Н.А. Биометрия: учеб. пособие для студентов биол. специальностей ун-тов. – Москва: Изд-во Моск. ун-та, 1970. – 367 с.

109. Положение об электронном обучении и дистанционных образовательных технологиях ТувГУ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://cdo.tuvsu.ru/moodle/login/index.php

110. Приказ Министерства образования Республики Тыва от 30 ноября 2023 года № 1265-Д «Об организации образовательного процесса в образовательных организациях республики при значительных понижениях температуры» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: Организация дистанционного обучения при значительных.. | МБОУ СОШ № 3 г.Кызыла (vk.com)

111. Пустыльник, Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. – М.: Наука, 1968. – 185 с.

112. Пышкало, А.М., Моро М.И. Методика обучения математике в 1-3 классах. – М: Просвещение, 1978. – 336 с.

113. Распоряжение Правительства Российской Федерации от 08.10.2020 г. № 2604-р [Электронный ресурс]. – Режим доступа: government.ru

114. Роберт, И.В. Современные информационные технологии в образовании: дидактические проблемы; перспективы использования. – М.: Школа – Пресс, 1994. – 205 с.

115. Руссо, Ж.-Ж. Эмиль или воспитание. – М., 1911. – 242 с.

116. Рябыш, О.В. Методическая система становления учебной деятельности старшеклассников с использованием электронных средств обучения математике // Наука и школа. – 2010. – № 4. – С. 64-66.

117. Садовничий, В. А. Математическое образование: настоящее и будущее // Доклад на Всероссийской конференции «Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков». – Дубна, 2000. – С. 17-23.

118. Садулаева, Б.С. Об использовании «1С: Математический конструктор 6.0» на уроках математики в школе // Новая наука: От идеи к результату. – 2016. – № 3-2(72). – С. 128-131.

119. Саранцев, Г.И. Методика обучения математике в средней школе : учеб. пособие для студ. мат. спец. педвузов и учителей. – М.: Просвещение, 2002. – 224 с.

120. Сарыглар, С.В. Компьютерная анимация в среде GeoGebra на уроках алгебры 7 класса // Информационные технологии в математике и в математическом образовании. – 2021. – С. 126-131.

121. Сарыглар, С.В. Компьютерная анимация в среде GeoGebra на уроках алгебры 7 класса: результаты экспериментальной работы // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. – 2021. – № 4(58). – С. 126-131.

122. Сарыглар, С.В. Компьютерные анимационные рисунки в среде GeoGebra на уроках алгебры в седьмом классе // Вестник ТГПУ. – 2022. – № 5(223). – С. 116-122.

123. Сарыглар, С.В., Вайнштейн, Ю.В. Применение анимационных рисунков при обучении школьников-билингвов на уроках алгебры // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. – 2024. – № 1(67). – С. 5-15.

124. Селинова, А.И. Разработка компьютерной системы поддержки дисциплины «Компьютерная графика» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: donntu.ru

125. Семенов, А.Л. Аксель Берг о цифровой трансформации образования / А.Л. Семенов, А.Ю. Уваров, Т.А. Рудченко // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании. – 2023. – С. 24-28.

126. Сенчилов, В.В. Программное обеспечение дистанционного обучения математике детей с ограниченными возможностями здоровья / В. В. Сенчилов, А. А. Быков, Н. М. Тимофеева, О. М. Киселева // Научное обозрение: гуманитарные исследования. – 2017. – № 7. – С. 29-34.

127. Сенчилов, В.В. Применение интерактивных технологий при изучении курса геометрии в школе // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2013. – № 10. – С. 31-35.

128. Сербис, И.Н. Использование интерактивной геометрической среды при обучении школьников планиметрии // Известия РГПУ им. А.И. Герцена. – 2008. – № 63(2). С.176-179.

129. Сергеев, А.Г. Введение в электронное обучение: монография / А.Г. Сергеев, И.Е. Жигалов, В.В. Баландина. – Владимир: ВлГУ, 2012. – 180 с.

130. Сериков, В.В. Личностно-ориентированное образование: феномен, концепция, технологии: Монография. – Вол-д: Перемена, 2000. – 148 с.

131. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: Речь, 2000. – 349 с.

132. Скаткин, М.Н. Совершенствование процесса обучения: Проблемы и суждения. – М: Педагогика, 1971. – 205 с.

133. Смирнова, Е.И. Наглядное моделирование в обучении математике: теория и практика: уч. пос. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2007. – 454 с.

134. Соловов, А.В. Электронное обучение: проблематика, дидактика, технология. – Самара: «Новая техника», 2006. – 462 с.

135. Танзы, М.В. Юрта как геометрическая модель в обучении математике в Туве / М.В. Танзы, С.К. Саая, В.А. Шершнева, Ю.В. Вайнштейн, Ч.М. Ондар // Новые исследования Тувы. – 2020. – № 4. – С. 80–91.

136. Тарыма, А.К. Формирование информационно-коммуникационной компетентности будущего учителя республики Тыва в условиях двуязычия / А. К. Тарыма, В. А. Шершнева, Ю. В. Вайнштейн // Перспективы науки и образования. – 2019. – № 4(40). – С. 77-90.

137. Темербекова, А. А. Методические особенности использования метода декомпозиции при выполнении логико-дидактического анализа темы // Мир науки, культуры, образования. – 2021. – № 6(91). – С. 219-221.

138. Темербекова, А. А. Применение программы Geogebra на уроках математики / А. А. Темербекова, Е. Ж. Смагулов, Л. Н. Карасева // Дистанционные образовательные технологии: Сборник трудов VIII Межд. научно-практ. конф. – Симферополь: «Ариал», 2023. – С. 122-124

139. Тестов, В. А. Принцип природосообразности и его применение в методике обучения математике // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2020. – № 1. – С. 1–12.

140. Тюлюш, М.К. Смешанное обучение и национальные особенности тувинских студентов в процессе обучения основам программирования // Вестник ОмГПУ. – 2017. – № 4. – С. 130-133.

141. Уваров, А.Ю. Цифровая трансформация и сценарии развития общего образования. Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Институт образования. – М.: НИУ ВШЭ, 2020. – 108 с.

142. Указ главы Республики Тыва от 21 августа 2023 года № 274. О Стратегии государственной поддержки и развития тувинского языка в период с 2024 по 2033 гг. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://docs.cntd.ru/document/406801790

143. Утеева, Р.А. Электронно-образовательный контент «Именные теоремы курса геометрии средней школы» / Р.А. Утеева, А.И. Карасев // Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе: сб-к трудов IV Межд. науч. конф. – 2020. – С. 225 – 228.

144. Ушинский, К.Д. Педагогические сочинения. В 6 т. Т. 4. – М.: Педагогика, 1989. – 525 с.

145. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс]. – Режим доступа:

Приказ Минпросвещения России от 23.11.2022 N 1014"Об утверждении федеральной образовательной программы среднего общего образования"(Зарегистрировано в Минюсте России 22.12.2022 N 71763) (imcol.ru)

146. Фридман, Л.М. Наглядность и моделирование в обучении / Новое в жизни, науке, технике. Серия «Педагогика и психология», № 6. – М.: Знание. – 1984. – 80 с.

147. Фунтиков, Р.А. Обзор и сравнительный анализ динамических сред «Живая математика», «Математический конструктор» и «GeoGebra» // Молодой ученый. – 2018. – № 33(219). – С. 8-11.

148. Хамов, Г.Г. Методическая система обучения алгебре и теории чисел в педвузе с точки зрения профессионально-педагогического подхода. – СПб.: РГПУ, 1993. – 141 с.

149. Храмова, Н.Н. Развитие вариативности мышления школьников на уроках математики с использованием возможностей «1С: Математического конструктора» / Н.Н. Храмова, М.А. Родионов // Информатика и образование. – 2014. – № 7(256). – С. 15-21.

150. Чилбак-оол, С.В. Правый и левый алгоритмы Евклида для многочленов // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы. – 2018. – С. 91-96.

151. Шабанова, М.В. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение: коллективная монография / М.В. Шабанова, Р.П. Овчинникова, А.В. Ястребов, и др. – М.: Изд-й дом Академии Ест-я, 2016. – 300 с.

152. Шабат, Г. Б. «Живая математика» и математический эксперимент // Вопросы образования. – 2005. – № 3. – С. 156-165.

153. Ширикова, Т.С. Использование систем динамической геометрии при изучении теорем курса геометрии основной школы: дисс. канд. пед. наук: 13.00.02. – Архангельск, 2013. – 250 с.

154. Шкерина, Л.В. Теоретические основы технологий учебно-познавательной деятельности будущего учителя математики в процессе математической подготовки в педвузе: Монография. – Красноярск: РИО КГПУ, 1999. – 356 с.

155. Шульга, И.И. Генезис понятия «Педагогическая анимация» // Педагогическое образование и наука. – 2008. – № 1. С. 35-40.

156. Шумакова, Е.О. Особенности преподавания математики с использованием информационных технологий / Е.О. Шумакова, О.В. Ведомесова // Сборник трудов конференции «Математическое образование в цифровом обществе». – Из-во: МГПУ, Москва, 2019. – С. 308-310.

157. Эльконин, Д.Б. Избранные психологические труды. М: Педагогика, 1989. – 557 с.

158. Энциклопедия Кольера [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.slovopedia.com/14/192/1010135.html.

159. Юдакин, А.П. Билингвизм и проблема связи языка и мышления, истор. аспект // Теоретические проблемы социальной лингвистики. – М., 1991. – С. 220-240.

160. Юнеско – официальный сайт. – Режим доступа: https://www.unesco.org/ru/articles/mezhdunarodnyy-den-rodnogo-yazyka-yunesko-prizyvaet-strany-vnedryat-obrazovanie-na-osnove-rodnogo

161. Якиманская, И.С. Технология личностно-ориентированного обучения в современной школе. – М., 2000. – 176 с.

162. Abboud, E. Minimizing inside a triangle with GeoGebra // International Journal of Mathematical Education In Science & Technology. – 2023. – № 54. – pp. 913-923.

163. Abebayehu, Y.. GeoGebra in mathematics education: a systematic review of journal articles published from 2010 to 2020 / Y. Abebayehu , Ch. Hsiu-Ling // Interactive Learning Environments. – 2023. – № 31(2). – pp. 5682-5697

164. Alex, H. Mathematical understanding in problem solving with GeoGebra: a case study in initial teacher education / H. Alex, P. Josefa, C. Matías // International Journal of Mathematical Education In Science & Technology. – 2020. – № 51(1). – pp. 208-223.

165. Bitkeeva, A.N. Khronika iazykovogo sdviga v tuvinskom iazyke v Respublike Tyva [Chronicle of the Tuvan language shift in the Republic of Tuva] / A.N. Bitkeeva, Ch.S. Tsybenova // New Research of Tuva. – 2022. – no. 4. – pp. 6-27.

166. Božić, R.. Influence of dynamic software environment on students' achievement of learning functions with parameters / R. Božić, Đ. Takači, G. Stankov // Interactive Learning Environments. – 2021. – Vol. 29. – No. 4. – pp. 655-669.

167. Erdem, Ç. Using dynamic mathematics software to model a real-world phenomenon in the classroom // Interactive Learning Environments. – 2020. – № 28(4). – pp. 526-538.

168. Hai, T.N. Digital transformation: Opportunities and challenges for leaders in the emerging countries in response to COVID-19 pandemic / T.N. Hai, Q.N. Van, M.N. Thi Tuyet // Emerg. Sci. J. – 2021. – No. 5. – pp. 21-36.

169. Hanna, G. Beyond verification: Proof can teach new methods // Ontario Institute for Studies in Education University of Toronto. – 2008. – pp. 1-5.

170. Hdez, A. Mathematical understanding in problem solving with GeoGebra: a case study in initial teacher education / A. Hdez, J. Perdomo-Díaz, M. Camacho // International Journal of Mathematical Education In Science & Technology. – 2020. – № 51(1). – pp. 208-223.

171. Levene, H. Robust Tests for Equality of Variances / H. Levene // eds. in I. Olkin [et al.]; Contributions to Probability and Statistics: Essays in Honor of Harold Hotelling. – Vol. 2. Stanford University Press, Palo Alto, 1960. – pp. 278-292.

172. Marrades, R. Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment / R. Marrades, A. Gutierrez // Educational Studies in Mathematics. – 2000. - № 44. – pp. 87-125.

173. Nenkov, V. Construction of a type of algebraic curves in the plane of a triangle // Mathematics and Informatics. – 2018. – № 5(61). – pp. 481-497.

174. Nenkov, V. Extremal properties of the lemoine point in the quadrilateral / V. Nenkov, S. Stefanov, H. Haimov // Mathematics and Informatics. – 2019. – № 2(62). – pp. 216-228.

175. Popkov, Yu. V. The spatial image of Tuva in the focus of sociocultural phenomenology / Yu.V. Popkov, E.A. Tyugashev // The New Research of Tuva. – 2019. – No. 3. – pp. 4-14.

176. Radović, S. Examining the effects of Geogebra applets on mathematics learning using interactive mathematics textbook / S. Radović, M. Radojičić, K. Veljković, M. Marić // Interactive Learning Environments. – 2020. – № 28(1). – P. 32-49.

177. Rav, Y.: 1999, ‘Why do we prove theorems?’ // Philosophia Mathematica. – № 7(3). – pp. 5–41

178. Safonov, V.I. Potential capabilities of the Geogebra interactive environment during the implementation of the continuity of the "school-university" mathematical education / V.I. Safonov, O.A. Bakaeva, E.A. Tagaeva // Perspectives of Science and Education. – 2019. – № 1(37). – pp. 431-444.

179. Semina, E.A. Dynamic Geometry Systems as a Means of Improving the Quality of Geometric Training Bachelor of Pedagogical Education / E.A. Semina, V.V. Abdulkin // International Multidisciplinary Scientific Conference on Social Sciences and Arts SGEM2014. – 2014. – Book 1. – Vol. 1. – pp. 693-700.

180. Shabanova, M. Experimental mathematics as environment for the preparation of students for research in the form «Science 2.0» / M. Shabanova, L. Udovenko, M. Nimatuliev // Mathematics and Informatics. – 2019. – № 2(62). – C. 168-179.

181. Tondeur, J. et al. Developing a validated instrument to measure preservice teachers, ICT competencies: Meeting the demands of the 21st century // British Journal of Educational Technology. – 2017. – Vol. 48. – No. 2. – pp. 462–472.

182. Vainshtein, Y.V. Individualization of teaching mathematical logic in the electronic environment / Y.V. Vainshtein, R.V. Esin, V.A. Shershneva // Perspectives of Science and Education. – 2020. – Vol. 47. – No. 5. – pp. 147-159.

183. Vainshtein, Y.V. Individualisation of Education in Terms of E-learning: Experience and Prospects / Y.V. Vainshtein, V.A. Shershneva, R.V. Esin, M.V. Noskov // Journal of Siberian Federal University. Humanities and Social Sciences. – 2019. – Vol. 12. – No. 9. – P. 1753-1770.

184. Zehavit, K. Self-efficacy and problem-solving skills in mathematics: the effect of instruction-based dynamic versus static visualization / K. Zehavit, A. Meirav, D. Miriam, M. Tali // Interactive Learning Environments. – 2022. – № 30(4). – P. 759-778.

ПРИЛОЖЕНИЕ А.

Инструкция для учащихся по особенностям работы в интерактивной динамической среде GeoGebra

В качестве достоинств интерактивной динамической среде *GeoGebra* можно отметить следующие.

1. *GeoGebra* – свободно распространяемая программа, поэтому она доступна всем для использования. И это обстоятельство имеет большое значение для учебного заведения.

2. Программа проста для освоения, имеет понятный и эффективный интерфейс.

3. Обладает функциями, направленными именно на применение ее в алгебре.

4. Анимационные возможности программы позволяют создавать анимационные рисунки различного направления от визуализации алгебраических понятий и утверждений, исключения вычислительных трудностей при решении алгоритмических задач и до оперативного тестирования степени усвоения знаний.

5. Использование компьютерных технологий на уроках алгебры способствуют формированию личности для цифрового будущего.

Рассмотрим функциональные возможности интерактивной динамической среды *GeoGebra*:

1) Главное меню интерактивной динамической среды *GeoGebra* представлено опциями: файл, создать, открыть, правка, сохранить, вид, перспективы, настройки, инструменты и т.д.

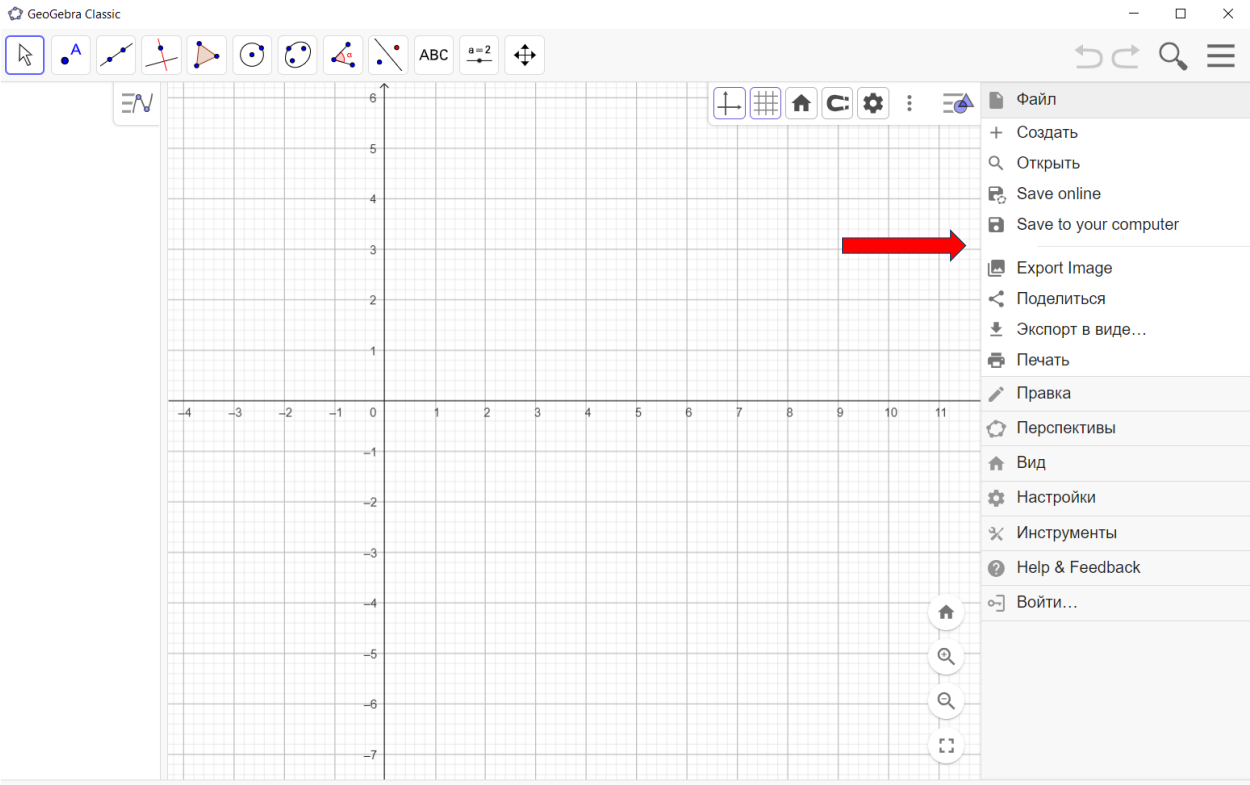


Рисунок А.1 – Главное меню среды *GeoGebra*

2) Панель инструментов среды состоит из множества инструментов с помощью которых можно выполнять различные операции в строке ввода.

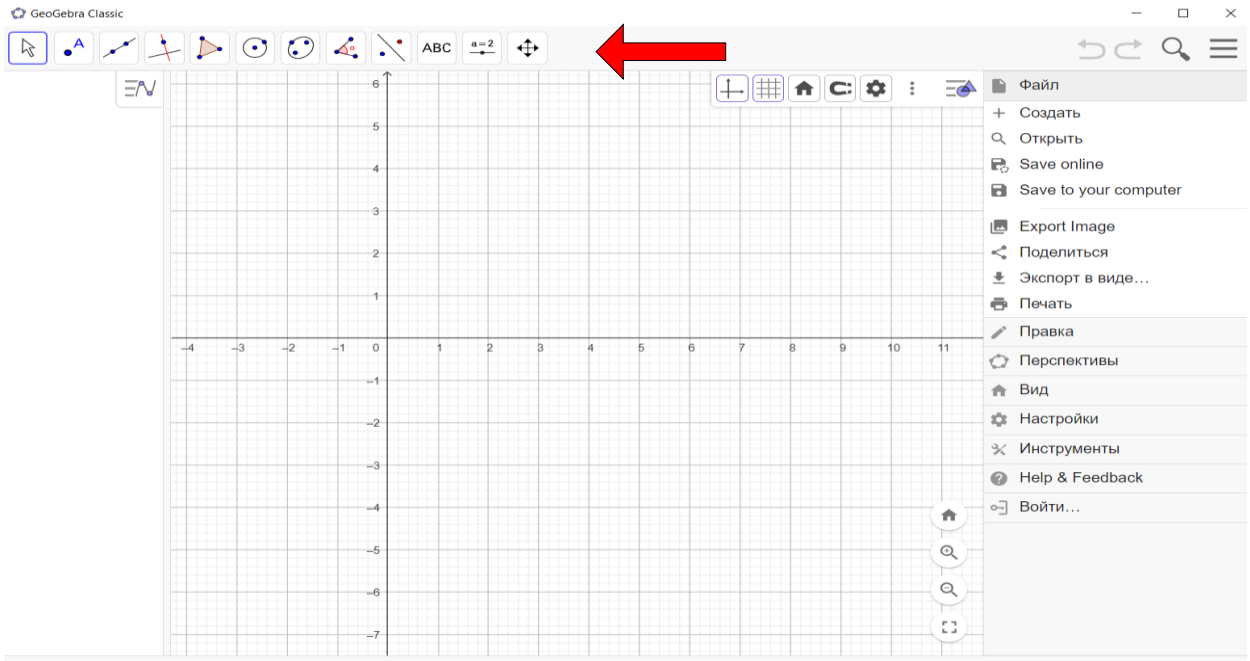


Рисунок А.2 – Панель инструментов среды *GeoGebra*

1) Рабочая область. Основную часть экрана занимает Полотно – поле для построений. Присутствующие на нём координатные оси можно скрыть, щёлкнув правой кнопкой мыши по Полотну и выбрав в появившемся меню команду «Оси». Все построения в программе производятся в рабочей области. Колесом мыши можно изменять масштаб, перемещать координатные оси по рабочей области.

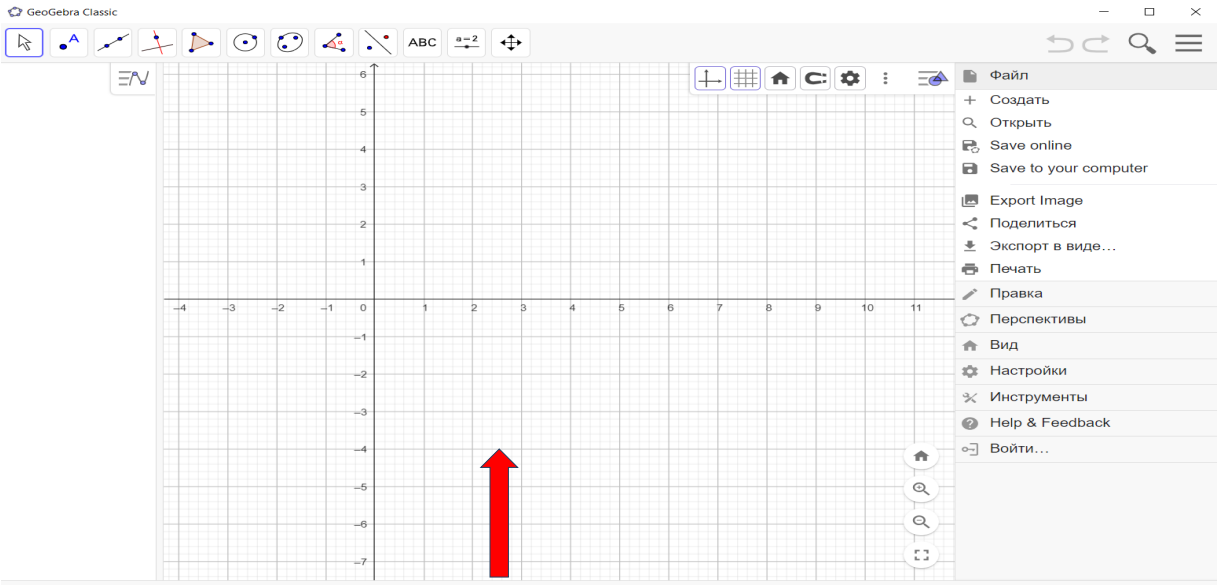


Рисунок А.3 – Полотно (рабочая область) среды *GeoGebra*

2) Панель объектов расположена слева от Полотна. Она используется для записи построенных объектов, таких как точки, линии, отрезки, векторы и уравнения линий.

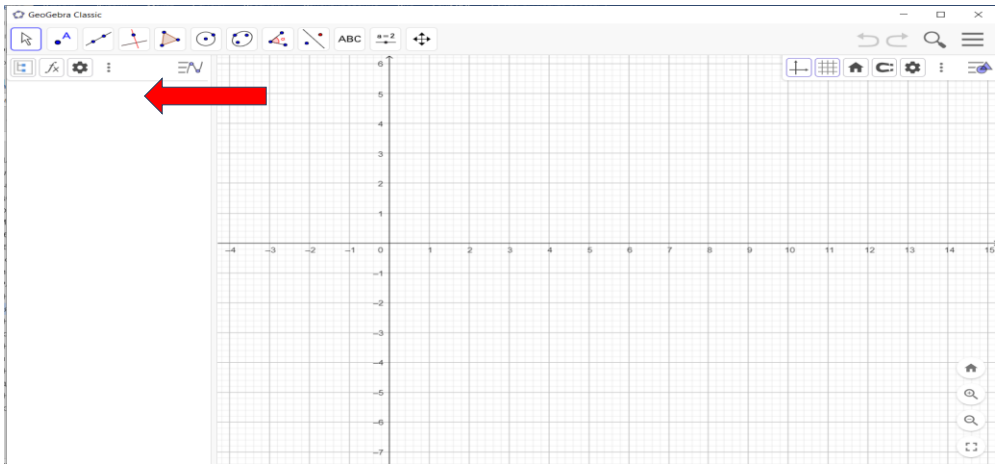


Рисунок А.4 – Панель объектов среды *GeoGebra*

3) Строка ввода. Слева от полотна находится окно «строка ввода». В строке ввода можно ввести математические, геометрические и статистические формулы, команды с заданием в скобках значений переменных. Внизу полотна расположена рабочее окно в виде «клавиатуры», где можно выбрать расклад (чисел и основных операций над ними, формул, английских и латинских букв, русских букв и математических символов).

Построение графика функции

1) Для построения графика функции введите в строку ввода уравнение прямой в виде формулы зависимости y от x. После ввода на Полотне появится график этой прямой. Для того чтобы построить график функции, достаточно в строке ввода ввести формулу функции y(x).

2) Для создания пояснительного текста воспользуйтесь кнопкой ABC. При создании текста, содержащего формулы, выберите стиль написания формул LaTeX.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б.

Примеры создания анимационных рисунков в среде *GeoGebra*

Пример 1. Анимация точки на окружности

Построим точку и окружность с центром в этой точке радиусом 2.

Построение:

1) Для построения центра окружности выбираем инструмент «Точка» (Рисунок Б.1) и кликнем курсором на Полотне. Появляется точка и автоматически обозначается латинской буквой А. Если мы хотим заменить обозначение на другую букву, то нужно нажать на правую кнопку мыши на построенную точку, выбрать команду «Переименовать» и указать другое имя.

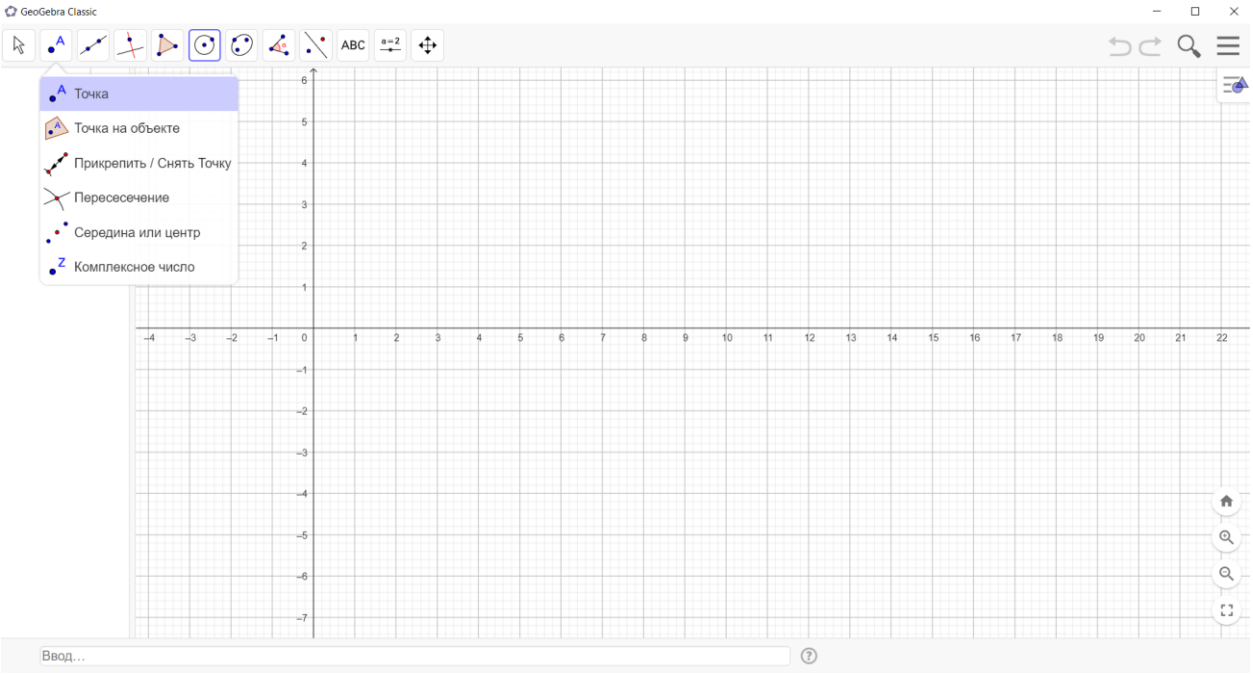


Рисунок Б.1 – Построение точки на Полотне

2) Затем на кнопке-картинке с окружностью кликнем на маленький треугольник в правом нижнем углу и в появившемся списке инструментов выбираем инструмент «Окружность по центру и радиусу». Внизу в левом углу

экрана появляется справка как пользоваться выбранным инструментом.

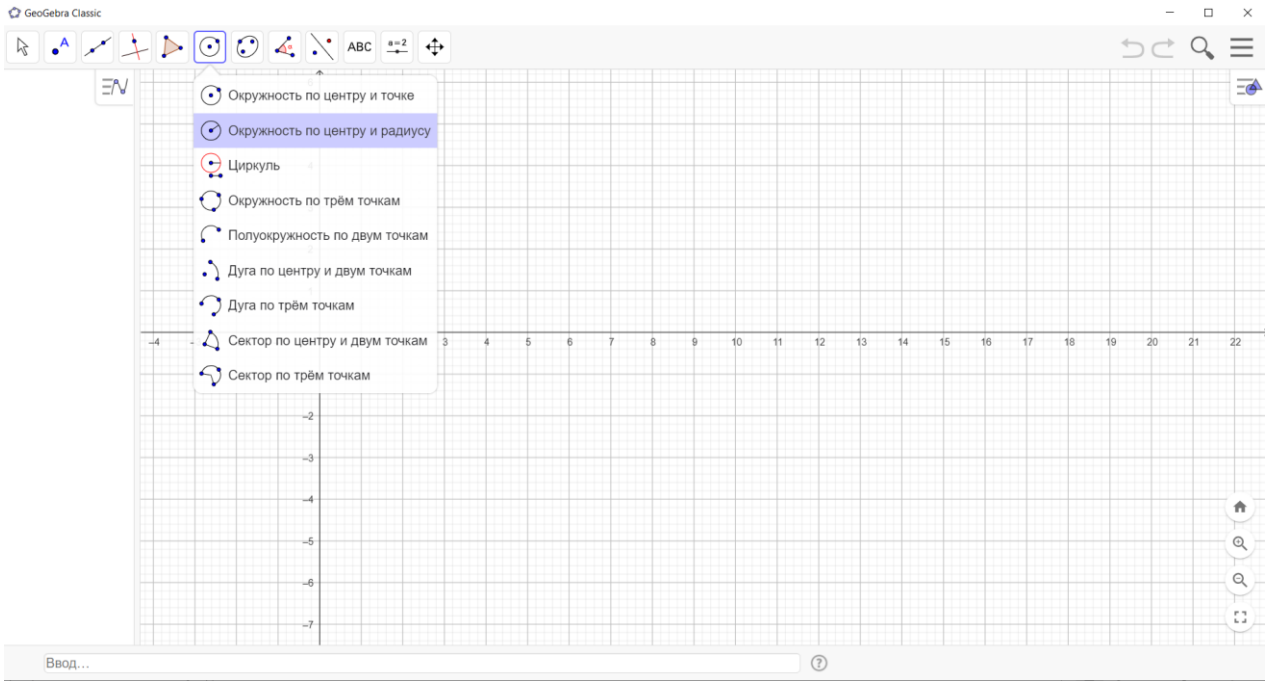


Рисунок Б.2 – Построение окружности по центру и радиусу на Полотне

3) Теперь кликнем на отмеченный центр будущей окружности и в появившейся табличке указываем радиус 2 или можно ухватив точку *C* на окружности менять радиус. На полотне появляется задуманная окружность. На «Панели объектов» видим записи построенных объектов.

4) Построенные нами точки *A* и *C* сделаем невидимыми. Для этого на Панели объектов слева от записи объекта изображен кружок. Если кликнуть на него, то он посветлеет, а соответствующий объект сделается невидимым. Чтобы вернуть объект на Полотно, нужно кликнуть на кружок повторно. Построенный на Полотне объект можно сделать невидимым и по-другому: кликнуть на него правой кнопкой мыши и в выпавшем меню выбрать «Показывать объект». Аналогично можно спрятать обозначение построенного объекта. При необходимости Панель объектов можно спрятать, воспользовавшись командой из списка «Вид».

5) На окружности построим точку (с помощью кнопки «Точка на объекте»). Компьютер предложит по умолчанию назвать ее буквой *D*. Ухватимся за точку *D* курсором и начнем ее перемещать. Замечаем, что она перемещается только по окружности, поскольку при анимации последовательность построений объектов сохраняется.

6) Для анимации точки *D* следует кликнуть на нее с помощью правой кнопкой мыши и в выпавшем меню выбрать команду «Анимировать». Одновременно в левом нижнем углу Полотна появится треугольник, позволяющий останавливать и снова запускать анимацию (Рисунок Б.3).

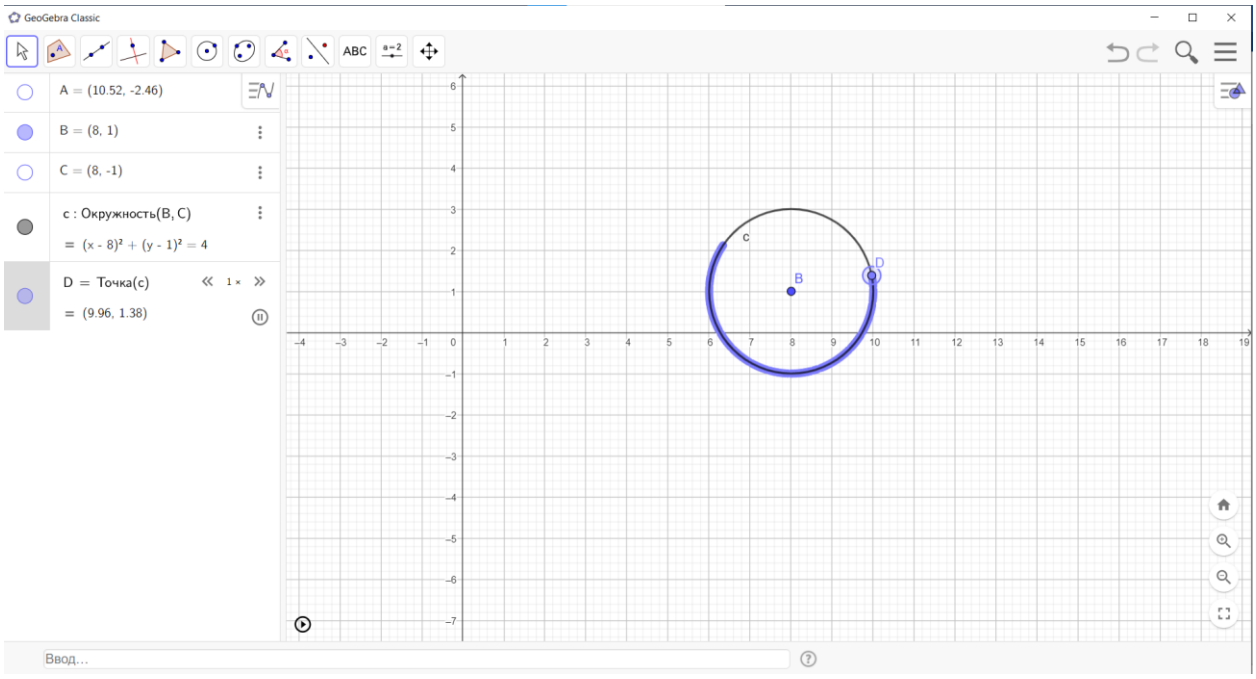


Рисунок Б.3 – Точка на окружности

7) Остановим анимацию, кликнем (правой кнопкой) на точку A и в выпавшем меню выберем команду «Оставлять след». Если теперь снова включить анимацию, то точка *D* при своем движении будет оставлять след, вычерчивая окружность.

8) Чтобы изменить толщину вычерчиваемой линии, нужно в «Свойствах» выбрать «Стиль» и указать размер точки *D*. Чтобы убрать прежние следы точки *D*, идем по схеме: Вид → Обновить.

9) Чтобы изменить параметры анимации точки *D*, нужно кликнуть на нее правой кнопкой мыши, в «Настройки» выбрать «Алгебра» и задать «Шаг», «Скорость» и «Шаг» анимации.

Пример 2. Анимация точки на прямой, луче и на отрезке

Выполните следующие *построения (*Рисунок Б.4*)*:

1) Вне осей координат постройте точку *A* с помощью инструмента «Точка», точку *B (4,5)* с помощью строки ввода (командой *B (4,5)*) и точку *O* инструментом как точку пересечения осей координат (выберите на панели инструментов картинку с точкой и в списке инструментов выберите инструмент «Пересечение двух объектов»).

2) Через точки *O* и *A* проведите прямую, точки *A* и *B* соедините отрезком, постройте луч с началом в точке *O*, проходящий через точку *B*.

3) На прямой *OA*, отрезке *AB* и на луче *OB* отметьте по точке и задайте анимацию каждой из отмеченных точек. Обратите внимание на особенности перемещения этих точек. Точка *C* на прямой уходит в одну сторону и возвращается с противоположной стороны, так что прямую можно рассматривать как «окружность бесконечного радиуса». Только на отрезке точка движется равномерно.

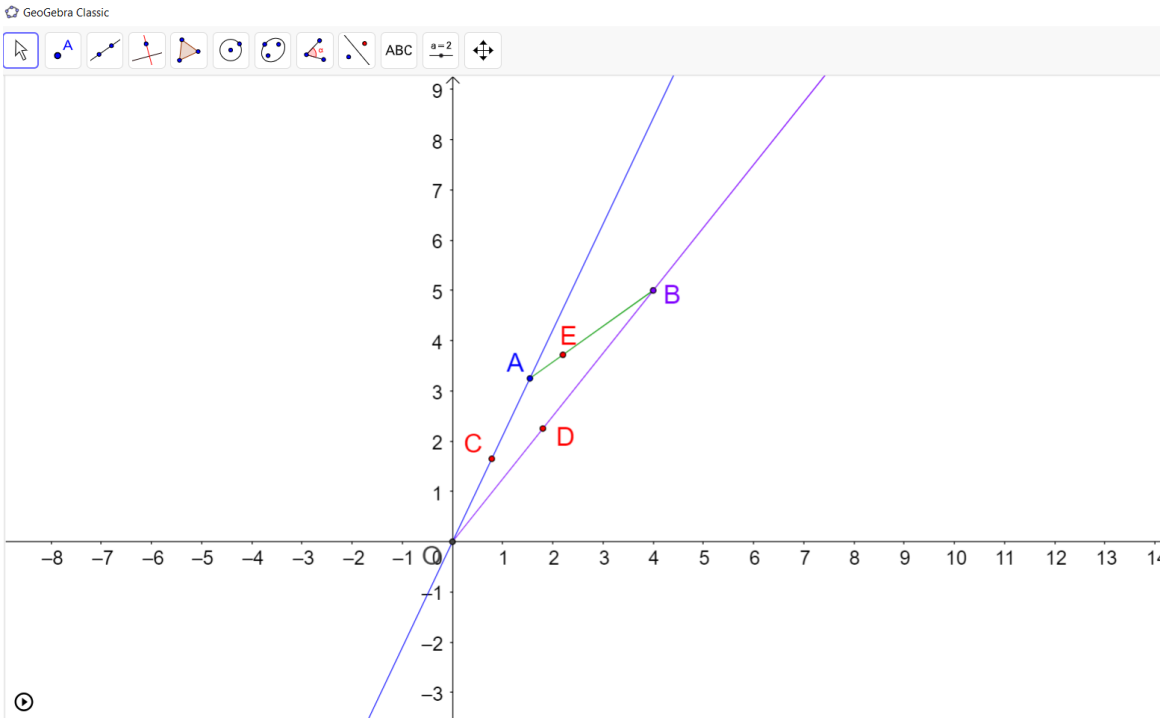


Рисунок Б.4 – Анимация точки на прямой, луче и отрезке

Пример 3. Текстовая анимация. Ползунок

На Панели инструментов можно найти очень полезный инструмент под названием «Ползунок». Он представляет собой отрезок с точкой, изображающий параметр в его границах изменения.

Построим анимационный рисунок для демонстрации расположения простых чисел в натуральном ряду (Рисунок Б.5).

Построение:

3) Построить ползунок, значение которого равен натуральным числам. В списке характеристик Ползунка выбираем «Целое число» и имя переменной n.

4) Над Ползунком делаем надпись: «Простое число». Затем, нажимаем на правую кнопку мыши и в Свойствах, Дополнительно, Условие видимости, записываем условие видимости введенного слова $a = true$. Аналогично делаем надпись «Составное число» и устанавливаем условие его видимости $a = false$

5) Строим точку *N=(n,0)*. Для этого сначала вводим (в Строку ввода) логическую команду $a = \text{Простое}[n]$, а потом *N=(n,0)*. На Панели объектов появляется запись: $a = \text{Простое}(n) = true$, если n – простое число, и запись $a = \text{Простое}(n) = false$, если n – составное число. А также на Полотне на оси *OX* появляется точка *N*.

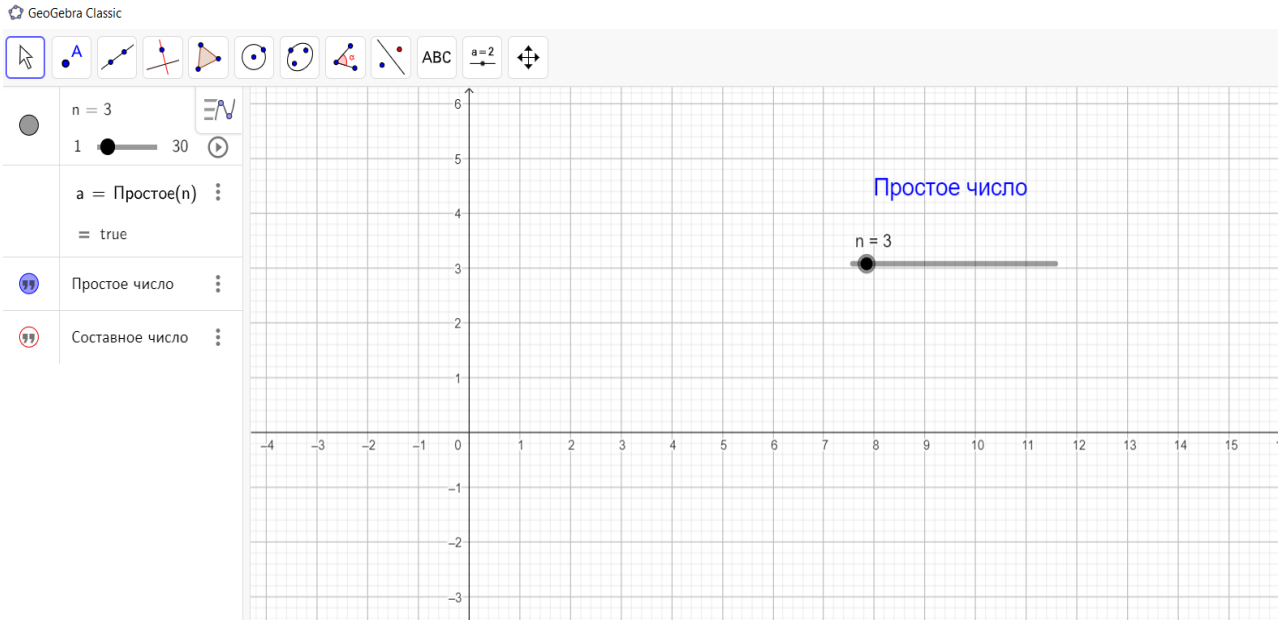


Рисунок Б.5 – Создание Ползунка на Полотне

6) Делаем аналогичные надписи над точкой N, привязывая надписи к этой точке.

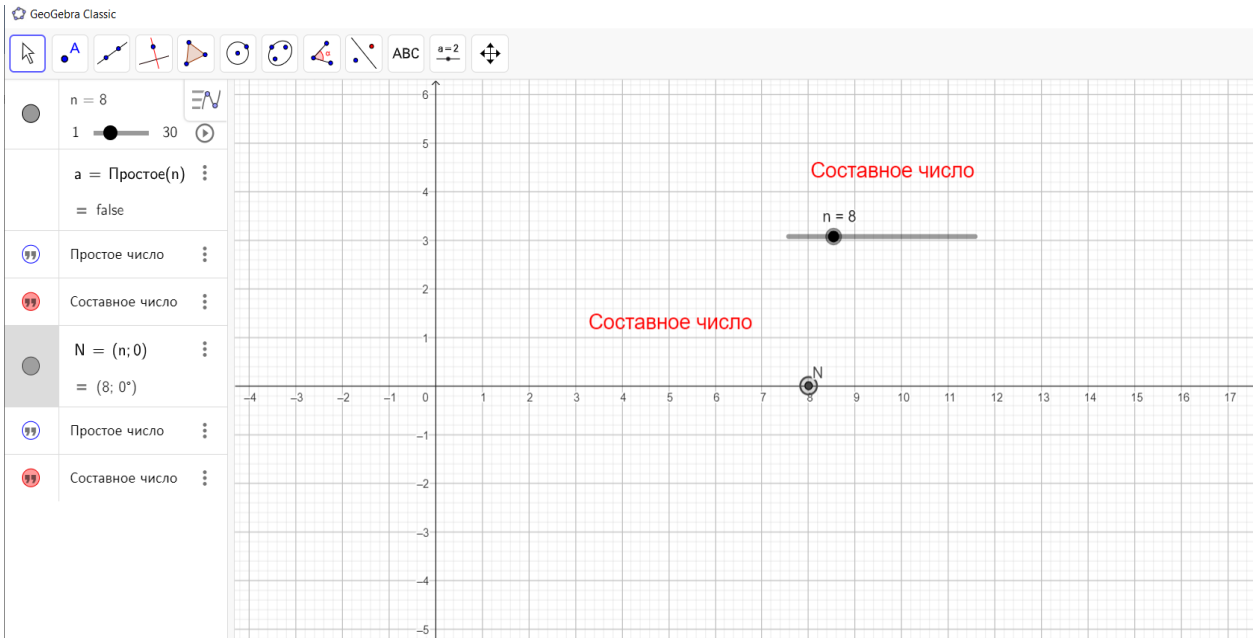


Рисунок Б.6 – Создание точки N на оси OX и надписи над точкой

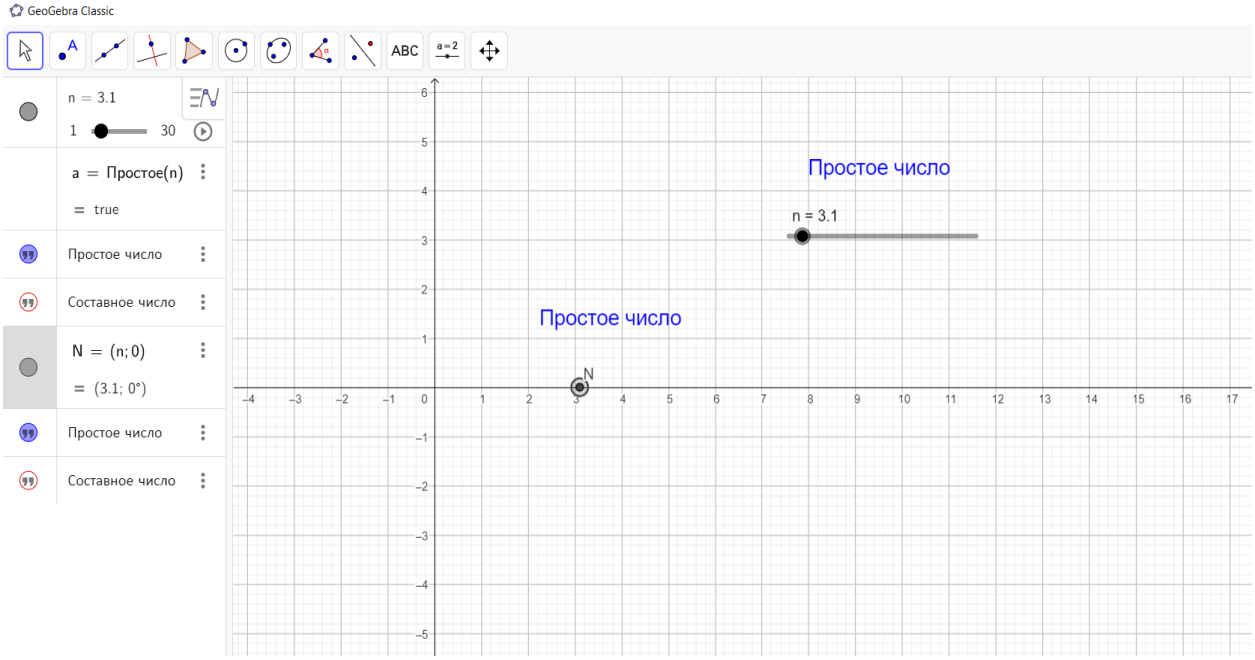


Рисунок Б.7 – Пример текстовой анимации

Перемещая точку на Ползунке, видим характеристику очередного натурального числа: простое оно или составное. Если точка N уходит с экрана, рисунок можно передвинуть с помощью инструмента «Переместить чертеж».

Пример 4. Анимационное вычерчивание графика функции

Создадим анимационное вычерчивание графика функции, например, $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$.

Построение:

1) В Строку ввода записываем: $f(x) = 3 * x\text{^}2 - 2 * x + 1$ и видим на полотне построенный график данной функции.

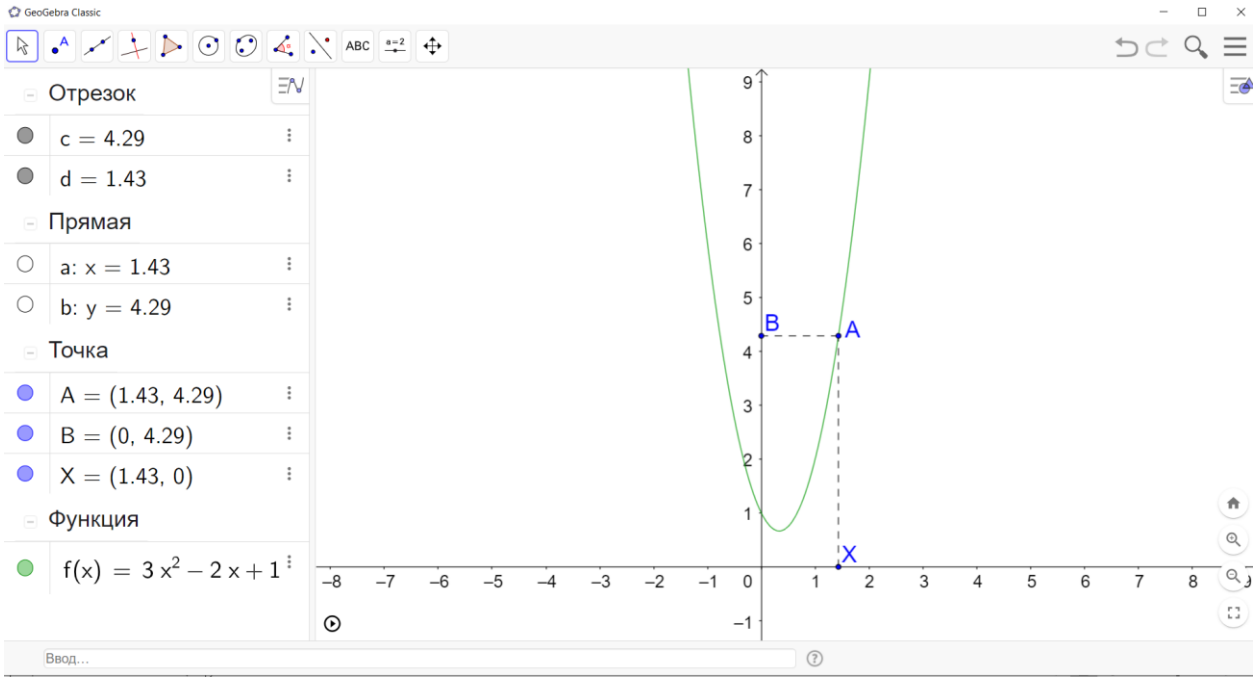


Рисунок Б.8 – Анимационное вычерчивание графика функции

2) На оси абсцисс поставим точку и обозначим ее буквой *X*.

3) Через точку *X* проведем прямую параллельно оси ординат и отметим точку *A* пересечения прямой с графиком функции. Заставим точку *A* оставлять след.

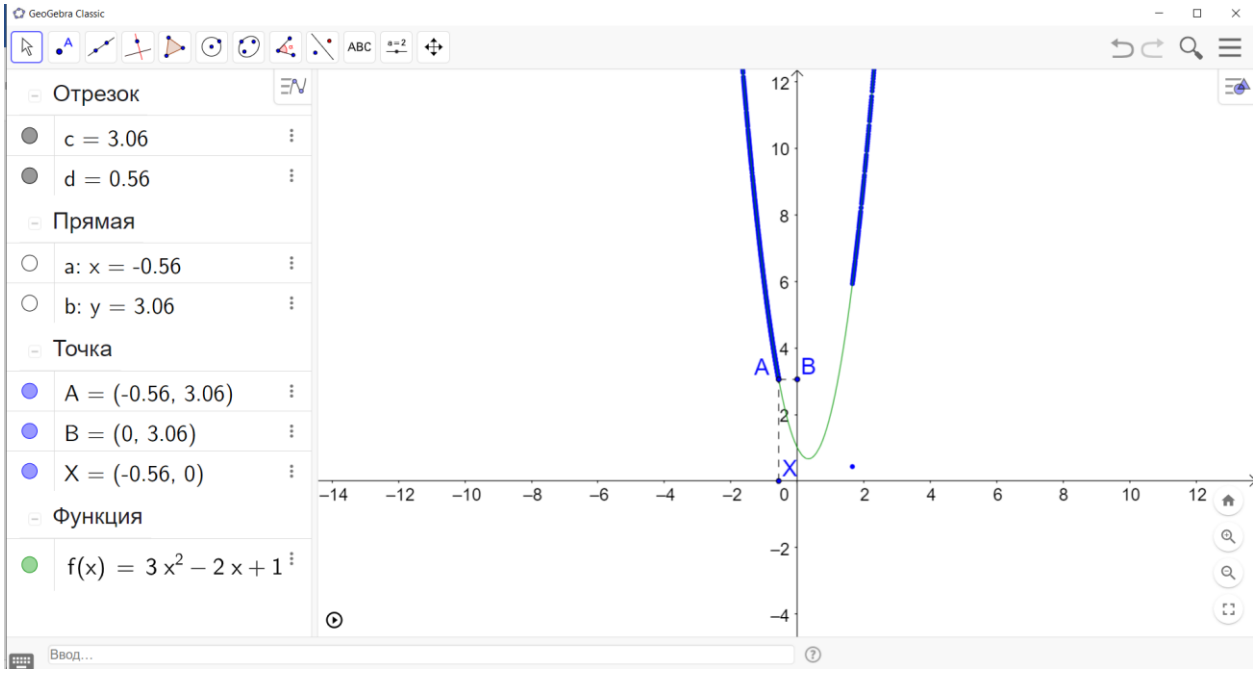


Рисунок Б.9 – Анимация точки *A*

4) Через точку *A* проведем прямую параллельно оси абсцисс и отметим точку *B* пересечения построенной горизонтали с осью ординат.

5) Построим отрезки *AX* и *AB*. Кликнем правой кнопкой на каждый из них, зайдем в «Свойства», «Стиль» и выберем штриховую линию.

6) Спрячем (сделаем невидимым) график функции и зададим анимацию точки *X* (со скоростью 0.1). На экране наблюдаем анимационное вычерчивание графика функции.

При остановленной анимации график функции можно сделать снова видимым, зацепить его с помощью правой кнопкой мыши и переместить в другое место. При этом на Панели объектов соответствующим образом изменится запись функции. Включая анимацию, видим анимационное вычерчивание новой функции.

ПРИЛОЖЕНИЕ В.

Анкета для учителей математики

Уважаемые коллеги! Просим Вас дать ответы на предлагаемые вопросы! Ваши ответы помогут оценить степень актуальности проводимого нами исследования в области разработки методики обучения алгебре учащихся-билингвов и ее внедрения в процесс обучения математике. ***Благодарим за сотрудничество!***
В какой школе Вы работаете? _____
Укажите, по какому УМК алгебры 7 класса Вы работаете? ☐ А.Г. Мерзляк и др. ☐ Ю.Н. Макарычев ☐ А.Г. Мордкович ☐ Г.В. Дорофеев ☐ другой
Используете ли Вы цифровые способы и приемы визуализации учебного материала при проведении урока для 7 класса? ☐ Да ☐ Нет
Устраивают ли Вас существующие способы визуализации, которые вы используете на уроках алгебры 7 класса? ☐ Да ☐ Нет

Знаете ли Вы, что такое компьютерная анимация? ☐ Да ☐ Нет
Вы используете математические пакеты на уроках алгебры? ☐ часто, систематически (практически на каждом уроке) ☐ иногда, несистематически (1-3 раз в месяц) ☐ очень редко (не более 2-4 раз в учебном году) ☐ никогда
В случае положительного ответа на предыдущий вопрос, какие математические пакеты Вы используете в процессе обучения алгебре? ☐ Живая Математика ☐ GeoGebra ☐ Математический конструктор ☐ другой
С какими проблемами Вы сталкиваетесь в обучении алгебре учащихся 7 классов? _____
Мешает ли Вам при работе с учениками языковые проблемы, связанные с незнанием русского языка? ☐ Да ☐ Нет
Как Вы оцениваете важность применения компьютерной анимации на уроках алгебры 7 класса по 10-бальной шкале? _____
Возникает ли у Вас потребность в наличии методики обучения алгебре 7 класса с применением компьютерной анимации? _____

ПРИЛОЖЕНИЕ Г.

Задания для проведения итогового диагностического тестирования

Вариант 1

А1. Выполните действия и поставьте у данных ответов букву выполненного действия.

1) $2{,}3 + 7x^2 + (-10x^2 + 1{,}7x)$;

2) $2{,}3 + 7x^2 - (1 - 3x^2)$;

3) $1 - 3x^2 - (-10x^2 + 1{,}7x)$.

Ответ:

1	2	3

а) $7x^2 - 1{,}7x + 1$;

б) $-3x^2 + 1{,}7x + 2{,}3$;

в) $10x^2 + 1{,}3$;

г) $6x^2 - 7x + 1{,}3$.

А2. Запишите в стандартном виде многочлен $3x \cdot 5y^3 - 4xy \cdot 5y + 0{,}5x \cdot 6yx$

1) $15xy^3 - 20xy^2 + 3y^2x$;

2) $15xy^3 - 20xy^2 + 3x^2y$;

3) $-15xy^3 + 20xy^2 + 0{,}3x^2y$;

4) $15x^3y^3 - 20xy^2 + 3x^2y$.

А3. Преобразуйте в многочлен стандартного вида $(y^5 + y^3 - y) - (y^3 + y - 5)$

1) $y^5 - y + 5$;

2) $y^5 - 5$;

3) $y^5 - 2y - 5$;

4) $y^5 - 2y + 5$.

А4. Вычислите значение многочлена $3x^2 - 2x - 4$, при $x = -1$

1) -5;

2) 1;

3) -9;

4) -1.

А5. Упростите выражение и поставьте у данных ответов букву выполненного действия.

1) $7(6x^2 - 5x - 9)$;

2) $-3(x - 9) - 8(x - 7)$;

3) $6x\ (2x+3) - 7x\ (4 - 10x)$.

Ответ:

1	2	3

а) $42x^2 - 35x + 63$; д) $5x - 16$;

б) $-11x - 83$; е) $-11x + 83$;

в) $42x^2 - 5x - 9$; ж) $82x^2 - 10x$;

г) $42x^2 - 35x - 63$; з) $82x^2 + 46x$.

А6. Найдите значение выражения $6a\ (a+7b) - 7b\ (6a - b) - 7b\ (b+1)$ при a = – 0,5; b = 0,6.

1) -2,7;
2) 5,7;
3) 2,7;
4) -5,7.

А7. Решите уравнение $16x^2 - (4x-2)(4x+3) = -22$ и запишите ответ.

Ответ: | | |

А8. Разложите на множители многочлен $12b^3k^4 - 6b^4k + 3b^6k^5$

1) $3b^3k(4k^3 + 2b - b^3k^4)$; 3) $4b^3k(3k + 2b + b^3k^4)$;
2) $3b^3k(4k^3 - 2b + b^3k^4)$; 4) $4b^3k(3k - 2b + b^3k^4)$.

А9. Разложите на множители многочлен $mn + mt + 2n + 2t$

1) $(n+2)(m+t)$; 3) $mnt + 4nt$;
2) $(n+t)(m+2)$; 4) $(m+n)(2+t)$.

А10. Упростите выражение и напишите ответ: $4(m^2 - n^2) + 5(m-n)(m+n)$

А11. На что делится значение выражения $m(m-4) - (m+3)(m-4)$ при всех целых m? Напишите решение и ответ.

А12. При каких значениях параметра а многочлен $(a^2-1)x^4 + 2x^3 + (\text{a} - 1)\text{x} - 3$ будет:

1) приведенным;

2) многочленом четвертой степени;

3) многочленом третьей степени.

Вариант 2

А1. Выполните действия и поставьте у данных ответов букву выполненного действия.

1) $2{,}3 + 7x^2 - (-10x^2 + 1{,}7x)$;

2) $2{,}3 + 7x^2 - (1 + 3x^2)$;

3) $1 - 3x^2 - (-10x^2 - 1{,}7x)$.

Ответы:

1	2	3

а) $17x^2 - 1{,}7x + 2{,}3$;

б) $7x^2 + 1{,}7x + 1$;

в) $10x^2 + 1{,}3$;

г) $13x^2 + 1{,}7x + 1$.

А2. Запишите в стандартном виде многочлен $4x \cdot (-5)y^3 + 4xy \cdot 5y - 0{,}5x \cdot 6yx$

1) $20y^3 - 20xy^2 + 3y^2x$

2) $20xy^3 - 20xy^2 + 3x^2y$

3) $-20xy^3 + 20xy^2 - 3x^2y$

4) $20x^3y^3 - 20xy^2 + 0{,}3x^2y$

А3. Преобразуйте в многочлен стандартного вида $(y^5 - y^3 + y) - (y^3 - y + 5)$

1) $y^5 - y + 5$

2) $y^5 - 5$

3) $y^5 - 2y - 5$

4) $y^5 - 2y^3 + 2y + 5$

А4. Вычислите значение многочлена $3x^2 - 2x - 4$ при $x = -3$

1) -29

2) 29

3) 37

4) -37

А5. Упростите выражение и поставьте у данных ответов букву выполненного действия.

1) $-7(-6x^2 + 5x - 9)$;

2) $-3(x + 9) - 8(x + 7)$;

3) $6x\,(2x - 3) - 7x\,(4 + 10x)$.

Ответ:

1	2	3

а) $42x^2 - 35x - 63$; г) $42x^2 - 35x + 63$; ж) $58x^2 - 46x$;

б) $-11x - 83$; д) $5x - 16$; з) $-58x^2 - 46x$.

в) $42x^2 - 5x - 9$; е) $-11x + 83$;

А6. Найдите значение выражения $-6a\,(a - 7b) - 7b\,(6a + b) - 7b\,(-b - 1)$ при а = –1,5; b = 2.

5) -0,5;
6) 5,5;
7) 0,5;
8) -5,5.

А7. Решите уравнение $25x^2 - (5x - 2)(5x + 3) = -19$ и запишите ответ.

Ответ:

А8. Разложите на множители многочлен $16a^3k^2 - 4a^4k + 8a^6k^5$

3) $4a^3k(4k + a - 2a^3k^4)$; 3) $4a^3k(4k + a + 2a^3k^4)$;

4) $4a^3k(4k - a + 2a^3k^4)$; 4) $4a^3k(4k - a + 2a^3k^4)$.

А9. Разложите на множители многочлен $3mn + 3mt - n - t$

3) $(n + 2)(3m + t)$; 3) $mnt + 4nt$;

4) $(n + t)(3m - 1)$; 4) $(m + n)(3 + t)$.

А10. Упростите выражение и напишите ответ: $-(m^2 - n^2) + 2(m - n)(m + n)$

А11. На что делится значение выражения $2n(n + 3) - (n + 3)(n - 5)$ при всех целых n?

А12. При каких значениях параметра a многочлен $(a^2 - 4)x^4 - 2x^3 + (2a - 1)x - 4$ будет:

1) приведенным;
2) многочленом четвертой степени;
3) многочленом третьей степени.

ПРИЛОЖЕНИЕ Д.

Критерии оценивания по алгебре

Высокий уровень (оценка «5»). Высокий уровень относится к тем учащимся, которые справились с работой по алгебре отлично, то есть все математические вычисления и преобразования выполнены правильно, ход решения задания (задачи) оформлен последовательно и при необходимости выполнена проверка полученного решения. Важно отметить, что учащиеся с высоким уровнем знаний могут решить текстовые задачи и еще другим способом, а при решении математических примеров не допускают ошибок.

Повышенный уровень (оценка «4»). Учащиеся выполняют работы с одной или с двумя негрубыми ошибками. Это говорит о том, что учащиеся обладают твердыми знаниями по предмету. Учащиеся с повышенным уровнем знаний могут решить текстовые задачи, но забыв одно действие, а при решении математических примеров допустив негрубые ошибки.

Базовый уровень (оценка «3»). Учащиеся, обладающие с базовым уровнем знаний, допускают 3 или 4 ошибки или выполняют больше половины контрольных и самостоятельных работ. Показатель у учащегося базового уровня знаний говорит о том, что он может поработать над своими пробелами и продолжить обучаться на следующем уровне.

Низкий уровень оценки («2» или «1») выставляется, если количество ошибок превышает допустимый предел для проходной оценки или если менее половины от общего объема работ выполнено правильно. Данный уровень подтверждает, что учащийся не освоил необходимый объем учебного материала по алгебре. Также показывает, что у учащегося имеются пробелы в полученных знаниях, что приводит к невозможности дальше обучаться. Эти учащиеся нуждаются в диагностике, анализе пропущенных пробелов, а также в педагогической консультации и помощи для достижения базового уровня знаний.

ПРИЛОЖЕНИЕ Е.

Акт о внедрении результатов диссертационного исследования

Министерство образования Российской Федерации
Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Гимназия №5 г. Кызыла Республики Тыва»,
ул. Московская, д.105/1, тел. +7 (39422) 3-28-22, e-mail: gimnaz5@mail.ru

АКТ

о внедрении в учебный процесс результатов диссертационной работы

Настоящим актом подтверждается, что результаты диссертационного исследования «Методика обучения алгебре учеников-билингвов 7 класса с использованием компьютерной анимации на примере Республики Тыва» старшего преподавателя Сарыглар Сайдыс Васильевны, представленного на соискание ученой степени кандидата педагогических наук по специальности 5.8.2 – Теория и методика обучения и воспитания (математика), внедрены в образовательный процесс в качестве эксперимента в 7 классах муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения «Гимназия № 5 г. Кызыла Республики Тыва».

Методическая модель и методика обучения алгебре учеников-билингвов 7 класса с использованием компьютерной анимации на примере Республики Тыва, направленные на повышение результативности обучения алгебре учеников-билингвов 7 класса с использованием альбома анимационных рисунков с биллингвальной поддержкой в цифровой среде, использованы старшим преподавателем Сарыглар Сайдыс Васильевной в 7 классах с 2019 по 2021 гг.

Идеи Сайдыс Васильевны по использованию компьютерной анимации при обучении алгебре, направленные на повышение у учащихся заинтересованности в совершенствовании своих знаний и навыков, и мотивации, могут быть применены в качестве теоретической и практической основы для проведения дальнейших исследований в области создания и использования анимационного контента в процессе обучения математике в школе и при подготовке учителей в вузах.

20.05.2024 г.

Директор муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения «Гимназия № 5 г. Кызыла Республики Тыва» _____/М.В. Горбунова