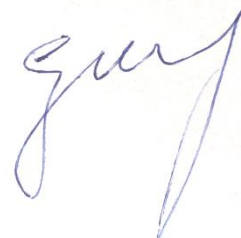


Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи



**Есин Роман Витальевич**

**ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ  
БАКАЛАВРОВ НАПРАВЛЕНИЯ ПОДГОТОВКИ  
«ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА»  
В ЭЛЕКТРОННОЙ СРЕДЕ**

13.00.02 – «Теория и методика обучения и воспитания»  
(математика)

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени кандидата педагогических наук

Научный руководитель:

кандидат технических наук, доцент

Вайнштейн Юлия Владимировна

Красноярск – 2019

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ	
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ В ЭЛЕКТРОННОЙ СРЕДЕ .....	
1.1 Особенности формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» .....	20
1.2 Индивидуализация образования в условиях электронного обучения .....	37
1.3 Методическая модель формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде .....	61
ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1 .....	88
ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ	
КОМПЕТЕНТНОСТИ НА ОСНОВЕ ПОСТРОЕНИЯ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ	
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ В ЭЛЕКТРОННОЙ СРЕДЕ .....	
2.1. Особенности разработки методики формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в электронной среде .....	90
2.2 Электронный обучающий курс как средство реализации методики формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения индивидуальной образовательной траектории .....	104
2.3 Апробация методики формирования математической компетентности в ЭОК «Теория вероятностей» .....	147
ВЫВОДЫ ПО ВТОРОЙ ГЛАВЕ .....	176
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	178
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	180
ПРИЛОЖЕНИЯ .....	201
Приложение А. Лекция-тренажер «Основные понятия выборочного метода»	201

Приложение Б. Поэтапная задача-тренажер «Метод максимального правдоподобия для оценки неизвестного параметра однопараметрического семейства распределений» .....	219
Приложение В. Модифицированный опросник «Шкала академической мотивации» .....	223
Приложение Г. Модифицированный опросник рефлексивности А.В. Карпова	227
Приложение Д. Бланк рефлексии в электронной среде .....	230
Приложение Е. Акт о внедрении результатов диссертационной работы .....	232

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность исследования.** Изменения в социально-экономической сфере, происходящие с начала XXI века обусловлены стремительным технологическим скачком. Постоянно растущий поток информации, процессы глобализации и информатизации затрагивают различные сферы жизни общества, в связи с чем возникает необходимость подготовки высококвалифицированных выпускников в области информационных технологий для развития экономики страны и конкурентоспособности на международной арене.

ФГОС ВО третьего поколения разработаны на основе компетентного подхода и ориентируют выпускников на приобретение профессиональной компетентности для решения профессиональных задач. Концепция развития математического образования в Российской Федерации и профессиональные стандарты, соответствующие профессиональной деятельности выпускников в области информационных технологий определяют значимость математической подготовки в профессиональном развитии. Анализ работ В.Н. Аниськина, И.П. Дудиной, М.И. Дьяченко, Э.Ф. Зеера, И.А. Зимней, Н.В. Кузьминой, В.В. Лаптева, М.М. Манушкиной, Ю.В. Фролова, В.Д. Шадрикова и др., посвященных феномену профессиональной компетентности бакалавров в области информационных технологий показал, что базисом ее формирования является математическая компетентность.

В условиях развития информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) ряд документов, определяющий политику государства в области образования, отмечает важность развития обучения, ориентированного на индивидуализацию и электронные образовательные технологии: «Федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования» нового поколения, «Государственная программа Российской Федерации «Развитие образования» на 2018-2025 годы», «Современная цифровая образовательная среда в Российской Федерации», «Национальная доктрина образования в Российской Федерации». Данные документы определяют нормативно-правовую базу для модернизации

образовательного процесса с учетом индивидуальных характеристик студентов, включая создание информационной образовательной среды, новых подходов и методов электронного обучения (ЭО), механизмов и инструментов формирования результатов обучения в электронной среде (ЭС). Перспективным направлением становится построение индивидуальных образовательных траекторий (ИОТ), для которого необходимо создавать пространство учебных материалов, способное подстраиваться под каждого конкретного студента с учетом его индивидуальных характеристик. В связи с этим возникает необходимость разработки новых подходов к проектированию индивидуальных образовательных траекторий при изучении математических дисциплин, которые будут способствовать формированию математической компетентности в электронной среде в процессе организованной математической деятельности студентов.

Основные положения математической деятельности обучающихся представлены в исследованиях отечественных ученых педагогов и психологов В.И. Андреева, Ю.К. Бабанского, Д.Б. Богоявленской, И.В. Дробышевой, И.А. Зимней, И.Я. Лернера, В.А. Леонтовича, А.С. Обухова, С.И. Осиповой, В.П. Середенко, М.Н. Скаткина, А.В. Хуторского, С.Т. Шацкого и др. Отдельные аспекты формирования математической компетентности студентов инженерных направлений подготовки изучались в работах В.А. Далингера, Л.К. Иляшенко, О.А. Карнауховой, Л.Д. Кудрявцева, И.Г. Михайловой, М.В. Носкова, С.А. Розановой, В.А. Шершневой, Л.В. Шкериной и др. Потенциал применения электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в процессе изучения математических дисциплин различных направлений подготовки изучался в работах А.А. Андреева, В.П. Беспалько, Н.В. Гафуровой, В.В. Гриншкуна, П.П. Дьячука, М.П. Лапчика, В.Р. Майера, Е.С. Полат, Н.И. Пака, Э.Г. Скибицкого, А.В. Хуторского и др. Вопросами методики организации математической деятельности обучающихся в электронной среде занимались П.Л. Брусилковский, П.П. Дьячук И.О. Кравец, М.П. Лапчик, Н.И. Пак, И.Р. Роберт, М.И. Рагулина, Э.Г. Скибицкий, О.Г. Смолянинова и др.

Однако существующие подходы к формированию математической компетентности выпускников недостаточно ориентированы на работу в электронной среде или требуют модернизации и совершенствования в условиях интенсивного развития информационно-коммуникационных технологий. Повышение эффективности учебной деятельности студентов связано с формированием познавательной самостоятельности студентов, способности к самообучению и непрерывному образованию. Следует отметить, что в условиях современных образовательных трендов самоорганизацию образовательной деятельности и самообучение через самостоятельную работу студентов целесообразно реализовывать в электронной среде.

Отмечая значимость рассмотренных работ для решения проблем реализации требований ФГОС ВО в части математической подготовки студентов, констатируем, что остаются слабо изученными возможности применения электронной среды для формирования математической компетентности бакалавров, недостаточно разработана методика самоорганизации и самообучения студентов в электронной среде. Это позволяет говорить об отсутствии научно обоснованной методики формирования математической компетентности в процессе обучения математике в электронной среде, которая учитывает индивидуальные характеристики студентов и соответствует нормативным требованиям к подготовке бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника».

Совокупность отмеченных проблем обуславливает актуальность разработки методики формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде.

Анализ нормативных документов, научно-методической и учебной литературы, а также практика обучения математике в техническом вузе позволяет выделить ряд **противоречий**:

– на *социально-педагогическом* уровне: между объективной необходимостью индивидуализации образования в электронной среде и

недостаточном учете индивидуальных характеристик, обучающихся при формировании математической компетентности в условиях электронного обучения;

– *на научно-теоретическом уровне*: между разработанными общетеоретическими положениями об организации обучения математике в электронной среде и недостаточном использовании этого потенциала для формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника»;

– *на научно-методическом уровне*: между существующими возможностями организации обучения математике в электронной среде и отсутствием результативной методики этого обучения, позволяющей формировать математическую компетентность.

Необходимость разрешения указанных противоречий определяет **проблему** исследования, которая заключается в разработке результативных методических решений по формированию математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе индивидуальной образовательной траектории в электронной среде.

Недостаточная разработанность обозначенной проблемы на теоретическом уровне, востребованность ее практического решения, обусловленная объективными требованиями к выпускнику вуза, определили выбор **темы** исследования: «Формирование математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в электронной среде».

**Цель исследования**: научно обосновать, разработать методику формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде и проверить ее результативность.

**Объект исследования:** процесс обучения математике бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в электронной среде.

**Предмет исследования:** формирование математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в электронной среде.

**Гипотеза исследования:** формирование математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в процессе обучения математике в электронной среде будет результативным, если использовать специальную методику при которой:

– в основу разработки структурно-содержательной и методической моделей формирования математической компетентности заложены дидактические принципы формирования предметной компетентности в процессе обучения математике в электронной среде на основе анализа требований ФГОС ВО и профессиональных стандартов;

– содержание обучения математике в электронной среде имеет вариативное многоуровневое представление материала, обеспечивающее построение индивидуальной образовательной траектории с учетом индивидуальных характеристик студента;

– электронный обучающий курс разработан с применением комплекса современных образовательных средств и методов в форме смешанного обучения.

Согласно поставленной цели, гипотезе, предмету и объекту исследования, определены **задачи** исследования:

1. Конкретизировать сущность и разработать структурно-содержательную модель математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в электронной среде.

2. Разработать методическую модель формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде.



3. Разработать электронный обучающий курс по дисциплине «Теория вероятностей» с применением комплекса современных образовательных средств и методов в форме смешанного обучения, в соответствии с предложенной методической моделью формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника».

4. Разработать методику формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения индивидуальной образовательной траектории студента в электронной среде.

5. Осуществить апробацию методики формирования математической компетентности на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронном обучающем курсе по дисциплине «Теория вероятностей» в процессе обучения бакалавров направления подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника».

**Методологическую основу исследования составляют:**

– *системный подход* (В.Г. Афанасьев, В.П. Беспалько, Н. Винер, Н.В. Кузьмина, К.Н. Лунгу, А.М. Новиков, В.Н. Садовский, Э.Г. Юдин и др.), позволивший рассматривать математическую компетентность бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» как целостную структуру, а процесс ее формирования в электронной среде как подсистему целостной системы обучения в вузе;

– *компетентностный подход* (В.А. Адольф, А.А. Вербицкий, Б.С. Гершунский, Э.Ф. Зеер, И.А. Зимняя, С.И. Осипова, Ю.Г. Татур А.В. Хуторской, В.А. Шершнева, Л.В. Шкерина и др.), определяющий цели и результаты математической подготовки студентов в области профессиональной деятельности, что повлияло на отбор содержания обучения математике;

– *лично-ориентированный подход* (Е.В. Бондаревская, Н.В. Гафурова, А.С. Границкая, И.А. Зимняя, А.А. Кирсанов, С.И. Осипова, И.С. Якиманская и др.), определяющий студента как субъекта образовательного процесса и

приоритетность индивидуальных характеристик в формировании математической компетентности в процессе математической подготовки в электронной среде;

– *деятельностный подход* (Б.Г. Ананьев, Г.А. Атанов, Л.С. Выготский, П.Я. Гальперин, В.В. Давыдов, М.И. Дьяченко, А.Н. Леонтьев, Н.Ф. Талызина, С.Л. Рубинштейн, В.Д. Шадриков, Д.Б. Эльконин, Э.Г. Юдин и др.), обуславливающий приоритетность активных методов обучения для формирования составляющих математической компетентности студентов;

– *задачный подход* (П.К. Анохин, Г.А. Балл, П.Я. Гальперин, В.В. Давыдов, Д. Пойа, Л.М. Фридман и др.), определяющий учебную задачу как единицу учебной деятельности и обосновывающий целесообразность комплекса современных образовательных средств и методов, реализуемых в электронной среде при формировании математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника».

**Теоретическую основу исследования составили:**

труды, раскрывающие сущность профессиональной направленности обучения математике студентов в вузе (Н.Я. Виленкин, В.Р. Майер, А.Г. Мордкович, М.М. Миншин, М.В. Носков, С.И. Осипова, Э.Г. Скибицкий, В.В. Фирсов, И.М. Шапиро, В.А. Шершнева, Л.В. Шкерина и др.); содержания и методов обучения (В.П. Беспалько, А.А. Вербицкий, В.И. Загвязинский, И.А. Зимняя, Л.Д. Кудрявцев, И.Я. Лернер, М.Н. Скаткин, А.В. Хуторской и др.); работы в области теории информатизации образования (А.А. Андреев, В.П. Беспалько, Э.Ф. Зеер, А.А. Кузнецов, М.П. Лапчик, С. Пейперт, Е.С. Полат, Н.И. Пак, Е.А. Ракитина, И.В. Роберт, А.Ю. Уваров и др.); работы в области использования дистанционных и электронных форм обучения (А.А. Андреев, Ю.В. Вайнштейн, С.Г. Григорьев, Т.О. Кочеткова, Н.В. Ломовцева, Е.С. Полат, А.В. Хуторской, В.С. Шаров и др.); теория микрообучения (А.А. Федосеев, M. Lindner, S. Mosel, E. Masie, A. Schmindt и др.); теория проблемного обучения (В.А. Крутецкий, Т.В. Кудрявцев, И.Я. Лернер, А.М. Матюшкин, М.И. Махмутов, В. Оконь и др.); теория программированного обучения (В.П. Беспалько, П.Я. Гальперин, Н.А. Краудер, Б.Ф. Скиннер и др.); теория игры и геймификации

деятельности (Б.П. Дьяконов, К. Вербих, Г. Зикерман, К. Карп, Б.П. Орлов, С.А. Титов, Д. Хантер, Ю. Чоу и др.); теория мотивации и рефлексии учебной деятельности (Н.А. Бакшаева, Н.В. Бордовская, А.А. Вербицкий, Т.О. Гордеева, Д.А. Леонтьев, Е.Н. Осин, В.А. Сластенин, Г.П. Щедровицкий и др.), теории междисциплинарных связей в вузе (В.А. Далингер, М.П. Лапчик, Н.И. Пак, М.И. Рагулина, Е.К. Хеннер, В.А. Шершнева, Л.В. Шкерина и др.).

**Методы исследования:**

– *теоретические*: сравнительно-сопоставительный анализ психолого-педагогической, научно-методической литературы, анализ ФГОС ВО, нормативных документов по проблеме исследования; обобщение отечественного и зарубежного опыта; построение гипотез, педагогическое моделирование;

– *эмпирические*: анкетирование, тестирование, наблюдение, экспертная оценка, самооценка, диагностика уровня сформированности математической компетентности;

– *статистические*: сбор статистической информации, математические методы обработки экспериментальных данных, полученных в ходе исследования, их качественный и количественный анализ.

**Экспериментальная база исследования:** ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет». В исследовании приняли участие 174 студента, обучающиеся по направлению подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» в течение 3 лет.

**Личный вклад соискателя** заключается в постановке проблемы исследования, выдвижении научной идеи, анализе разработанности сформулированной проблемы в научно-педагогической литературе, в выявлении теоретико-методологических предпосылок исследования, обосновании основной идеи исследования, разработке структурно-содержательной и методической моделей формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника»; в проектировании и разработке электронного обучающего курса по дисциплине «Теория вероятностей»; разработке методики формирования математической

компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде; проведении опытно-экспериментальной работы.

#### **Основные этапы исследования (2014-2018 гг.):**

Первый этап (2014-2015 гг.) – поисково-теоретический, на котором проводился теоретический анализ степени разработанности проблемы исследования, определялись методология, цель, гипотеза, задачи исследования, анализ государственных нормативных документов, уточнение понятийно-категориального аппарата, обосновывалось содержание и этапы опытно-экспериментальной работы, обосновывались методы изучения исследуемого феномена.

Второй этап (2015-2017 гг.) – опытно-экспериментальный, на котором проводилась разработка структурно-содержательной модели математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в электронной среде и методической модели ее формирования, создание методики формирования математической компетентности на основе построения индивидуальной образовательной траектории, проектирование, разработка, апробация и внедрение в учебный процесс электронного обучающего курса «Теория вероятностей», методического обеспечения к нему, включающего теоретический материал в нескольких редакциях изложения, комплекс поэтапных «задач-тренажеров», электронных семинаров.

Третий этап (2017-2018 гг.) – обобщающий, на котором проводились анализ, систематизация и обобщение результатов, осуществлялось оформление диссертационного исследования.

#### **Научная новизна исследования:**

– разработана научная идея формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде, учитывающей уровень усвоения

образовательного контента, уровень мотивации и уровень активности в электронной среде;

– выделена и охарактеризована совокупность математических компетенций, осваиваемых в процессе математической подготовки бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника»; разработана структурно-содержательная модель математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в электронной среде; определены индикаторы результативности формирования математической компетентности: критерии (когнитивный, прагматический, мотивационно-ценностный и рефлексивно-оценочный), а также уровни ее сформированности (воспроизведения, междисциплинарной интеграции, профессиональной интеграции);

– обоснована и разработана методическая модель формирования математической компетентности на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде, направленная на положительную динамику уровня сформированности математической компетентности; в основу методической модели положены принципы формирования математической компетентности в электронной среде: целостности, вариативности и релевантности содержания, цикличности, индивидуализации и критерии построения индивидуальной образовательной траектории: учета индивидуальных характеристик, развития, интенсификации образовательного процесса и обратной связи;

– разработан авторский электронный обучающий курс, реализованный в соответствии с методической моделью формирования математической компетентности, включающий систему геймификации для вовлечения и удержания студентов в процессе обучения математике в электронной среде и обеспечивающий построение индивидуальной образовательной траектории;

– предложена и обоснована методика формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в процессе обучения математике с применением

электронного обучающего курса, включающего комплекс современных образовательных средств и методов в форме смешанного обучения.

**Теоретическая значимость** исследования заключается в следующем:

– раскрыта сущность понятия «индивидуальная образовательная траектория в электронной среде», обладающего потенциалом учета индивидуальных характеристик;

– доказано, что положительная динамика уровня сформированности математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» достигается на основе построения индивидуальной образовательной траекторий при обучении математике в электронной среде;

– изучены причинно-следственные связи между использованием в процессе обучения математике разработанного электронного обучающего курса и динамикой уровня сформированности математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника»;

– раскрыто существенное противоречие между необходимостью в математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» и отсутствием теоретически обоснованной методики ее формирования в процессе обучения математике в электронной среде вуза, что нашло свое отражение в диссертации за счет разработки авторской методики формирования математической компетентности;

– проведена модернизация процесса формирования математической компетентности в электронной среде бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в обучении математике на основе разработанной методики на базе ФГАОУ ВО СФУ.

**Практическая значимость** исследования заключается в том, что:

– разработана и реализована методика формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе индивидуальной образовательной траектории в электронной среде;

– создан и внедрен в ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет» в практику обучения математике бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» электронный обучающий курс по дисциплине «Теория вероятностей», включающий систему геймификации для вовлечения и удержания студентов в электронной среде и содержащий теоретические материалы в нескольких редакциях изложения, комплексы поэтапных «задач-тренажеров», индивидуальных и групповых заданий в форме электронных семинаров;

– разработан и применен диагностический комплекс для измерения и оценивания уровня сформированности математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в процессе обучения математике в электронной среде;

– определены пределы и перспективы использования практических результатов исследования в процессе формирования математической компетентности в электронной среде бакалавров, осваивающих образовательные программы в соответствии с ФГОС ВО для направления «Информатика и вычислительная техника» и других направлений подготовки.

**Достоверность результатов исследования** и обоснованность сформулированных выводов определяется тем, что:

– для опытно-экспериментальной работы показана воспроизводимость результатов измерений и отсутствие значимых различий между измерениями в разных группах студентов;

– теория построена на методологической базе компетентностного, системного, личностно-ориентированного, деятельностного, задачного подходов и согласуется с результатами опубликованных психолого-педагогических исследований по проблеме формирования математической компетентности;

– идея формирования математической компетентности в электронной среде базируется на анализе федеральных государственных образовательных стандартов, нормативно-правовых документов, обеспечивающих реализацию программ модернизации образовательного процесса в вузе с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, на обобщении опыта

исследователей в области подготовки высококвалифицированных кадров, способных и готовых к решению профессиональных задач;

– использованы современные методики проведения педагогического эксперимента, сбора и статистической обработки экспериментальных данных об уровне сформированности математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в процессе обучения математике в электронной среде.

### **Апробация работы и публикации.**

Апробация и внедрение результатов исследования осуществлялись проведением опытно-экспериментальной работы, внедрением результатов исследования в педагогическую практику ФГАОУ ВО СФУ, обсуждением материалов исследования на городском научно-методическом семинаре при ФГБОУ ВО «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева» (2017-2019) заседаниях кафедры «Прикладной математики и компьютерной безопасности» ФГАОУ ВО СФУ, конференциях международного и всероссийского уровней, в том числе «Молодёжь и наука: проспект Свободный» (г. Красноярск, 2016-2017 гг.), «Информатизация образования и методика электронного обучения» (г. Красноярск, 2016, 2018 г.), «Конференциум академии социального управления» (г. Москва, 2017 г.), «Электронное обучение в непрерывном образовании» (г. Ульяновск, 2017 г.), «Преподавание математики и компьютерных наук в высшей школе» (г. Пермь, 2017 г.), «Информатизация образования: теория и практика» (г. Омск, 2017 г.), «Герценовские чтения» (г. Санкт-Петербург, 2018 г.), «Развивающий потенциал образовательных web-технологий» (г. Арзамас, 2018 г.), «Перспективы развития фундаментальных наук» (г. Томск, 2018 г.), «ERPA International Congresses on Education» (г. Стамбул, Турция, 2018 г.).

Диссертационное исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №18-013-00654.

По результатам исследования автором опубликовано 19 научных работ, в том числе 6 публикаций в журналах, включенных в перечень ВАК Министерства



образования и науки РФ, 1 публикация, индексируемая БД Web of Science, 1 монография, получено 1 свидетельство на регистрацию программы для ЭВМ.

### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Структурно-содержательная модель математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в электронной среде представляет собой совокупность следующих составляющих: компетенции формализации, компетенции математического моделирования, компетенции математического моделирования в пакетах прикладных программ и метакогнитивной компетенции. Математическая компетентность включает когнитивный, прагматический, мотивационно-ценностный и рефлексивно-оценочный компоненты, осваиваемые в процессе изучения математических дисциплин в электронной среде.

2. Методическая модель формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде включает следующие компоненты:

– *целевой блок* определяет содержание и результаты обучения, применяемые технологии и способы оценки результата в соответствии с ФГОС ВО, профессиональными, международными стандартами и отражает специфику математической деятельности в области информационных технологий как профессионального вида деятельности;

– *концептуальный блок* раскрывает методологические основы формирования математической компетентности на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронном обучающем курсе, к которым относятся компетентностный, системный, личностно-ориентированный, деятельностный, задачный подходы и опирается на специфические особенности процесса формирования математической компетентности в электронной среде, включающий принципы: фундаментальности, профессиональной значимости, междисциплинарной интеграции, единства теории и практики, индивидуализации, интерактивности обучения, критерии построения индивидуальной

образовательной траектории: критерий учета индивидуальных характеристик, критерий развития, критерий интенсификации учебного процесса, критерий обратной связи, а также принципы разработки электронного обучающего курса: принцип целостности, вариативности и релевантности содержания, индивидуализации, цикличности;

– *технологический блок* соответствует критериям отбора содержания учебного материала: научно-практической значимости, учета индивидуальных характеристик, использования электронной среды и включает средства, методы и формы организации обучения в электронной среде;

– *рефлексивно-оценочный блок* позволяет определить уровень сформированности математической компетентности студента (уровень воспроизведения, уровень междисциплинарной интеграции, уровень профессиональной интеграции) на основе критериев оценивания, соответствующих компонентам математических компетенций: когнитивному, прагматическому, мотивационно-ценностному и рефлексивно-оценочному.

3. Электронный обучающий курс, реализованный в соответствии с предложенной методической моделью и обеспечивающий построение индивидуальной образовательной траектории студента, включающий систему геймификации для вовлечения и удержания студентов в электронной среде. Содержание электронного курса соответствует критериям отбора учебного материала (научно-практической значимости, учета индивидуальных характеристик, использования электронной среды) и направлен на освоение математической дисциплины с учетом индивидуальных характеристик студента (уровень усвоения образовательного контента, уровень мотивации и уровень активности в электронной среде).

4. Методика формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде результативна, если ее компоненты соответствуют разработанной методической модели:

– *целевой* – отражает направленность целей математической подготовки на освоение математических компетенций;

– *процессуальный* – включает электронный обучающий курс, создающий индивидуальное учебное пространство на основе индивидуальных характеристик студента и объединяет средства, формы и методы обучения, ориентированные на формирование готовности применять математический анализ и методы моделирования в профессиональной деятельности;

– *оценочный* – составляют диагностические материалы, разработанные с учетом специфики математической компетентности, раскрывающие динамику ее формирования в процессе обучения в электронной среде.

**Структура диссертации:** диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка, включающего 193 источника, 6 приложений. Текст диссертации содержит 30 таблиц и 20 рисунков.

# ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ В ЭЛЕКТРОННОЙ СРЕДЕ

## 1.1 Особенности формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника»

*В этом параграфе будут уточнены понятия математической компетентности и компетенции, а также рассмотрена структура математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе анализа Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования третьего поколения, 3+ и 3++, а также примерных и основных образовательных программ.*

Информационные технологии прочно вошли в повседневную жизнь каждого человека в связи с технологическим скачком в начале XXI века. Научно-педагогическая область не является исключением, именно она способствует дальнейшему прогрессу в развитии технологий и росту совокупности знаний в различных областях. Исследователи теории информационного взрыва утверждают, что объём информации в мире возрастает ежегодно на 30 % [172], а вопросы хранения и обработки таких объемов остаются открытыми. Вместе с информацией возрастает и объем актуальных знаний, которые необходимо усваивать для успешной профессиональной деятельности в любой области. Образование должно соответствовать текущему уровню развития технологической сферы, а репродуктивная передача знаний от преподавателя студентам в традиционном смысле теряет свою актуальность – знаний становится слишком много. В складывающейся ситуации становится очевидно, что система обучения, основанная на репродуцировании знаний и умений не может справиться с задачей подготовки высококвалифицированных работников для текущего уровня развития

экономики, промышленности и науки. Трансформация знаниевой парадигмы обучения и переход к компетентностному подходу, рассматриваются в современном мире как способ формирования у обучаемых опыта самостоятельного решения познавательных, коммуникативных, организационных, нравственных и иных проблем. При этом компетентностная парадигма не отрицает «знаниевую», а формируется на ее основе, и с позиций компетентностного подхода рассматривает развитие способности и готовности студента применять полученные знания в профессиональной деятельности [87].

С 2009 года образовательный процесс в высшей школе регламентируется Федеральными государственными образовательными стандартами третьего поколения, разработанными на основе компетентностного подхода, в которых обозначена необходимость формирования у студентов универсальных (общекультурных) и профессиональных компетенций. Исследованием компетентностного подхода в образовании в отечественной педагогике занимались следующие авторы: В.И. Байденко, В.А. Болотов, А.А. Вербицкий, И.Г. Галямина, В.А. Далингер, Э.Ф. Зеер, И.А. Зимняя, В.В. Рябов, Н.А. Селезнева, Ю.Г. Татур, А.В. Хуторской, В.Д. Шадрикова Р.К. Шакуров, В.А. Шершнева, Л.В. Шкерина и др. Среди зарубежных отметим таких исследователей R.W. White, R.E. Boyatzis, Д. Макклеланд, Л.М. Спенсер и С.М. Спенсер, Дж. Чиверс, Г. Читхэм. В отличие от традиционного формата образования, носившего репродуктивный характер, при котором все необходимые компоненты предоставлялись обучающимся в готовом виде, в компетентностном подходе акцент осуществляется на деятельность и ее результаты, согласующиеся с потребностями современного общества. Развитие навыков самообучения и самоорганизации своей деятельности становится залогом профессиональной успешности в стремительно меняющемся мире. Организация образовательного процесса в рамках компетентностного подхода направлена на формирование у обучающегося необходимых компетенций, самоопределение, социализацию, развитие индивидуальности и самоактуализацию, а главной особенностью становится ориентация на самообучение, на самостоятельную работу обучающегося. При этом трансформируется и роль преподавателя: по

словам Л.С. Выготского, «учитель-рикша», который тянет весь учебный процесс на себе, должен превратиться в «учителя-вагоновожатого», который только управляет процессом учения [19].

Несомненно, что в этих условиях акцент осуществляется на повышение степени самостоятельности и ответственности обучающихся за счет методик самообразования, внедрения новых способов работы с информацией, повышения мотивации при формировании предметных компетенции, а также сокращения аудиторных часов и увеличения времени, отводимого на самостоятельную работу студентов. А повышение качества управления образовательными процессами обеспечивается за счет интенсивного развития технических средств ВУЗов, а также развития и внедрения электронного информационно-образовательного пространства для работы обучающихся, выступающего средством для организации управляемой самостоятельной работы студентов.

В научной, психолого-педагогической литературе, в исследованиях и на практике для описания образовательных результатов широко используются понятия «компетенция» и «компетентность», однако существуют различные трактовки этих понятий, вызывающие неоднозначность понимания [124].

Ряд авторов представляет термин «компетентность» в русле профессионально-педагогической деятельности как характеристику профессионализма [36, 80, 108], определяемую соотношением профессиональных знаний и умений, с одной стороны, и профессиональных позиций, с другой (А.К. Маркова), либо же включает знания, умения, навыки, а также способы и приемы их реализации в деятельности, общении, развитии личности (Л.М. Митина).

Обстоятельный анализ проблематики терминологии и развития компетентностного подхода представлен в работах следующих авторов: А.А. Вербицкий, Э.Ф. Зеер, А.М. Павлова, Э.Э. Сыманюк. В.И. Загвязинский, И.А. Зимняя, Ю. Г. Татур, М.А. Холодная, А.В. Хуторской и др.

Загвязинский В.И. считает, что «компетенции – это обобщенные способы действий, обеспечивающие продуктивное выполнение профессиональной и иной

деятельности в определенной сфере», а «компетентности – это внутренние психологические новообразования личности: системы ценностей и отношений, знания, опыт, представления, которые позволяют реализовать компетенции» [37].

Зимняя И.А. рассматривает компетенции как внутренние «новообразования: знания, представления, программы (алгоритмы) действия, систем ценностей» которые находят свое отражение в компетентности [41].

Согласно М.А. Холодной, «компетенции – это умение применять практико-ориентированные знания в бытовых, социальных и профессиональных видах деятельности». В свою очередь компетентность определяется как «характеристика индивидуальных интеллектуальных ресурсов, предполагающая высокий уровень усвоения разных типов знаний, включая знания в конкретной предметной области, сформированность определенных качеств мышления, мотивацию к данному виду деятельности, готовность принимать решения в соответствующих предметных ситуациях, наличие системы ценностей» [129].

В качестве основания для разделения понятий «компетенции» и «компетентность» А.А. Вербицкий использует объективность и субъективность условий, определяющих качество деятельности индивида. Компетенция – это совокупность объективных условий, определяющих возможности и границы реализации компетентности индивида. Компетентность – совокупность знаний, умений и навыков, позволяющих ее субъекту эффективно решать вопросы и совершать необходимые действия в какой-либо области жизнедеятельности [15].

Отчет департамента образования США по вопросам изучения инициативы внедрения компетентностного подхода на основе анализа *The National Center for Education Statistics* определяет понятие компетенция как «комбинация навыков, умений и знаний, необходимых для выполнения определенной задачи в заданном контексте» [185].

Р. Уайт в работе «Motivation reconsidered: the concept of competence» [190] использовал понятие «компетентность» для описания особенностей индивидуальности, которые тесно связаны успешным выполнением работы на

основе полученной подготовки и сформированной в процессе обучения высокой мотивацией к ее выполнению.

С. Адам и Г. Влуменштейн определяют компетенцию как понятие, охватывающее способности, готовность, знание, поведение, необходимые для определенной деятельности [29].

У Дж. Равена содержание термина «компетентности» соответствует понятию «компетенция», данному А.А. Коростелевым и О.Н. Ярыгиным [60, 97]. Мы же в данной работе считаем необходимым разделять данные понятия и вслед за авторами [129, 130, 132, 187] под компетенцией будем понимать способность применять знания, умения, навыки и личностные качества для успешной деятельности в различных проблемных профессиональных ситуациях, а под компетентностью уровень владения совокупностью компетенций, отражающий степень готовности выпускника к применению компетенций для успешной профессиональной деятельности в определенной области.

Основной целью образовательной деятельности вуза по реализации федерального государственного стандарта является формирование у будущего выпускника профессиональной компетентности для выполнения всех видов деятельности предусмотренных ФГОС. Освоение каждой дисциплины, входящей в учебный план вносит вклад в развитие профессиональной компетентности. Формированием профессиональной компетентности студентов вузов занимались такие российские ученые, как Е.В. Бондаревская, А.И. Зимняя, А.В. Хуторской. Результаты их исследований в реализации компетентностного подхода, показывают значительное повышение качества профессиональной подготовки выпускников [136].

В педагогической литературе большинство исследователей выделяют профессиональную компетентность как результат обучения в ВУЗе, которая включает в себя предметные компетенции. Именно они формируются в сознании обучаемых на основе компетентностного подхода к изложению содержания соответствующего предмета [87].



Существуют различные точки зрения в определении понятия профессиональная компетентность. Гершунский Б.С. говорит: «категория «профессиональная компетентность» определяется, главным образом, уровнем собственно профессионального образования, опытом и индивидуальными способностями человека, его мотивированным стремлением к непрерывному самообразованию и самосовершенствованию, творческим и ответственным отношением к делу» [21]. Под профессиональной компетентностью Э.Ф. Зеер подразумевает совокупность профессиональных знаний и умений, а также способы выполнения профессиональной деятельности [38, 39]. Интегрированное определение можно встретить в работах Л.А. Васяка, который утверждает, что профессиональная компетентность – это сущностная характеристика профессионализма, представляющая собой интегративное личностное качество, основанное на совокупности фундаментальных научных знаний, практических умений и навыков, свидетельствующих о готовности и способности студента успешно осуществлять профессиональную деятельность [10]. Татур Ю.Г. рассматривает более общее понятие компетентность как результат выпускника высшей школы, ориентируясь на его профессиональную подготовку, которую он видит в формировании умений человека видеть, осознавать и оценивать различные проблемы, конструктивно разрешать их в соответствии со своими ценностными ориентациями, рассматривать любую трудность как стимул к дальнейшему развитию [116].

Исследователи профессиональной компетентности выпускников технических направлений подготовки [4, 43, 68, 138, 139], отмечают, что она, в значительной степени зависит, от качества математической подготовки, являющейся основой математической компетентности. В структуре профессиональной компетентности будущего специалиста выделим математическую компетентность, которую исследовали авторы О.В. Аверина, Э.Х. Башкаева, Е.Ю. Белянина, Л.В. Васяк, А.А. Виландеберк, Б.В. Гнеденко, О.В. Долженко, Ю.М. Колягина, Р.И. Остапенко В.В. Поладова, С.А. Татьянаенко, М.А. Худякова, Н.Л. Шубина и др.

В своей работе Кудрявцев Л.Д. [62] обращает свое внимание на цель всех математических курсов, которая заключается в приобретении выпускниками вузов определенной математической подготовки, в умении использовать изученные математические методы, в развитии математической интуиции, в воспитании математической культуры. Следуя взглядам Кудрявцева Л.Д. в терминах компетентностного подхода можно говорить о формировании математической компетентности в процессе обучения математике в вузе. При этом математическая компетентность выпускника вуза является содержательной частью более широкой – профессиональной компетентности, поэтому возникает необходимость выделения составляющих математической компетентности, которые позволят обеспечить способность применять математические знания и методы в профессиональной деятельности, предусмотренными перечнем нормативных документов и профессиональных стандартов, соответствующих профессиональной деятельности выпускников.

Математическая подготовка в современной образовательной практике ВУЗа имеет свои особенности в силу интенсивной математизации фундаментальных и прикладных наук, а также из-за трудоемкости математики как учебного предмета, повышения уровня информатизации общества, постоянного роста и усложнения математического образовательного контента [6]. Так в качестве особенностей математики как учебного предмета выделяют высокий уровень абстракции и формализованности. При этом для успешного освоения программы математических дисциплин студент должен обладать развитым уровнем рационального и логического мышления как психофизиологическими особенностями восприятия, которые являются основой такого понятия как математическое мышление. Г. Вейль под математическим мышлением понимает «особую форму рассуждений, посредством которых математика проникает в науки о внешнем мире и даже в наши размышления о повседневных делах и заботах» [12]. В работе [101] математическое мышление рассматривается как особый вид теоретического мышления, специфический процесс отражения объективной реальности, который осуществляется на основе математических понятий и

суждений, пространственных представлений, обобщений, оперирования свернутыми и развернутыми структурами, знаковыми системами математического языка. Отечественный математик А.Я. Хинчин рассматривает математическое мышление, как инструмент который может быть полезен в других областях знаний и практической деятельности для усиления общего мыслительного процесса [125].

Вопросы структурирования компетенций студентов достаточно активно, в настоящее время, исследуются педагогами и психологами (И.А. Зимняя, А.В. Багачук, Н.А. Кириллова, М.Б. Шашкина, В.А. Шершнева, Л.В. Шкерина и др.). Структура математических компетенций будущих специалистов как составляющая их профессиональных компетенций в формате ФГОС изучалась рядом авторов.

В работах педагогов и психологов последних лет появляется все больше исследований, посвящённых формированию математических компетенций будущих выпускников в различных областях. Проблема формирования и развития профессионально-математической компетентности будущих инженеров отражена в работах Г.И. Илларионовой [42], М.М. Миншина [72], Я.Г. Стельмах [112], В.А. Шершневой [139]. В отдельных исследованиях рассматриваются частные вопросы, связанные с математической подготовкой в вузе студентов разных направлений подготовки и профилей. В работах Л.В. Шкериной и Н.Г. Ходыревой создан подход к структурированию компетенций будущего педагога-учителя математики, а также будущего менеджера, в основе которого лежит проецирование математической деятельности студентов на профессиональные компетенции [126, 140]. О.В. Аверина исследует процесс формирования профессионально-математической компетентности экологов [1]. Байгушева И.А. – формирование математической компетентности экономистов в вузе [5], М.С. Казанчан [47] – профессионально-математических компетенций специалистов химико-фармацевтического профиля, рассмотрением математической компетентности студентов-географов занимались в работе [123]. Л.К. Иляшенко [43] – формирование математической компетентности будущих инженеров по

нефтегазовому делу. Вопросами формирования математической компетентности студентов технического вуза занимались в работах [87, 102].

Само понятие математической компетентности, на основе определений А.В. Хуторского, понимают как совокупность взаимосвязанных качеств личности, включающая математические знания, умения и навыки, способы мышления и деятельности, а также способность приобретать новые математические знания и использовать их в дальнейшей профессиональной деятельности [130]. Н.Г. Ходырева рассматривает математическую компетентность как «системное свойство личности субъекта, характеризующее его глубокую осведомленность в предметной области знаний, личностный опыт субъекта, нацеленного на перспективность в работе, открытого к динамичному обогащению, способного достигать значимых результатов в математической деятельности» [126]. «Под математической компетентностью мы понимаем совокупность личностных качеств студента (ценностно-смысловых ориентаций, математических знаний, умений, навыков, способностей), позволяющих ему эффективно использовать математические знания и методы в будущей профессиональной деятельности» [54]. При этом математическая компетентность есть результат освоения математических компетенции и их практическая реализация.

Рассматривая математическую компетентность с позиции В.А. Шершневой [139] будем характеризовать ее как проекцию математических знаний, умений и навыков, предусмотренных ФГОС, а также набора универсальных (общекультурных) и профессиональных компетенций, на предметную область математики. Тогда математическую компетентность бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» определим как интегративное динамическое качество личности, характеризующееся его способностью и готовностью использовать в профессиональной деятельности совокупность математических компетенций, и проявляющееся в готовности применять математические знания, умения и навыки, а также универсальные (общекультурные) и профессиональные компетенции, спроецированные на предметную область математики.

Описание структуры математической компетентности будущего выпускника в области информационных технологий требует выделения состава математических компетенций на основе анализа содержания нормативных документов, определяющих требования, предъявляемые к выпускникам данного направления подготовки.

Рассмотрим состав математических компетенций на примере математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника». Проведем анализ Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования третьего поколения, 3+ и 3++, а также примерных и основных образовательных программ, чтобы проследить изменение требований к уровню математической подготовки бакалавров данного направления и содержанию математической компетентности. В структуре формирования профессиональной подготовки ФГОС ВПО 2009 года [90] выделяются следующие компетенции, которые могут служить основой математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника»:

- владеет культурой мышления, способен к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения;
- стремление к саморазвитию, повышению своей квалификации и мастерства;
- готовность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования;
- обосновывать принимаемые проектные решения, осуществлять постановку и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности.

При этом данный нормативный документ указывает на необходимость широкого использования в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся как инструментов

реализации компетентностного подхода. Содержание математической подготовки бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» направлено на реализацию научно-исследовательской деятельности, как составляющей профессиональной деятельности. При этом выделяются следующие профессиональные задачи в соответствии с научно-исследовательским видом профессиональной деятельности:

- математическое моделирование процессов и объектов на базе стандартных пакетов автоматизированного проектирования и исследований;
- проведение экспериментов по заданной методике и анализ результатов.

Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12 января 2016 г. N 5 были введены обновленные ФГОС [91]. Профессиональные задачи, которые должен быть готов решать выпускник не изменились, однако требования к результатам освоения программы бакалавриата в части математической подготовки претерпели изменения. Обучение стало ориентировано на непрерывное овладение новыми знаниями и навыками, формирование способности к самоорганизации своей образовательной и профессиональной деятельности:

- способность к самоорганизации и самообразованию;
- способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требования информационной безопасности;
- способность разрабатывать модели компонентов информационных систем, включая модели баз данных и модели интерфейсов «человек-ЭВМ».
- способность обосновывать принимаемые проектные решения, осуществлять постановку и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности.

Также особая роль отводится содержанию документа в части требований к условиям реализации программы бакалавриата, где вводится понятие электронной

информационно-образовательной среды, которая должна обеспечивать различные функции, в том числе:

- фиксацию хода образовательного процесса, результатов промежуточной аттестации и результатов освоения программы бакалавриата;
- проведение всех видов занятий, процедур оценки результатов обучения, реализация которых предусмотрена с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий;
- взаимодействие между участниками образовательного процесса, в том числе синхронное и асинхронное взаимодействие посредством сети «Интернет».

Данные положения регламентируют вопросы использования электронного обучения и дистанционных образовательных технологий при реализации дисциплин в электронной среде.

В федеральных образовательных стандартах 3++ [92, 93] изменилась структура результатов освоения программы бакалавриата: общекультурные компетенции преобразовались в универсальные компетенции, а профессиональные компетенции определяются на основе профессиональных стандартов, соответствующих профессиональной деятельности выпускника. Приведем набор компетенций, входящих в состав математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника»:

- способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;
- способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни;
- способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;
- способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.

Определение профессиональных компетенций осуществляется образовательной организацией на основе профессиональных стандартов, соответствующих профессиональной деятельности выпускников из областей и сфер профессиональной деятельности, в которых выпускники могут осуществлять дальнейшую работу.

Требования ФГОС ВО указывают разработчикам образовательных программ на необходимость формирования составляющих математической компетентности достаточных для выполнения профессиональной деятельности. Анализ ФГОС ВО позволяет выделить компоненты математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника», среди которых особое место занимают способность применять методы математического анализа и моделирования, а также способность выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни.

Определение содержания необходимых компетенции для применения методов математического анализа и моделирования мы считаем возможным произвести на основе этапов математического моделирования, так как они соотносятся с компонентами профессиональной деятельности, определяемыми ФГОС ВО и профессиональными стандартами:

1. Этап математической формализации задачи.
2. Этап реализации методов математического моделирования.
3. Этап анализа информации и проверки адекватности модели.

Этап формализации математической задачи (математическая постановка) является первым этапом моделирования. На этом этапе описывается исследуемая система: определяется ее целевое назначение, характер деятельности, используемые ресурсы, описываются нормативные параметры. При постановке задачи происходит изучение объекта моделирования (системы, процесса), анализ доступной информации, определение ограничений и допущений. Построение математической модели начинается с формулировки системы ограничений, в которых будет функционировать данная модель, а также совокупности правил, определяющих допустимые операции над объектом. При формализации задачи



должны быть определены функциональные зависимости, связывающие переменные и параметры модели. После чего происходит введение элементов формалистики: вводятся переменные, параметры и формализованные обозначения, индексы, формулируется математическая запись задачи и система ограничений математической постановки. Данный этап обуславливает введение *компетенции формализации* как обязательной составляющей математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника».

В зависимости от полученного вида математической модели выбирается метод решения задачи. Но для применения математического моделирования в профессиональной деятельности необходимо владеть соответствующей компетенцией, поэтому можно говорить о *компетенции математического моделирования* как составляющей математической компетентности. Понятие компетенции математического моделирования в педагогической теории встречается в работах [65, 73, 105]. Данная компетенция играет ключевую роль в профессиональной составляющей математической компетентности, поскольку математическое моделирование становится рабочим инструментом профессиональной деятельности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника».

Под математическим моделированием понимается процесс установления соответствия реальному объекту некоторого математического объекта (математической модели) и исследование этой модели, позволяющее получать характеристики рассматриваемого реального объекта [51]. Математическое моделирование при рассмотрении различных математических методов, которые используются в профессиональной деятельности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» занимает особую роль благодаря возможности фиксации структурных изменений рассматриваемой системы и отображению основных параметров моделируемого объекта или процесса. Математические модели возникают при анализе эффективности процессов, проведения экспериментальных исследований, при рассмотрении вопросов прогнозирования, проектирования новых систем. Построенные модели

отражают основные характеристики и закономерности объекта моделирования, позволяют учитывать меру влияния различных факторов на ее функционирование. При работе с информационными системами неизбежно возникает вопрос их управления и отладки, при этом выполнение данной работы невозможно без создания математической модели и управления ею с применением пакетов прикладных программ.

Определим *компетенцию математического моделирования в пакетах прикладных программ* как способность актуализировать и применять математические знания и методы при построении, анализе и интерпретации математических моделей в процессе решения профессиональных задач с применением специального программного обеспечения. Поэтому способность применять математическое моделирование в пакетах прикладных программ неразрывно связано с математической компетентностью.

Как было отмечено ранее компетентностный подход и ФГОС ВО указывают на важность самостоятельного приобретения и усвоения знаний и умений при обучении студентов как результатов профессионального образования. При этом повышение эффективности учебной деятельности студентов связано с формированием познавательной самостоятельности студентов, способности к самообразованию и непрерывному образованию. Непрерывное образование (*life-long learning*) – это процесс непрерывного обучения на протяжении всей жизни, даже после получения определенного уровня образования, для роста общего и профессионального потенциала личности. Большое значение для реализации непрерывного образования приобретает развитие метакогнитивных способностей.

Эмпирические исследования показали, что метакогнитивная деятельность увеличивает способность учащихся понимать смысл изучаемого ими в различных областях знания [160, 178-180], что позволяет рассматривать метакогнитивные способности как ключ к успешному обучению. Определённый уровень развития метакогнитивных способностей является предпосылкой для успешной учебной деятельности, обеспечивая контроль над психическими процессами, выбор целей деятельности в ситуациях неопределённости, а также является ресурсом,

обеспечивающим наилучшую адаптацию в решении математических и профессиональных задач.

Метакогнитивные способности представляют собой индивидуальные знания о собственных когнитивных процессах и результатах познавательной деятельности, выполняющее функцию активного контроля, регуляции и организации когнитивных процессов для достижения конкретных целей [49]. Метакогнитивные способности изучаются как отечественными, так и зарубежными исследователями, выдающимися среди них являются P.A. Alexander, R. Atkins, J. Borkowski, A.L. Brown, J.C. Campione, M.A. Dirkes, D. Dunloski, J.H. Flavell, R. Garner, R. Kluwe, J.R. Leonesio, S. Madigan, J. Metcalfe, P. Murphy, T.O. Nelson, L.M.R. Perkins, M. Pressley, A.P. Shimamura, E. Tulving, B. Salomon, W. Schneider, А.В. Карпов, Е.А. Сергиенко, И.М. Скитяева, М.А. Холодная и др. [48-50, 127, 128]. В отечественной и зарубежной педагогике метакогнитивные процессы рассматриваются как фактор успешности познавательной деятельности субъекта и определяют ее продуктивность [49].

Следует отметить, что метакогнитивные способности играют важную роль в развитии студентов как будущих специалистов, поскольку обеспечивают более высокий уровень развития математических способностей, самореализации себя в профессии. Для достижения наивысшего уровня профессионализма в какой-либо области необходим метакогнитивный контроль за процессом решения профессиональных задач [96].

Адекватный выбор средств и способов решения математических и профессиональных задач в процессе обучения математике, расширение области познания и самопознания – все эти и другие навыки являются неотъемлемыми составляющими профессиональной картины мира бакалавра направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» и его самоутверждения в профессии. В этой связи целесообразным представляется формирование и развитие у студентов метакогнитивных способностей при обучении математике.

То есть *метакогнитивную компетенцию* можно рассматривать как составляющую математической компетентности и как непрерывный процесс

расширения общего и профессионального кругозора, области математических знаний.

## 1.2 Индивидуализация образования в условиях электронного обучения

*В этом параграфе будут конкретизированы понятия индивидуализации и индивидуальной образовательной траектории в электронной среде, а также рассмотрены существующие модели электронного обучения и представлена геймификация образовательного процесса, обеспечивающая вовлечение и удержание студентов в электронной среде.*

Непрерывное развитие информационно-коммуникационных технологий и их внедрение в образование меняют способы, которыми сегодня формируются и усваиваются знания, умения и навыки [67]. Современные тенденции изменения и развития образования М. Кларин назвал «мегатенденциями» и к числу этих изменений относит «массовый характер образования и его непрерывность как новое качество, значимость как для индивида, так и для общественных ожиданий и норм, ориентация на активное освоение человеком способов познавательной деятельности, адаптация образовательного процесса к запросам и потребностям личности, ориентация обучения на личность учащегося, обеспечение возможностей его самораскрытия» [53].

Одним из основных направлений модернизации образования сегодня выступает индивидуализация обучения, а с развитием информационно-коммуникационных технологий можно говорить об индивидуализации обучения в электронной среде. Элементы индивидуального обучения в образовании используются с конца XX века, однако прогресс в области ИКТ позволяет по-новому взглянуть на индивидуализацию обучения, разрешая проблему между фронтальной формой обучения и индивидуальными особенностями студента. «Достижение этой цели напрямую связано с индивидуализацией образовательного процесса, что вполне осуществимо при обучении студентов по индивидуальным образовательным траекториям» [23]. Индивидуализация становится одной из центральных тенденций развития образования в современном мире [26, 94].

Сегодня можно говорить о развитии образования как приоритетном направлении развития России и приобретении статуса стратегического проекта с ориентацией на индивидуализацию. Это подтверждается рядом документов, среди которых:

1. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 № 273-ФЗ [77], в котором дается определение понятий «электронное обучение» и «дистанционные образовательные технологии». В документе также определяются границы применения ЭО и ДОТ при реализации образовательных программ и отмечается необходимость создания электронной информационно-образовательной среды, используемой для функционирования ЭО и ДОТ.

2. Постановление Правительства Российской Федерации от 26 декабря 2017 г. № 1642 (ред. от 26.04.2018) «Об утверждении государственной программы Российской Федерации «Развитие образования»» [89] выделяет важность разработки единого электронного образовательного пространства, объединяющего широкий спектр ресурсов для организации обучения на всех уровнях подготовки.

3. Приоритетный проект «Современная цифровая образовательная среда в Российской Федерации» утвержден протоколом заседания президиума Совета при Президенте Российской Федерации по стратегическому развитию и приоритетным проектам от 25 октября 2016 года № 9 [85] нацелен на создание возможностей для получения качественного образования гражданами всех возрастов и социального положения с использованием современных информационных технологий, включающего создание системы оценки качества электронных курсов, формирование цифрового портфолио, создание программного обеспечения, обеспечивающего повышение качества ЭО и ДОТ, а также ориентирован на разработку МООС.

4. Постановление Правительства Российской Федерации от 4 октября 2000 г. № 751 г. Москва «О национальной доктрине образования в Российской Федерации» [88]. Одной из целей национальной доктрины образования является работа по расширению многообразия типов и видов образовательных учреждений и вариативности образовательных программ, обеспечивающих индивидуализацию

образования, личностно ориентированное обучение и воспитание. И как результат индивидуализацию образовательного процесса за счет многообразия видов и форм образовательных учреждений и образовательных программ, учитывающих интересы и способности личности.

5. Распоряжение Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. N 2506-р «О концепции развития математического образования в Российской Федерации» [59], определяет направления развития математического образования с учетом индивидуальных особенностей каждого обучающегося и преодоления различных индивидуальных трудностей в обучении математике, а также применение электронного обучения в процессе реализации учебных программ математического образования.

Таким образом, стремительное развитие информационно-коммуникационных технологий и направление модернизации образования на учет индивидуальных характеристик обучаемых позволяет говорить о необходимости развития новых подходов в образовании, обеспечивающих индивидуализацию образовательного процесса с применением электронной среды. Одним из таких подходов выступает разработка и применение индивидуализированных электронных образовательных курсов, которые предоставляют студенту индивидуальную образовательную среду, теоретический и практический материал которой ориентируется на индивидуальные характеристики обучающихся.

Идея индивидуализации в образовании не нова. Первые упоминания о необходимости индивидуального подхода в педагогике встречаются в работах Я.А. Коменского (1592–1670). В своей работе «Великая дидактика» он выделил несколько типов обучаемых, учитывая их индивидуальные особенности: «ученики с острым умом, стремящиеся к знанию и податливые», «есть дети, обладающие острым умом, но медленные, хотя и послушные, «есть ученики с острым умом, стремящиеся к знанию, но необузданные и упрямые», «есть ученики послушные и любознательные при обучении, но медлительные и вялые» [56], а также две группы безнадежных учеников, работа с которыми вызывает затруднения. Для некоторых групп Я.А. Коменский дает рекомендации о необходимых педагогических

воздействиях. Долгое время индивидуализация обучения понимается только как учет индивидуальных (возрастных, половых, этнических и т. п.) характеристик развития [86].

Развитие индивидуализации образования в советское время испытывало большие трудности. Причиной тому являлось идеологическое отрицание индивидуальности отдельной личности в угоду социоцентрическим направлениям. Тем не менее, элементы индивидуализации можно увидеть в дифференциации обучения по предварительно избираемой профессии с обучением в специализированной профессиональной школе или по познавательным интересам с обучением в профильных классах с углубленным изучением отдельных предметов. Дифференциацию по способностям советская педагогика рассматривала как «антинаучную и антигуманистическую систему, влекущую за собой серьезные отрицательные последствия педагогического и социального характера», подчеркивающую неравенство [30, 107]. Индивидуализм противопоставлялся коллективизму во всех сферах жизнедеятельности: учебной, профессиональной и общественной.

В педагогике советского периода понятие индивидуализации все еще воспринималось как учет индивидуальных характеристик в условиях коллективного обучения. В работе «Дидактика средней школы» [106] выделяется принцип коллективного характера обучения и учета индивидуальных особенностей учащихся, который выражается в необходимости «воспитывать класс как учебный коллектив, создавать условия для активной организованной работы всех учащихся и в тоже время индивидуально подходить к каждому школьнику с целью успешного обучения и содействия развитию положительных задатков».

Образовательные реформы, проходившие в конце XX в., выводят принцип индивидуализации образования на первое место с развитием нетрадиционных методов обучения. Проблемы индивидуализации обучения становятся предметами исследований ряда ученых [22, 52, 82, 120, 143, 173, 175]. При всём тематическом разнообразии исследований их объединяет практикоориентированность и поиски



новых педагогических технологий в рамках традиционной философии образования [134]. Начиная с 1990-х годов элементы индивидуализации в образовании начинают активно проникать в школьное образование, но пока еще не находят свое развитие в системе высшего образования.

Проанализировав опыт советской системы образования можно отметить трудности развития индивидуализации образования, которые связаны как с внешними факторами проводимой государственной политики, так и внутренними различиями в трактовании понятий и подходов к индивидуализации.

Само явление индивидуализации в образовании носит неоднозначный характер и рассматривается с различных точек зрения. Кирсанов А.А. рассматривает индивидуализацию обучения как «систему воспитательных и дидактических средств, соответствующую циклам деятельности и реальным познавательным возможностям коллектива класса, отдельных учеников, групп учащихся, позволяющих обеспечить учебную деятельность ученика на уровне его потенциальных возможностей с учетом целей обучения» [52].

По мнению Унт И. принцип индивидуализации разбивается на дифференциацию обучения и индивидуализацию обучения. В определении дифференциации обучения находит свое отражение взгляд на индивидуализацию советского времени: «Дифференциация обучения – учет индивидуальных особенностей, учащихся в той форме, когда учащиеся группируются на основании каких-либо особенностей для отдельного обучения» [120]. В свою очередь под индивидуализацией обучения Унт И. понимает «учет в процессе обучения индивидуальных особенностей учащихся во всех его формах и методах, независимо от того, какие особенности и в какой мере учитываются» [120].

Осмоловская И.М. в определении понятия «дифференциация обучения» уточняет на основе каких свойств личности можно проводить учет индивидуальных особенностей в образовательном процессе: «Дифференциация обучения – способ организации учебного процесса, при котором учитываются индивидуально-типологические свойства личности (способности, интересы, склонности, особенности интеллектуальной деятельности и т. д.)» [82], при этом

рассматривая индивидуализацию как «предельный вариант дифференциации, когда учебный процесс строится с учетом особенностей не групп, а каждого отдельно взятого ученика» [82].

Российская педагогическая энциклопедия разделяет понятия «дифференциация обучения» и «индивидуализация обучения» на основе развития набора уникальных особенностей. Так «дифференциация обучения – форма организации учебной деятельности школьников среднего и старшего возраста, при которой учитываются их склонности, интересы и проявившиеся способности» [100] предлагает в образовательном процессе использовать уже имеющиеся особенности учащихся, тогда как «индивидуализация обучения – организация учебного процесса с учётом индивидуальных особенностей учащихся; позволяет создать оптимальные условия для реализации потенциальных возможностей каждого ученика» [100] ориентируется на создание оптимального образовательного процесса с целью развития индивидуальности для каждого.

Якиманская И.С. рассматривает принцип индивидуализации через индивидуальный подход в обучении, который она определяет как «основной психолого-педагогический принцип, согласно которому в обучении учитывается индивидуальность каждого как проявление особенностей его психофизиологической организации в ее неповторимости, своеобразности, уникальности» [143].

Современные исследователи разделяют взгляды на индивидуализацию ученых советского периода и расширяют содержание этого понятия в контексте самообразования. «Индивидуализация обучения – организация образовательного процесса, которая направлена на развитие общих познавательных способностей обучаемого посредством уровневой дифференциации содержания, заданий и способов учебной деятельности с учетом его интересов, познавательных потребностей, актуальных способностей, с опорой на зону его ближайшего развития» [22]. «Индивидуализация обучения – проявление личностного потенциала, как выбор пути развития личности, как путь к автономизации, к последующему управляемому самообразованию» [111].

Зарубежные исследователи [145, 173, 175] рассматривают индивидуализацию как адаптацию и развитие соответствующих внешних ценностей, знаний, технологий и норм поведения в соответствии с индивидуальными характеристиками субъекта. Важность индивидуализации для развития человека и его деятельности основываются на проблемах и теориях мотивации и потребностей человека. Основным следствием индивидуализации в образовании является максимизация мотивации, инициативности студентов и преподавателей [148].

В работах [153, 171] авторы выделяют индивидуализацию как часть новой парадигмы триплетного образования, которая наряду с индивидуализацией включает глобализацию и локализацию. Глобализация заключается в разработке новой образовательной программы, которая основывается на материалах мирового уровня и максимизирует актуальные исследования в различных предметных областях. Содержание таких программ связано с технологической, экономической, социальной, политической, культурной и образовательной глобализацией. Локализация применяется в процессе реализации глобальной образовательной программы используя местные ресурсы, решения проблем местной значимости и участия заинтересованной части общества. И, наконец, индивидуализация позволяет сделать новую образовательную программу гибкой и адаптируемой в терминах целей, содержания и методов обучения, удовлетворяя потребности каждого обучающегося, облегчая их самообучение, актуализацию, и позволяет оптимизировать свой образовательный потенциал. В данной парадигме индивидуализация выделяет студента как центр образовательной системы, который обучается по индивидуальным траекториям, реализует себя в процессе самоактуализации фокусируясь на самообучении.

Также, как и в работах зарубежных исследователей в работах отечественных ученых [44, 46, 61] находит свое отражение новый взгляд на индивидуализацию, основным нововведением которой становится «индивидуальная образовательная траектория» (ИОТ) как неотъемлемая составляющая учета индивидуальных особенностей в обучении. Например, «индивидуализация обучения – организация

учебной деятельности обучаемых, предполагающая построение его индивидуальной образовательной траектории на основе индивидуальной модели обучаемого в соответствии с личностными психолого-педагогическими характеристиками» [44].

В педагогической науке встречаются понятия, имеющие смежное содержание с понятием индивидуальной образовательной траектории, представленное следующими авторами: «индивидуальный образовательный маршрут» (Е.В. Гончарова и Р.М. Чумичева, Т.А. Тимошина, Н.А. Лабунская, С.В. Воробьёва, М.А. Гринько, А.В. Туркина, В.И. Богословский); «индивидуальная образовательная программа» (Т.М. Ковалёва); «индивидуальная траектория развития» (И.С. Якиманская, С.М. Бочкарёва); «обобщённый образовательный маршрут» (Н.А. Лабунская).

В зарубежной литературе в работах ряда исследователей» [154, 156, 164] вводится понятие «*hypothetical learning trajectories*». Оно включает в себя три основных аспекта: определение цели обучения, прогрессивное развитие мышления и обучения в выбранной предметной области и последовательное выполнение набора учебных задач. В зависимости от особенностей обучаемого образовательный процесс включает в себя различные уровни учебных задач для постепенного развития в выбранной предметной области, отметим, что основное развитие *hypothetical learning trajectories* получило в математической области. Это связано с легкостью конструирования учебных задач различного уровня, способствующих постепенному росту математической компетентности.

Понятие «индивидуальный образовательный план» достаточно распространено в иностранной литературе [181, 184, 188]. Изначально данное понятие было связано с разработкой набора целей для детей с различными нарушениями, такими как умственная отсталость, недостаточность слуха, речь и языковые нарушения, особые трудности в обучении, визуальные недостатки, эмоциональные нарушения, ортопедические нарушения и различные медицинские условия, классифицированные как «другие нарушения здоровья». Однако со временем, содержание данного понятия стало включать разработку плана

индивидуального развития с учётом особенностей любого обучающегося на основе не только его здоровья, но и пола, особенностей восприятия информации, когнитивного стиля и т. д. [159, 163].

В нашей работе мы сосредоточимся на понятии «индивидуальная образовательная траектория». Проведем анализ содержания понятия «индивидуальная образовательная траектория». Все подходы к пониманию ИОТ можно условно разделить на три группы: первая трактует ИОТ как путь в образовании, вторая группа определяет индивидуальную образовательную траекторию как форму организации учебной деятельности, третья характеризует ее как процесс.

Одну из первых трактовок этого понятия можно встретить у Суртаевой Н.Н., которая определяет ИОТ как «определенную последовательность всех элементов учебной деятельности обучающегося по реализации его образовательных целей, соответствующую способностям, мотивации, возможностям, интересам, осуществляемую при организующей, координирующей, консультирующей деятельности педагога» [114]. Данную точку зрения разделяют Осипова С.И., Соловьева Т.В. добавляя, что реализация образовательных целей производится не только в рамках отдельной дисциплины, но и на протяжении всего периода обучения [81].

А.В. Хуторской определяет индивидуальную образовательную траекторию как персональный путь реализации личностного потенциала каждого обучающегося, где под реализацией личностного потенциала понимается его определение и развитие [131].

С точки зрения Т.М. Ковалёвой индивидуальная образовательная траектория представляет собой «след» линии движения учащегося, формируемый фиксациями содержания его проб и опыта, образовательных достижений и характеристик индивидуального образовательного пространства, дающий возможность педагогического прогнозирования [95]. Тимошина Т.А. расширяет трактовку данного понятия добавляя учет социально-экономических и временных возможностей субъекта образовательного процесса [117].

Шапошникова Н.Ю. в своем определении индивидуальной образовательной траектории выводит на первое место самостоятельность студента для его самореализации и самоопределения, давая следующее определение «индивидуальная образовательная траектория – индивидуальный путь в образовании, выстраиваемый и реализуемый субъектом образовательного процесса самостоятельно при осуществлении наставником педагогической поддержки его самоопределения и самореализации; направленный на реализацию индивидуальных устремлений, выработку жизненных стратегий, формирование основ индивидуально-творческого и профессионального развития личности студента» [137].

Иной подход предлагает Вдовина С.А., рассматривая индивидуальную образовательную траекторию как проявление стиля деятельности [188]. Ерыкова В.Г. поддерживает идею развития индивидуального стиля самообразовательной деятельности студента с использованием индивидуальной образовательной траектории: «индивидуальная образовательная траектория – личностно-ориентированная организация учебной деятельности на основе требований ФГОС и учебного плана, обеспечивающая поэтапное освоение компетенций в профессиональной подготовке бакалавра и способствует формированию индивидуального стиля самообразовательной деятельности студента, его дальнейшее совершенствование и переход в индивидуальный стиль профессиональной деятельности выпускника» [33].

Ряд ученых [45, 63, 70] рассматривает индивидуальную образовательную траекторию как процесс. Например, Исакова О.А. считает, что «индивидуальная образовательная траектория – индивидуальный процесс продвижения школьника в образовании на основе реализации выбора, предполагающий педагогическое сопровождение на содержательном и организационном уровнях с учетом способностей, образовательных потребностей и образовательного запроса ученика» [45].

Кулешова Г.М. в своей работе делает акцент на электронную образовательную среду, считая ее оптимальным средством для построения

индивидуальной образовательной траектории, которую она определяет как «проект, процесс и интегрированный результат продуктивной деятельности, выстраиваемой в информационной образовательной среде с помощью средств телекоммуникаций и тьюторского сопровождения, направленной на освоение знаний, умений и навыков, формирование ключевых компетенций и самореализацию» [63].

В контексте электронного образования Lazarov В. определяет индивидуальную образовательную траекторию как организационную структуру и план реализации образовательного процесса в электронной среде, который согласован с индивидуальной спецификой обучающегося и предоставляет возможности для оптимального развития его потенциала [168, 188].

Систематизация подходов ученых к определению понятия «индивидуальная образовательная траектория», проведенная в нашем исследовании, представлена в таблице 1.

Таблица 1 – Контент-анализ понятия «Индивидуальная образовательная траектория»

Автор понятия	Трактовка понятия
Хуторской А.В.	Индивидуальная образовательная траектория – это персональный путь реализации личностного потенциала каждого ученика в образовании [131].
Александрова Е.А.	Индивидуальная образовательная траектория – программа образовательной деятельности старшеклассника, разработанная им совместно с педагогом [3].
Осипова С.И., Соловьева Т.В.	Индивидуальная образовательная траектория – определенную последовательность составляющих учебной деятельности каждого учащегося по реализации собственных образовательных целей в рамках отдельной дисциплины либо целого семестра, соответствующую его способностям, мотивации, интересам и осуществляемую при координирующей, консультирующей деятельности преподавателя или группы преподавателей, взаимодействующих между собой [81].
Ковалева Т.М.	Индивидуальная образовательная траектория – «след» линии движения учащегося, складывающийся через фиксацию содержания его проб и опыта, образовательных достижений и характеристик индивидуального образовательного пространства, дающий возможность педагогического прогнозирования [95].

Автор понятия	Трактовка понятия
Тимошина Т.А.	Индивидуальная образовательная траектория – это индивидуальный путь в образовании к намеченной образовательной цели формирования компетенций, определяемый студентом совместно с преподавателем, организуемый с учетом мотивации, способностей, психических, психологических и физиологических особенностей обучающегося, а также социально-экономических и временных возможностей субъекта образовательного процесса [117].
Ерыкова В.Г.	Индивидуальная образовательная траектория – личностно-ориентированную организацию учебной деятельности на основе требований ФГОС и учебного плана, обеспечивающих поэтапное освоение компетенций в профессиональной подготовке бакалавра информатики и способствует формированию индивидуального стиля самообразовательной деятельности студента, его дальнейшее совершенствование и переход в индивидуальный стиль профессиональной деятельности выпускника [33].
Суртаева Н.Н.	Индивидуальная образовательная траектория – определенную последовательность всех элементов учебной деятельности обучающегося по реализации его образовательных целей, соответствующую способностям, мотивации, возможностям, интересам, осуществляемую при организующей, координирующей, консультирующей деятельности педагога [114].
Маскаева А.М.	Индивидуальная образовательная траектория – процесс и результат развития опыта и личностных качеств обучающегося на основе вариативного обучения [70].
Вдовина С.А.	Индивидуальная образовательная траектория – это проявление стиля деятельности каждого учащегося, соответствующее его мотивации, обучаемости и осуществляемое в сотрудничестве с педагогом [11].
Исакова О.А.	Индивидуальная образовательная траектория – индивидуальный процесс продвижения школьника в образовании на основе реализации выбора, предполагающий педагогическое сопровождение на содержательном и организационном уровнях с учетом способностей, образовательных потребностей и образовательного запроса ученика [45].
Кулешова Г. М.	Индивидуальная образовательная траектория – проект, процесс и интегрированный результат продуктивной деятельности, выстраиваемой в информационной образовательной среде с помощью средств телекоммуникаций и тьюторского сопровождения, направленной на освоение знаний, умений и навыков, формирование ключевых компетенций и самореализацию [63].
Гринько М. А.	Индивидуальная траектория обучения – личностно-ориентированную организацию учебной деятельности студента в вузе и предполагает построение учебно-воспитательного процесса в



Автор понятия	Трактовка понятия
	контексте реализации индивидуальных устремлений, выработки жизненных стратегий, формирования основ индивидуально-творческого и профессионального развития личности студента [27].
Шапошникова Н. Ю.	Индивидуальная образовательная траектория – индивидуальный путь в образовании, выстраиваемый и реализуемый субъектом образовательного процесса самостоятельно при осуществлении наставником педагогической поддержки его самоопределения и самореализации; направленный на реализацию индивидуальных устремлений, выработку жизненных стратегий, формирование основ индивидуально-творческого и профессионального развития личности студента [137].
Сысоев П.В.	Индивидуальная образовательная траектория – персональный путь достижения поставленной образовательной цели (или учебной задачи) конкретным обучающимся, соответствующий его способностям, мотивам, интересам и потребностям [115].
Lazarov B.	Индивидуальная образовательная траектория – организационная структура и план реализации образовательного процесса в электронной среде, который согласован с индивидуальной спецификой обучающегося и предоставляет возможности для оптимального развития его потенциала [168].

Проанализировав трактовки понятия ИОТ отечественных исследователей выделим ключевые характеристики, определяющие индивидуальную образовательную траекторию:

1. Учет индивидуальных характеристик;
2. Индивидуальное образовательное пространство;
3. Самоопределение целей обучения;
4. Сопровождение педагога;
5. Применение электронной среды.

В таблице 2 представлен сравнительный анализ содержания понятия «Индивидуальная образовательная траектория» в исследованиях ученых.

Таблица 2 – Анализ содержания понятия «индивидуальная образовательная траектория» в работах отечественных ученых

Автор	Учет индивидуальных характеристик	Индивидуальное образовательное пространство	Самоопределение целей обучения	Сопровождение педагога	Электронная среда
Александрова Е.А.	–	–	–	+	–
Кулешова Г. М.	–	–	–	+	+
Вдовина С.А.	+	–	–	+	–
Ковалева Т.М.	–	+	–	+	–
Хуторской А.В.	+	+	–	–	–
Ерыкова В.Г.	+	+	–	–	–
Сысоев П.В.	+	+	–	–	–
Маскаева А.М.	+	+	–	–	–
Гринько М. А.	–	+	+	+	–
Шапошникова Н. Ю.	–	+	+	+	–
Суртаева Н.Н.	+	+	+	+	–
Тимошина Т.А.	+	+	+	+	–
Осипова С.И., Соловьева Т.В.	+	+	+	+	–
Исакова О.А.	+	+	+	+	–
Lazarov B.	+	+	–	–	+

Обратим внимание на характеристику «самоопределение целей обучения», определяющую индивидуальную образовательную траекторию. Вузы реализуют учебные планы по направлениям подготовки в соответствии с нормативной базой и федеральными государственными образовательными стандартами, которые четко регламентируют те цели, которые должны быть в приоритете при реализации обучения по выбранному направлению. Однако каждый преподаватель в рамках своей дисциплины может способствовать достижению целей обучения у студентов по углублённому изучению предметной области, что соотносится по содержанию с данной характеристикой.

Анализ содержания понятия «Индивидуальная образовательная траектория» показал, что такая характеристика как применение электронной среды практически не было учтено в рассмотренных подходах. Вместе с тем применение электронного обучения и элементов дистанционных технологий прочно вошло в практику

высшего образования и предоставляет широкий функционал ИКТ для построения индивидуальных образовательных траекторий и реализации принципа индивидуализации.

Исследованию аспектов ЭО посвящены работы зарубежных и отечественных авторов (M. Rosenberg, T. Anderson, D. Morrison, A. Rossett, В.П. Тихомиров, Н.В. Тихомирова и др.), все они сходятся во мнении, что современное образование уже невозможно представить без информационных технологий и ЭО, которое стало частью образовательной практики [28, 78, 103, 135, 144].

В настоящее время в отечественной и зарубежной литературе принято выделять три основных модели электронного обучения в зависимости от степени реализации самостоятельной работы в электронной среде:

1. Обучение с web-поддержкой (до 30%).
2. Смешанное обучение (до 80%).
3. Дистанционное обучение (до 100 %) [113].

При реализации обучения с web-поддержкой электронная среда выступает как дополнение к традиционной модели образования. Электронная среда используется для предоставления различных справочных материалов, проведения консультаций, направленной организации самостоятельной работы студентов, а также проведения текущего или промежуточного контроля по результатам усвоения теоретического материала дисциплины. До 30% времени изучения дисциплины происходит в электронной среде.

Смешанное обучение определяют как комбинацию очного обучения и дистанционного [121]. Среди авторов, занимающихся разработкой методических рекомендаций по внедрению смешанного обучения можно выделить Веленскую С.Б., Дорофееву М.Ю., Титова С.В., Назаренко А.Л., Мохову М.Н., Шершневу В.А., Clark D., Valiathan P., Dziuban C., Picciano T. Смешанное обучение – модель, построенная на основе интеграции и взаимного дополнения технологий традиционного и электронного обучения, предполагающая замещение части традиционных учебных занятий различными видами учебного взаимодействия в электронной среде [13]. Основой реализации смешанного обучения выступает

технология «перевернутого класса». В таком учебном процессе обучение начинается с самостоятельной работы в электронной среде образовательного курса. Далее самостоятельная работа студентов продолжается практической работой в аудитории. Переход в электронную среду происходит после практического занятия по оттачиванию и закреплению материала, обеспечивающим «прирост» знаний обучающихся. Таким образом, смешанная модель реализуется циклом «предаудиторная – аудиторная – постаудиторная работа» с взаимосвязью электронной и аудиторной компонент [9].

При дистанционном обучении почти весь образовательный процесс реализуется в электронной среде, так как дистанционное обучение не предусматривает аудиторные занятия. Все учебные материалы размещены на доступных в любое время сетевых ресурсах. Взаимодействие преподавателя со студентами (лекции, консультации и др.) реализуются в электронной среде через синхронные (чаты, вебинары и др.) и асинхронные (email, форумы и т.п.) элементы и ресурсы.

Как было отмечено ранее, текущим вектором модернизации современного образования является индивидуализация и переход к личностно-ориентированному образованию. В мировой образовательной системе, в условиях формирования новых образовательных технологий, распространение получает индивидуализация образовательного процесса в электронной среде. Развитие электронного обучения и дистанционных образовательных технологий обозначено как обязательная составляющая формирования информационного пространства знаний в соответствии с указом президента РФ «О Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017–2030 годы» [119]. Перспективным направлением в области повышения качества обучения выступает разработка и применение электронных образовательных курсов, которые предоставляют студенту персональное образовательное пространство, наполненное тематическим контентом, который «подстраивается» под индивидуальные характеристики обучающихся и обеспечивает их необходимой информацией [133]. В данном контексте индивидуальные образовательные

траектории становятся ключевым инструментом реализации данного направления в электронной среде.

Проведенный анализ ключевых компонентов содержания понятия «индивидуальная образовательная траектория» с учетом концепции электронного обучения позволяют синтезировать понятие индивидуальной образовательной траектории в электронной среде как последовательное движение студента по элементам электронного обучающего курса на основе его индивидуальных характеристик с целью достижения результатов обучения по дисциплине и формирования предметной компетентности при консультационной поддержке преподавателя.

Основными проблемами внедрения новых образовательных технологий и организации электронного обучения являются недостаточный уровень мотивации студентов, быстрая потеря интереса к обучению и сложность управления активностью в электронной среде. Актуальным средством решения обозначенных проблем выступает замена рутинных образовательных действий игровым процессом. В настоящее время в электронных средах вузов начинают использоваться различные игровые элементы и техники. В работе [169] авторы Lee J. и Hammer J. обнаружили проблемы, связанные с вовлечением и удержанием студентов в процесс обучения, к которым они отнесли уменьшение заинтересованности в образовательном процессе и снижение уровня вовлеченности. В свою очередь, компьютерные игры становятся доминирующим видом развлечения молодёжи, поэтому актуальным направлением модернизации образовательных технологий в электронной среде является геймификация.

Согласно опросу населения от 18 лет и старше фонда «Общественное мнение» в 2013 году 14% населения играли в компьютерные игры [76]. Также согласно статистике всероссийского исследования, проведенного Аналитическим центром НАФИ в июле 2018 года, в компьютерные игры играют 18% россиян, чаще это мужчины (28%) и молодые люди (42% в возрастной группе от 18 до 24 лет, 28% в группе от 25 до 34 лет). Среди увлекающихся играми каждый четвертый (26%) играет ежедневно, 15% – 4-5 раз в неделю, 28% – 2-3 раза в неделю, 30% – раз в

неделю и реже. Можно увидеть, что происходит быстрый рост аудитории компьютерных игр, большая часть из которых молодые люди в возрасте от 18 до 24 лет. В тоже время, преподаватель в высшей школе перестал быть просто транслятором знаний, но теперь должен решать задачи вовлечения и мотивации к получению новых знаний.

Растущий интерес к понятию «геймификация» объясняется желанием найти средство повышения вовлеченности студентов в образовательный процесс [34]. Геймификацию рассматривают как технологию, способную обновить образовательный процесс: «интуитивно понятно, что «геймификация» может найти свое применение и в совершенствовании учебного процесса. Более того, некоторые игровые механизмы являются традиционными для любого учебного процесса, а именно – система уровней, система оценки поведения, система заданий для выполнения» [118].

Главной целью применения геймификации является изменение привычного поведения целевой группы и вовлечение ее в соответствующую деятельность. При этом содержание выбранной деятельности остается прежним, но определенным образом дополняется, чем достигается повышение мотивации к решению поставленной задачи, а также увеличивается степень концентрации.

В настоящее время, областью применения геймификации являются самые разнообразные сферы: развитие и обучение персонала, маркетинг, бизнес-процессы, образование, социальная сфера, фитнес и здоровье. Больше всего геймификацию используют для повышения лояльности и мотивации сотрудников (*Nike, Microsoft, American Express, Samsung* и др.). Именно маркетинговая сфера стала родоначальником геймификации как техника изменения поведения человека, где она используется для вовлечения потребителей во взаимоотношения с брендами. Областью применения геймификации может стать любая рутинная деятельность или неигровой контекст, который вызывает у пользователя, студента, индивида снижение мотивации и концентрации внимания.

Применительно к образованию геймификация позволяет организовать учебную деятельность студентов, мотивировать их на своевременное выполнение

заданий и стремление получить высокую оценку за контрольные блоки заданий. А также сформировать ощущение прогресса и чувства удовлетворения от затраченных усилий и полученного результата, что несомненно, направлено на повышение мотивации к обучению [31, 69, 79, 147].

Рассмотрим особенности применения геймификации как педагогической технологии. В первую очередь геймификация в образовательной сфере используется для удержания внимания обучающихся. Если преподнести теоретический материал в игровой форме, то способность к запоминанию у студентов увеличивается. Так как форма подачи материала влияет на эффективность обучения. Применение геймификации в обучении способно поднять эффективность и интенсивность прохождения рабочих программ дисциплин без потери качества обучения.

Б.П. Дьяконов считает, что использование баллов, очков, бейджей заставляет обучающихся стать «психологически зависимыми от образовательного процесса, тем самым глубже и эмоциональнее вовлекаясь в него» [32]. Другой особенностью геймификации в образовании становится минимизация негативных коннотаций с учебным процессом. Придание игровых элементов учебному процессу, позволяет вовлекаться в него и относиться к нему с большой долей энтузиазма. Как результат, обучающиеся неосознанно преодолевают свои негативные коннотации и, наоборот, образовательный процесс приобретает много положительных, веселых, вовлекающих игровых элементов [165, 182].

Аналогичные особенности отмечает С.А. Титов, описывая образовательный процесс в электронной среде. Когнитивная сторона геймификации выражается в возможности отслеживать динамику усвоения материала повышением или понижением уровня в ходе изучения дисциплины в электронной среде. Эмоциональная составляющая связана со снижением негативной реакции на ошибки в образовательном процессе с применением геймификации, в сравнении с традиционной формой обучения [118].

В работе [109] фокус внимания авторов сосредоточен на организации электронной среды на основе геймификации, которая способствует

самостоятельному, активному стремлению студентов к получению знаний, профессиональных навыков и умений, таких как критическое мышление, умение принимать решения, работать в команде, быть готовым к сотрудничеству. Таким образом, геймификация помогает раскрыть творческие способности и мотивирует самообразование.

Геймификация становится инновационным способом организации обучения в ЭС, имеющем педагогический потенциал, который позволяет повысить уровень активности студентов при выполнении заданий.

При этом необходимо отметить, что геймифицированный электронный обучающий курс (ЭОК) не является игрой. В процессе движения по курсу обучающийся выполняет образовательные задачи с применением игровых элементов. Образовательные цели всегда остаются в приоритете, а геймификация призвана лишь помочь удерживать внутреннюю мотивацию к выполнению образовательных задач. В обучении геймификация сопровождает ЭОК целиком – от постановки целей и задач до итогового контроля знаний [79].

Уникальность геймификации заключается в использовании психологии игры для достижения образовательных результатов. На основе разработок зарубежных исследователей [40, 189, 193, 166], появилась концепция применения игровых форм в управленческой сфере и в дальнейшем была развита для применения в обучении. Любая игра ставит перед собой целью достижение определенного результата, сам процесс игры и ее конечный результат приносят удовольствие и, тем самым, мотивируют человека заниматься данной деятельностью. Геймификация является надстройкой над образовательным процессом и при помощи элементов, механики и динамики геймификации заставляет педагогические приемы работать лучше [16, 20].

Именно особенность игры, такая как способность увлечь, захватить внимание на долгое время в геймификации, повышает мотивацию. Игры активизируют выработку дофамина, «гормона удовольствия», предлагая участникам радость от участия и побед. Создание геймифицированной электронной образовательной среды, позволит превратить процесс достижения



образовательных результатов в удовольствие. Применяя данный эффект в образовательной сфере можно добиться повышения показателей качества образования. Но необходимо отметить, что даже самая захватывающая игра со временем надоедает. Поэтому сложность построения системы геймификации заключается в своевременном использовании различных элементов геймификации и стимулов для постоянного поддержания уровня мотивации при обучении в электронной среде.

Геймификация позволяет корректировать поведение субъектов образовательного процесса в электронной среде. Схему воздействия геймификации можно определить исходя из модели изменения поведения В.Ж. Фогга [158]. В своей работе он отмечает, что любое действие в электронной среде является следствием взаимодействия трех элементов: мотивации, способности к действию и импульса. Вся система образования может быть представлена данной триадой: для получения высшего образования обучающийся должен быть мотивирован, у него должны быть развиты соответствующие способности для выполнения всех требований образовательного процесса, а для поддержания познавательной деятельности в университете требуется стимул. Рассматривая геймификацию в контексте модели изменения поведения выделим ее составляющие:

*Мотивация.* Всех участников образовательного процесса необходимо побуждать к свободному использованию электронной среды для достижения конечной цели – получению необходимых знаний, умений, навыков, и формировании компетентности. Профессорско-преподавательский состав знает потребности обучающихся и при помощи современных педагогических технологий старается их удовлетворить и мотивировать к дальнейшей образовательной деятельности.

*Способность.* Студенты в образовательном процессе должны обладать способностью участвовать в его реализации. Каждый обучающийся уникален, со своим набором присущих только ему качеств: уровень подготовки, жизненные обстоятельства, способности воспринимать информацию и т.д. Электронная среда должна учитывать индивидуальные характеристики студентов, стараться развивать

существующий потенциал в образовательной деятельности. Способность к выполнению образовательных действий в электронной среде сопряжена с различными факторами: во-первых, время, если выполнение действия в электронной среде требует значительных временных ресурсов, то способность ее выполнить сразу снижается. Другим фактором является интеллектуальное напряжение, чем труднее задание с точки зрения мыслительных затрат, тем сложнее неподготовленному студенту с ним справиться.

*Стимул.* В зависимости от выраженности мотивации и способности к действию стимул может принимать различные формы. Но так или иначе, стимул должен сопровождать процесс выполнения действий в электронной среде. В самом лучшем случае, когда мотивации и способности конкретного студента будут высокими, достаточно просто напоминать о необходимости выполнить какое-то действие, например, напоминание, что контрольный тест по разделу курса нужно выполнить через неделю. В случае, если мотивация у студента высокая, но недостаточно способностей для выполнения заданного действия необходимо упростить для него процесс выполнения этого действия, например, представить некоторую инструкцию – набор шагов, которые необходимо выполнить, чтобы получить ожидаемый результат. В случае же, если студент обладает достаточными способностями, но у него отсутствует мотивация, то ее нужно повышать.

Выделим принципы, на которых строится геймификация обучения в электронной среде:

Принцип обратной связи. Геймификация должна сопровождаться получением постоянной, измеримой обратной связи от обучающихся, обеспечивающая возможность своевременной корректировки их поведения и, как следствие, интенсификацию образовательных процессов в электронной среде.

Принцип мотивации. Самыми сильными мотиваторами к действию человека считается получение положительных или отрицательных эмоций и чувств. Удовольствие может приносить вознаграждение (приз, признание и уважение людей и т.д.) и зная мотивы обучающихся геймификация становится отличным

инструментом с широчайшим функционалом для эффективного воздействия на студентов в электронной среде.

**Принцип прогресса.** Каждый человек хочет реализовать себя. Геймифицированный образовательный процесс позволяет визуализировать прогресс достижения образовательных целей, позволяет показать свои преимущества как себе, так и окружающим. Ощущение признания повышает самооценку и способствует закреплению позитивной поведенческой модели.

**Принцип вознаграждения.** Любое результативное действие в электронной среде должно сопровождаться поощрением, соответствующим важности полученного результата. В качестве награды может быть виртуальное повышение статуса, получение реального физической приза и т.д.

**Принцип ограничения.** Представляемую информацию необходимо разбивать на небольшие составляющие, доступ к которым открывается постепенно, по мере продвижения обучающихся в электронном курсе. Для реализации данного принципа геймификации в электронной среде рекомендуется использовать теорию микрообучения и теорию каскадной подачи информации.

Werbach К. и Hunter D. в структуре геймификации выделяют два уровня. На эндоуровне происходит последовательная реализация цепочки «мотивация к действию → действие → обратная связь». Сначала обучающего мотивируют к выполнению некоторого образовательного действия в электронной среде, далее идет этап действия, в котором студент производит образовательную деятельность после чего система дает ему обратную реакцию. На стадии обратной связи преподаватель должен создавать у студента мотивацию к совершению следующего действия. Данная цепочка называется «цикл вовлечения». Экзоуровень представляет логику реализации рабочей программы дисциплины в электронной среде. Последовательная цепочка циклов вовлечения встроена в рабочую программу и при помощи геймификации позволяет студенту пройти весь курс обучения.

Геймификация обучения в электронной среде реализует функции аналогичные функции игры, а именно:

Функция самореализации человека. Игра важна как сфера реализации себя как личности. Геймификация в данном контексте организует процесс соперничества в электронной среде и возможность самореализации при достижении цели.

Терапевтическая функция. Игра может и должна быть использована для преодоления различных трудностей, возникающих у человека в обучении.

Развлекательная функция. Развлекательная функция геймификации связана с созданием благоприятной атмосферы для обучения, радости от образовательной деятельности, что приводит к стабилизации личности и помогает обрести уверенность в себе, получать удовольствие от раскрытия собственного потенциала.

Предполагается, что применение геймификации в электронных обучающих курсах позволит не только вовлечь студентов в работу в электронной среде, но и удержать их внимание на протяжении изучения дисциплины, постоянно поддерживая интерес к предмету, воздействуя на психологические особенности инструментами геймификации.

Конкретизируя понятия индивидуализации и индивидуальной образовательной траектории, рассмотрев существующие модели электронного обучения и обосновав перспективность применения геймификации к повышению мотивации студентов в электронной среде представляется целесообразным проектирование и реализацию электронного обучающего курса, обеспечивающего формирование математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» осуществлять на основе построения индивидуальной образовательной траектории в форме смешанного обучения в электронной среде.

### **1.3 Методическая модель формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде**

*В параграфе выявлена сущность математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» и разработана её структурно-содержательная модель, рассмотрены дидактические принципы формирования математической компетентности в электронной среде. Разработана методическая модель процесса формирования математической компетентности в электронной среде на основе построения индивидуальной образовательной траектории.*

Перейдем к рассмотрению компонентов компетенций определяющих математическую компетентность, выделенных в параграфе 1.1. Процесс развития математической компетентности необходимо рассматривать как целостную систему, каждая часть которой неразрывно связана со всей системой и каждой ее составляющей.

На основе принципов системного подхода (В.Г. Афанасьев, В.П. Беспалько, Н. Винер, Н.В. Кузьмина, К.Н. Лунгу, А.М. Новиков, В.Н. Садовский, Э.Г. Юдин) рассмотрим математическую компетентность в рамках четырехкомпонентной структуры, состоящей из: когнитивного, праксиологического, мотивационно-ценностного и рефлексивно-оценочного компонентов, ориентируясь на работы следующих авторов В.И. Байденко, Э.Ф. Зеер, И.А. Зимняя, А.И. Субетто, Э.Э. Сыманюк, Ю.Г. Татур, В.Д. Шадриков, А.В. Хуторской и др.

Подробнее остановимся на составляющих математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника»:

– когнитивный компонент отвечает за объем математических знаний необходимых для применения математического моделирования в профессиональной деятельности;

- праксиологический компонент отвечает за умения, навыки и опыт профессионально-практического применения математических знаний;
- мотивационно-ценностный компонент определяет личностное отношение к математической деятельности и совокупность ценностных ориентаций при решении профессиональных задач, направлен на формирование положительного отношения к математической деятельности в составе профессионально деятельности;
- рефлексивно-оценочный компонент определяет способность к самооценке, анализу, планированию и достижению поставленных целей математической деятельности.

*Компетенция формализации.* Формализация – это способ выражения какой-либо содержательной области через определенную форму – знаки математического языка. Соответственно, математическая формализация представляет содержание на языке математики, используя специальную символику. *Когнитивный компонент* компетенции формализации представляет собой совокупность знаний математического языка и математической символики, которые необходимы бакалаврам направления подготовки «Информатика и вычислительная техника», чтобы оперировать математическими понятиями, категориями, теориями и законами в различных областях.

Компетенция формализации направлена на формирование у студента математической культуры и знакомство с математическим языком, для дальнейшего применения в своей профессиональной деятельности полученных знаний в процессе построения математических моделей и решения с их помощью прикладных задач.

Вопросами формирования математической культуры занимались различные авторы (С.И. Архангельский, Б.В. Гнеденко, А.Я. Хинчин и др.). Отмечено, что математическая культура – «это многослойный и сложно структурированный концепт», который используется для того, чтобы отметить способы взаимодействия с математическим знанием и влияния математики на личностную и профессиональную сферу [98]. При этом в работе [18] дается следующее

определение: «математическая культура – личностное интегративное качество, которые характеризуются сформированным ценностным отношением к получаемым математическим знаниям, высоким уровнем овладения математическими знаниями и умениями, умением использовать полученные математические знания и умения в практической деятельности и развитой способностью к рефлексии процесса и результата математической деятельности». С нашей точки зрения в структуре математической культуры хотелось бы выделить компонент ценностного отношения к получаемым знаниям и способность применять их в профессиональной деятельности, как ключевые позиции для бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника». При этом *мотивационно-ценностный компонент* компетенции формализации определяется осознанностью использования математической культуры и понимания значимости математической постановки задачи.

Понимая под математическим моделированием процесс формализации реального объекта с помощью отображения его функционирования математическими соотношениями, а под математической моделью условный образ объекта-оригинала, который приближенно воссоздает ключевые параметры этого объекта с помощью математического языка, определим суть *праксиологического компонента* компетенции формализации в умении конструировать объекты реального мира математическим языком, используя специальную символику.

*Рефлексивно-оценочный компонент* позволят осуществлять критический анализ математической формализации объекта-оригинала. Рефлексия как принцип мышления, направляет внутреннюю деятельность студента на осмысление, анализ содержания математической формализации в процессе математического моделирования с целью понимания сущности исследуемых явлений, осознания проблем деятельности и принятия решения по корректировке для получения запланированного результата.

*Компетенция математического моделирования.* Опираясь на определение А.А. Ляпунова [74] «математическое моделирование – это опосредованное практическое или теоретическое исследование объекта, при котором

непосредственно изучается не сам интересующий нас объект, а некоторая вспомогательная искусственная или естественная система (модель), находящаяся в некотором объективном соответствии с познаваемым объектом, способная замещать его в определённых отношениях и дающая при её исследовании, в конечном счёте, информацию о самом моделируемом объекте» отметим необходимость владения комплексом знаний, умений и навыков для осуществления математического моделирования при решении профессиональных задач. Знания математического аппарата основных разделов дисциплин для математического моделирования выступают базисом для дальнейшей работы с математическими моделями. Но одних только знаний не достаточно чтобы выполнить процесс моделирования в приложении к профессиональной области, необходимо определить цель моделирования, то есть видеть сущностную характеристику рассматриваемого объекта, при этом математическое моделирование становится средством решения профессиональных задач. Данная совокупность требования составляет содержание *когнитивного компонента* компетенции математического моделирования.

Математическое моделирование для студентов-информатиков является инструментом прогнозирования, оптимизации, количественного и качественного анализа, сбора и обработки профессионально-значимой информации, то есть профессиональным инструментом управления в области информационных технологий. *Праксиологический компонент* компетенции моделирования включает в себя умения и навыки строить математические модели, т. е. умение актуализировать математические знания и строить модели исходя из условий конкретной ситуации профессиональной деятельности [105]. О владении методами математического моделирования, говорят следующие навыки:

– аналитические навыки постановки математических задач (представление задачи в виде системы линейных и нелинейных алгебраических уравнений, системы дифференциальных уравнений, комплексом алгебро-дифференциальных уравнений);



– вычислительные навыки построения моделей (обработка математических моделей пакетами прикладных программ).

При этом ключевым содержанием праксиологического компонента выступает способность при построении математических моделей определять существенные параметры исходного объекта, которые в процессе моделирования будут использоваться для получения новой информации. Данный навык отражает глубину владения аппаратом математического моделирования в профессиональной деятельности.

Понимание важности владения математическим аппаратом для построения математических моделей является содержанием *мотивационно-ценностного компонента* компетенции математического моделирования.

Анализ и оценка собственного уровня владения математическим аппаратом при построении математических моделей относится к *рефлексивно-оценочному компоненту* компетенции математического моделирования.

*Компетенция математического моделирования в пакетах прикладных программ.* Подробнее остановимся на вычислительных навыках построения математических моделей. Реализация математических моделей требует решения различных математических задач. Математические пакеты прикладных программ *MathCAD, Mathematica, Maple, MATLAB* позволяют упростить формализованную запись компонентов математической модели на основе символьных или аналитических преобразований, а также произвести интегрирование и дифференцирование символьных выражений, перестановки и перегруппировки членов, приведение подобных членов, подстановки в выражения с последующим их преобразованием [142]. Системы математического моделирования и символьных преобразований относятся к средствам обучения и необходимы для обучения математическому моделированию предметных моделей в рамках профессиональной подготовки.

Поэтому способность применять математическое моделирование в профессиональной деятельности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника», реализуемое через использование

специальных программных средств и сред – пакетов прикладных программ, предопределяет введение в содержание математической компетентности – компетенции математического моделирования в пакетах прикладных программ.

Математические модели различных предметных областей значительно отличаются друг от друга способами представления и используемыми средствами для их решения, поэтому *когнитивный компонент* компетенции математического моделирования заключается в знании функциональных возможностей различных пакетов прикладных программ для выполнения математических операций автоматизированными способами. При этом ключевым содержанием *праксиологического компонента* становится владение инструментальными возможностями математических пакетов при решении практико-ориентированных задач в различных предметных областях. Осознание профессиональных преимуществ применения математического моделирования в специализированных программах при решении профессиональных задач обусловлена особенностью и спецификой профессии и является содержанием *мотивационно-ценностного компонента* компетенции математического моделирования в пакетах прикладных программ.

Адекватность математической модели – это соответствие результатов компьютерного эксперимента поведению реального объекта. Это соответствие следует оценивать с точки зрения целей исследования. Поэтому возможны различные подходы к оценке адекватности различных моделей. Модель считается адекватной, если отражает заданные свойства с достаточной точностью, точность при этом рассматривается как степень совпадения значений выходных параметров математической модели и объекта-оригинала. Способность оценить соответствие объекта-оригинала полученной математической модели относится к *рефлексивно-оценочному компоненту* компетенции математического моделирования в пакетах прикладных программ.

*Метакогнитивная компетенция.* Одной из задач высшего профессионального образования сегодня является организация самостоятельной познавательной деятельности студентов. Профессиональная подготовка будущих

специалистов предполагает большой объем аудиторной и внеаудиторной самостоятельной работы, которая при учете принципа индивидуализации реализуется с применением электронной среды. Необходимость применения электронной среды в образовательном процессе отражена в ФГОС ВО. Перспективным направлением в области развития способности к самообразованию и обучению в течение всей жизни выступает обучение с применением электронных обучающих курсов, обеспечивающее формирование индивидуальной образовательной траектории и предоставляющее студенту персональное образовательное пространство, наполненное учебными материалами, форма и содержание которых «подстраивается» под индивидуальные характеристики обучающихся и обеспечивает их необходимой информацией. Внутри электронной системы имеется возможность реализовать методы обучения, способствующие развитию познавательных и метакогнитивных способностей посредством обучающих тестов. Суть данной технологии состоит в том, что студенту предлагают выбрать на каждом шаге одно действие из нескольких предлагаемых альтернатив. Каждый раз действие оценивается как продуктивное, то есть ведущее к решению поставленной задачи, или как тупиковое. В итоге из этих шагов складывается решение, то есть явным результатом для студента всегда является решенная задача. Принципиальным развитием технологии обучающих тестов является включение пунктов, позволяющих студентам осуществить рефлексию выполненных ими действий. То есть студенты сами формулируют, какого типа задачи они научились решать и в чем состоит метод решения. Элементы электронного обучения позволяют легко реализовать визуализацию учебных материалов, составление карт-схем, таблиц, которые показывают индивидуальный процесс мышления студента.

Таким образом, правильно организованная самостоятельная работа студентов в электронной среде способствует развитию математических способностей, навыков самообразования и саморазвития. В процессе выполнения самостоятельной работы студенты сознательно ставят цели и задачи, планируют свою деятельность, выбирают способ ее выполнения и осуществляют анализ.

Однако, как показывает опыт, большинство студентов недостаточно хорошо владеют такими способами деятельности. Поэтому организация и повышение эффективности самостоятельной работы является одним из важных педагогических направлений современной теории и практики, а применение элементов электронного обучения представляет инструменты для ее реализации.

Важным становится формирование умения самостоятельно мыслить, искать новые знания, а также умения решать проблемы и применять на практике полученные знания в математической области. Повышение эффективности учебной деятельности, а также самостоятельной работы студентов связано с формированием познавательной самостоятельности студентов (*self-directed learning*), способности к самообразованию (*self-instruction*) и обучением умению учиться (*learning to learn*), где большое значение приобретают познавательные стратегии, а также развитие профессиональных компетенций в условиях современного тренда непрерывного обучения «*lifelong learning*». Электронное обучение и дистанционные образовательные технологии позволяют решать спектр функциональных задач непрерывного обучения «*lifelong learning*» начиная от организации самостоятельной работы студентов до построения дистанционной модели обучения.

Компетенцию планирования решения какой-либо учебной задачи, отслеживания понимания изученного материала и оценивание степени продвижения к достижению учебных целей назовем метакогнитивной.

Следуя взглядам на концепции метакогнитивизма, интеллекта и рефлексивной деятельности Дж. Флейвелла, А. Браун, М.А. Холодной, А.В. Карпова и др. [49, 127, 128 149, 157], выделим ключевые компоненты метакогнитивной компетенции в области математики, ориентированных на управление математической деятельностью, с помощью которых обучаемый контролирует образовательный процесс самостоятельно.

Целеполагание – данный компонент направлен на приобретение навыка постановки цели в плане того, что изучать и что необходимо понять в области математики, какой будет цель решения той или иной математической или

профессиональной задачи. В качестве составляющих данного компонента рассматривают: умение выдвигать цель и задачи математической деятельности, принятие решения, конкретизация и фиксация цели.

Планирование – помогает развивать навыки самостоятельного принятия решений относительно объёма изучаемого математического материала, распределения этого объёма для его более эффективного изучения. В данную категорию входят следующие навыки: умение планировать, продумывать средства решения поставленных математических задач, прогнозировать результат и последствия собственных действий.

Регулирование (или самоконтроль) – компонент ориентирован на умение оказать помощь самому себе в процессе овладения теоретическим материалом математических дисциплин, идентифицировать источники, справляться с проблемными моментами. Компонент охватывает следующие навыки: умение объективно оценивать собственный уровень подготовки в математической области, аргументировать предпринимаемые действия, настраивать себя на продуктивную деятельность.

Оценивание – умение оценить эффективность собственной математической деятельности, которая применялась в процессе изучения и овладения математическим материалом. Это умение отстаивать свою позицию или пересматривать результаты деятельности в случае ошибок, умение выстраивать конструктивную критику в адрес других и адекватно воспринимать такую в свой адрес.

Сформулированная, таким образом, метакогнитивная компетенция в области математики позволяет сформировать систематическое представление о структуре познавательной деятельности и условиях ее организации в рамках математических дисциплин с целью построения индивидуальных образовательных траекторий интеллектуального, общекультурного, математического и профессионального развития. А формирование математической компетентности не может быть полноценным, если у студента выполняемая им деятельность в процессе ее

формирования не отрефлексирована как общезначимая, то есть применимая в различных ситуациях [7].

В таблице 3 приведена структурно-содержательная модель математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника». Элементы данной модели представляют собой содержательные характеристики когнитивного, праксиологического, мотивационного и рефлексивно-оценочного компонентов математической компетентности.

В предложенной модели освоение студентом в процессе изучения математических дисциплин совокупности математических компетенций, позволяет определить соответствующие компонентам компетенций критерии сформированности математической компетентности: когнитивный, праксиологический, мотивационный и рефлексивно-оценочный. Реализация студентом этих компетенций в процессе образовательной деятельности по математическим дисциплинам формирует готовность применять методы математического моделирования процессов и объектов при решении профессиональных задач и проводить анализ результатов эксперимента по заданной методике.

На основе представленной структурно-содержательной модели в работе осуществляется построение методической модели формирования математической компетентности. Построением методических моделей в процессе математической подготовки занимались следующие исследователи: Остыловская О.А. [83] при формировании научно исследовательской компетентности, Колбина Е.В. [55] при формировании математической компетентности в проблемно-прикладном аспекте, Сергеева Е.В. [102] для развития математической компетентности студентов технических профилей.

Таблица 3 – Структурно-содержательная модель математической компетентности

Компоненты компетенции Составляющие	<b>Когнитивный</b>	<b>Праксиологический</b>	<b>Мотивационно-ценностный</b>	<b>Рефлексивно-оценочный</b>
<b>Компетенция формализации</b>	<i>Знает</i> математический язык и математическую символику	<i>Умеет</i> конструировать объекты реального мира математическим языком, используя специальную символику	<i>Осознает</i> значимость математической постановки задачи	<i>Осуществляет</i> критический анализ математической формализации реального объекта
<b>Компетенция математического моделирования</b>	<i>Знает</i> математический аппарат основных разделов математических дисциплин и <i>определяет</i> цель математического моделирования	<i>Владеет</i> методами математического моделирования в профессиональной деятельности	<i>Осознает</i> важность владения математическим аппаратом для построения математических моделей и его необходимость при решении прикладных (профессиональных) задач	<i>Оценивает</i> собственный уровень владения математическим аппаратом построения математических моделей
<b>Компетенция математического моделирования в пакетах прикладных программ</b>	<i>Знает</i> функциональные возможности пакетов прикладных математических программ	<i>Владеет</i> инструментальными возможностями математических пакетов при решении практико-ориентированных задач	<i>Осознает</i> профессиональные преимущества математического моделирования пакетами прикладных программ	<i>Способен</i> оценить адекватность полученной математической модели, реализованной в математических пакетах прикладных программ исходному объекту
<b>Метакогнитивная компетенция</b>	<i>Знает</i> эффективные способы самостоятельной организации математической деятельности	<i>Способен</i> определять цели и расставлять приоритеты при осуществлении математической деятельности	<i>Осознает</i> преимущества владения математическим аппаратом для профессионального совершенствования в условиях тренда «lifelong learning»	<i>Производит</i> анализ процесса самообразования и уровень самоорганизации посредством самоконтроля и самооценки выполненной математической деятельности

Проблематикой моделирования в педагогике занимались следующие исследователи: Е. Лодатко, А. Остапенко, Т. Ващик, В. Гузеев, А. Мещанинов, А. Дахин, В. Лобашев и др. Все ученые отмечают, важное место моделирования в методологии педагогической науки наряду с наблюдением и экспериментом [2].

Большое значение в педагогической науке занимают модели организации образовательного процесса, которые отличаются формами и методами взаимодействия субъектов образовательного процесса, а также способами формирования и закрепления знаний и практических навыков обучаемых [141].

Методическое моделирование в след за И.А. Акуленко определим как вид педагогического моделирования, процесс построения, изучения и оперирования методическими моделями, которые в свою очередь представляют материально или нематериально реализованные системы, отражающие или воспроизводящие методические объекты, т.е. объекты, которые формируют предмет методики обучения математики как науки и учебной дисциплины в вузе.

Структура методической модели формирования математической компетентности на основе реализации индивидуальной образовательной траектории в электронной среде мы представим в виде пяти взаимосвязанных компонентов. Методическая модель относится к виду информационных моделей, состоящей из целевого, концептуального, технологического, рефлексивно-оценочного, результативного блоков и приведена на рисунке 1.



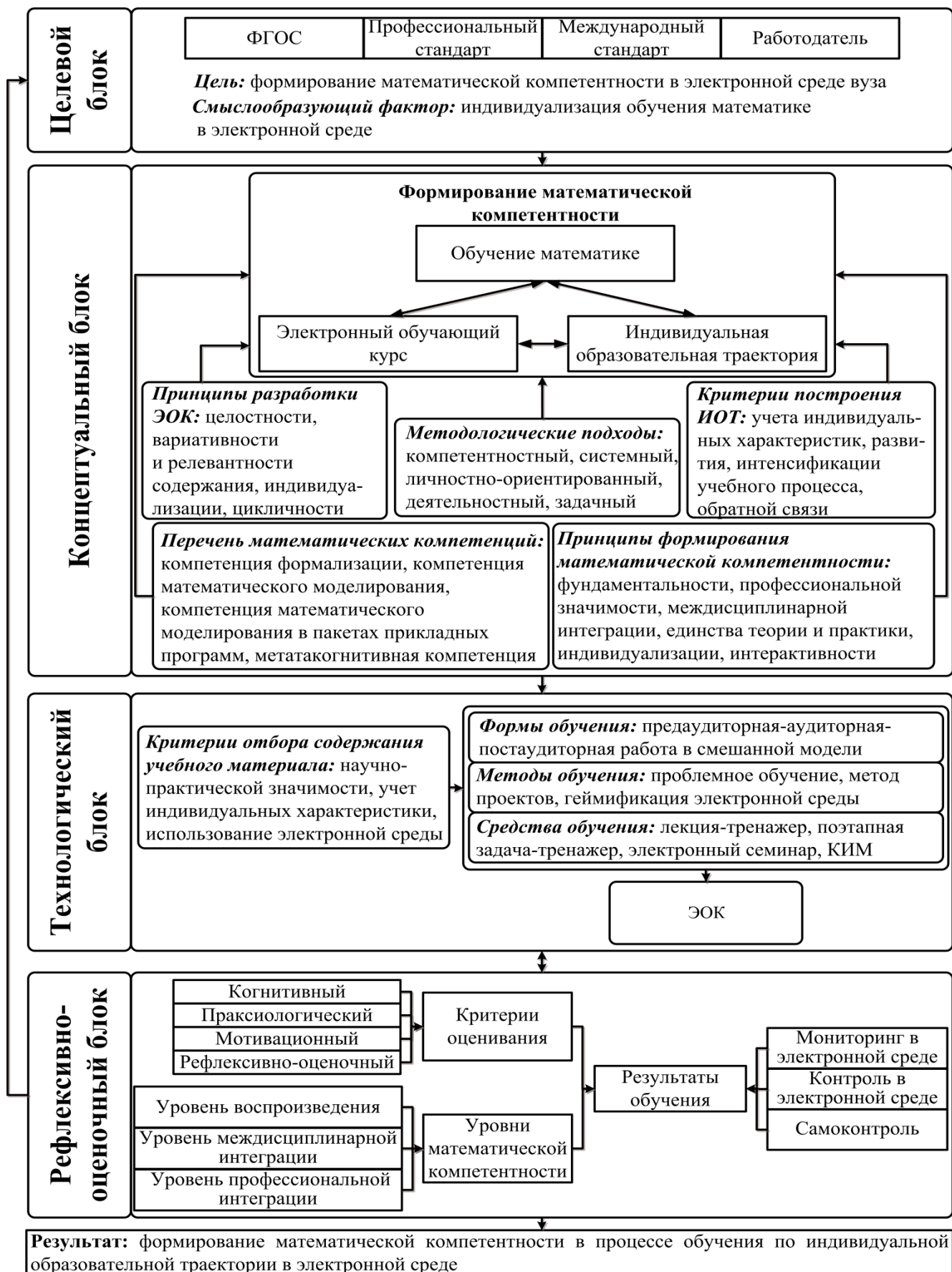


Рисунок 1 – Методическая модель формирования математической компетентности в электронной среде

*Целевой блок.* Целевой блок модели формирования математической компетентности в электронной среде представлен требованиями федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования Российской Федерации, требованиями профессиональных и международных стандартов в области повышения качества инженерного образования, а также требованиями работодателя. Цель выступает системообразующим компонентом данного блока и определяет содержание и результаты обучения, способы его оценки и применяемые технологии. Для нас целью является формирование математической компетентности в электронной среде вуза в соответствии с принципом индивидуализации образовательного процесса. Цель реализуется через компоненты остальных блоков модели и организуется на основе технологии обратного педагогического дизайна (*backward design*) исходя из формируемой математической компетентности.

Результаты обучения, соответствующие требованиям ФГОС ВО, предъявляемым к бакалаврам направления подготовки «Информатика и вычислительная техника», определяют готовность к решению профессиональных задач в соответствии с видами профессиональной деятельности, реализуемыми в учебных планах основной образовательной программы.

Развитие информационных технологий крайне важно для повышения эффективности российских предприятий и экономики страны в целом, и необходимость развития инновационных разработок в области информационных технологий отражает потребность рынка в высококвалифицированных кадрах в области информационных технологий, способных решать задачи разработки и эксплуатации информационных систем. Поэтому для подготовки конкурентоспособных выпускников, способных успешно трудоустроиться по профилю полученного образования, вузам необходимо максимально учитывать требования работодателей. При этом профессиональная деятельность специалиста на предприятиях и в организациях рассматривается с точки зрения его трудовых функций, начиная с постановки общей цели трудовой деятельности и заканчивая определением конкретных трудовых действий, требуемых знаний и умений.

Профессиональный стандарт системно и полноценно отражает трудовую деятельность работника, опираясь на компетентностный и деятельностный подходы, и является достаточным для определения результатов труда, в связи с этим необходим учет требований профессиональных стандартов к результатам обучения. В плане требований, предъявляемых к выпускникам ФГОС ВО 3++ идет по пути объединения требований профессиональных стандартов различных областей профессиональной деятельности и учета потребностей рынка и работодателей.

Интеграция в международное пространство невозможна без ориентации на международные стандарты. В области образования и ИТ-профессионализма данное направление представляют: Международная программа по оценке образовательных достижений учащихся PISA (*Programme for International Student Assessment*); инициатива CDIO (*Conceive-Design-Implement-Operate*) как комплексный подход к инженерному образованию; система профессиональных стандартов в сфере ИТ эпохи цифровой экономики SFIA (*Skills Framework for the Information Age*).

Международная программа по оценке образовательных достижений учащихся (PISA) позволяет определить уровень грамотности и умение применять полученные знания на практике. Сама программа была разработана в 1997 году и начала применяться в 2000 году. Программа работает в сотрудничестве с ведущими международными научными организациями, при участии национальных центров. Руководит работой Австралийский совет педагогических исследований (ACER) при активном содействии Нидерландского национального института педагогических измерений (CITO), Службы педагогического тестирования США (ETS), Национального института исследований в области образования (NIER) в Японии; Вестат США (WESTAT) и других авторитетных в мире образования организаций. Сама программа включает тестирования по трем направлениям: грамотность чтения, математическая грамотность и естественнонаучная грамотность. Математическая грамотность участниками программы определяется как «способность человека определять и понимать роль математики в мире, в

котором он живет, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину» [84, 99]. Определение уровня математической грамотности основано на способности применять математические знания для решения проблем, поставленных в реальных условиях, где необходимо использовать ряд математических компетенций, а также широкий спектр математических знаний.

Инициатива CDIO отражает комплексный подход к инженерному образованию через набор общих принципов создания учебных программ, их материально-технического обеспечения, подбора и обучения преподавателей. В настоящее время к Всемирной инициативе CDIO присоединились около 90 высших учебных заведений из 30 стран мира. Перечень планируемых результатов обучения выпускников образовательных программ в области техники и технологий (*CDIO Syllabus*) содержит набор компетенций бакалавров в области техники и технологий, которые планируется сформировать в результате освоения соответствующих образовательных программ в университете. Перечень состоит из четырех основных раздела, каждый из которых включает несколько уровней декомпозиции. Эти разделы интегрируют технические знания, личностные и межличностные результаты обучения, а также навыки создания продуктов, процессов и систем.

Система профессиональных стандартов в сфере ИТ эпохи цифровой экономики SFIA ориентирована на бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника». Данная система стандартов оперирует понятием навык, который определяется как действие, доведенное до автоматизма путем многократных повторений, стоит отметить, что SFIA концентрируется именно на практических умениях в профессиональной сфере, а не на теоретической подготовке. Профессиональная компетентность включает в себя набор профессиональных, поведенческих навыков, комплекс знаний профессиональной области, а также опыт и квалификация, при этом квалификация идентифицирует элементы умений или знаний, а опыт представляет практическую демонстрацию возможностей. Оценка профессиональных компетенций, необходимых знаний и

умений проводится в процессе решения практических профессиональных задач. Причем, наиболее оптимальный способ это сделать на основе активных методов, чтобы каждый мог проявить весь комплекс профессиональных качеств, например, различные методы ситуационного анализа – метод кейсов, метод проектов и другие.

*Концептуальный блок.* Концептуальный блок методической модели раскрывает методологические основы формирования математической компетентности в электронной среде на основе реализации индивидуальной образовательной траектории. Он опирается на комплекс методических подходов, обеспечивающих достижение заданной цели и на дидактические принципы формирования математической компетентности, которые отражают специфические особенности процесса формирования математической компетентности в электронной среде.

Исходными методологическими положениями, концептуально обеспечивающими формирование математической компетентности в электронной среде, являются компетентностный, системный, деятельностный, личностно-ориентированный и задачный подходы. Рассмотрим существенные характеристики каждого подхода и их вклад в организацию деятельности по формированию математической компетентности.

Компетентностный подход является основой для определения целей и результатов образовательной деятельности по формированию математической компетентности на основе реализации индивидуальной образовательной траектории в электронной среде.

Системный подход выступает логическим ядром методической модели, поскольку сама модель и процесс формирования математической компетентности являются целостной системой. Он позволяет определить структуру функциональных компонентов и рассмотреть их взаимосвязь. Математическая компетентность, при этом, рассматривается как составляющая профессиональной компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника».

Личностно-ориентированный подход предполагает формирование индивидуальной образовательной траектории, и ставит во главе образовательного процесса личность студента с его индивидуальностью. Студент выступает субъектом учебной деятельности, самопознания и саморазвития, в результате которой он осваивает математическую компетентность. Б.П. Беспалько, Л.С. Выготский и др. отводят ведущую роль в образовательном процессе личностно-ориентированному подходу. Теоретическое обоснование значения личностно-ориентированного подхода в организации образовательной деятельности в высшей школе опирается на отечественные психолого-педагогические концепции личности (А.В. Брушлинский, А.В. Петровский, А.А. Леонтьев и др.), а также на психолого-педагогические концепции личностно-ориентированного подхода (И.С. Якиманская, В.В. Сериков, Е.В. Бондаревская, А.В. Хуторской, М.А. Викулина и др.).

Деятельностный подход определяет приоритетность применения активных технологий и современных методов обучения для включения студентов в активную учебную деятельность по формированию математической компетентности. Овладение математическими компетенциями и переход к математической компетентности происходит в процессе деятельности. Деятельностный подход организует процесс обучения с применением практико-ориентированных технологий образования, в том числе в электронной среде, где весь процесс обучения приобретает деятельностный характер.

Задачный подход является логическим продолжением деятельностного, который, по словам Спирина Л.Ф., [110] ориентирует на взаимосвязь сущности и содержания математической деятельности в конкретных ситуациях. Задачный подход выступает инструментом превращения педагогических знаний в элемент практики. Продолжая выводы Спирина Л.Ф. Кондрашова Л.В. считает, что механизмом реализации задачного подхода при изучении различных дисциплин является педагогическая задача как результат осознания студентом в различных педагогических ситуациях необходимости выполнения профессиональных действий [58]. Соглашаясь с данными выводами, мы хотели бы отметить, что

постановка и решение профессионально-ориентированных задач в ходе изучения математических дисциплин способствует формированию математической компетентности в структуре профессиональной компетентности. Успешное применение задачного подхода в процессе формирования и развития математически компетентного бакалавра направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» возможно при наличии методического обеспечения образовательного процесса, направленного на формирование математической компетентности: рабочих программ по математическим дисциплинам, учебно-методического обеспечения учебной деятельности и т. п.

Все приведенные подходы взаимосвязаны между собой и взаимодополняют друг друга, выступая методологической основой формирования математической компетентности на основе реализации индивидуальной образовательной траектории в электронной среде.

При разработке содержания математических дисциплин как средства формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» мы опирались на основные принципы дидактики высшей школы. На наш взгляд, к общим принципам формирования математической компетентности следует отнести следующие: принцип фундаментальности, принцип профессиональной значимости, принцип междисциплинарной интеграции, принцип единства теории и практики, принцип индивидуализации, принцип интерактивности обучения.

Принцип фундаментальности ориентирует на выявление сущностных явлений и процессов в сфере математической и профессиональной деятельности бакалавра направления подготовки «Информатика и вычислительная техника». Фундаментальность в обучении предполагает научность, полноту и глубину получаемых знаний. Фундаментальность обучения требует систематизации содержания обучения по различным дисциплинам при оптимальном соотношении между теорией и практикой применения полученных знаний в профессиональной деятельности.

Принцип профессиональной значимости выступает в дополнении к принципу фундаментальности и регулирует соотношение между теоретическим характером изучаемых математических дисциплин и практическим умением применять эти теоретические знания в профессиональной деятельности. Принцип профессиональной значимости хорошо описан в работе М.И. Махмутова [71] и заключается «использовании педагогических средств, при котором обеспечивается усвоение учащимися предусмотренных программами знаний, умений, навыков и в то же время успешно формируется интерес к профессии, ценностное отношение к ней, профессиональные качества личности.

Принцип междисциплинарной интеграции способствует формированию целостного представления о мире и комплексному видению проблем, ситуаций и явлений, изучаемых в различных дисциплинах. Междисциплинарная интеграция основана на взаимопроникновении содержания разных учебных дисциплин: математических, естественнонаучных, специальных для создания единого образовательного пространства. Большинство ученых в сфере исследования междисциплинарной интеграции (М.А. Даниловым, И.Д. Зверевым, М.А. Холодной и др.) трактуют его как содержательно и структурно скоординированное преподавание различных дисциплин, направленное на выявление их межпредметных связей [128].

Принцип единства теории и практики при формировании математической компетентности представляет собой единство теоретических знаний и опыта его применения. В связи с этим возникает естественная необходимость в организации практического применения математических знаний в профессиональной деятельности [14]. Изучением идеи соединения образовательной деятельности с практической деятельностью в педагогике рассматривали Е.Г. Пестолоцци, А. Дистервег, К.Д. Ушинский, Дж. Дьюи, С.А. Шапоринский, а личностно-ориентированный подход дополняет и акцентирует внимание на усилении значимости индивидуального практического опыта жизнедеятельности человека в образовании. Всесторонний анализ практической деятельности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» определяет



эффективные пути совершенствования образовательного процесса в вузах при формировании математической компетентности.

Индивидуализация как педагогический принцип подробно описан ранее в параграфе 1.2.

Принцип интерактивности обучения обеспечивает интерактивный диалог и обратную связь, которая позволяет осуществлять контроль и коррекцию действий студента при формировании математической компетентности. Информатизация образования рассматривается как одно из важнейших средств повышения её качества до уровня международных стандартов. Принцип интерактивности обучения формирует у студентов устойчивые познавательные потребности и готовность к активному овладению новыми знаниями. Использование ИКТ в учебном процессе способствует повышению активности студентов в обучении, разнообразию возможностей индивидуального подхода. Применение электронных технологий при обучении математике в технических вузах предполагает создание новых методик обучения с использованием ИКТ.

Таким образом, сущность методологических подходов и содержание основных педагогических принципов, направленных на формирование математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» представляют собой основу для проектирования и создания методической модели формирования математической компетентности в электронной среде на основе реализации индивидуальной образовательной траектории.

*Технологический блок.* Содержательной основой математической компетентности является объем необходимых и достаточных знаний, умений и опыта практической деятельности, которые студенты приобретают в процессе изучения соответствующих разделов математики. Содержание образования задается составителям основных образовательных программ в общем виде в тексте федеральных государственных образовательных стандартов, при этом составителям рабочих программ математических дисциплин необходимо самим определяться с содержанием дисциплины основываясь на собственном

педагогическом опыте, требованиях ФГОС ВО, профессиональных и международных стандартов.

Анализ разработанных основных образовательных программ бакалавриата направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в Институте космических и информационных технологий Сибирского федерального университета позволяют отметить, что основная роль в формировании математической компетентности отводится базовой части учебных планов таким дисциплинам как «Математический анализ», «Алгебра и геометрия», «Дискретная математика» и «Теория вероятностей» общей трудоемкостью не менее 23 зачетных единиц. Главная цель изучения данных дисциплин состоит в сбалансированном формировании математических компетенций, входящих в структуру математической компетентности. Существенное место в интеграции математической компетентности в профессиональную компетентность отводится дисциплинам из вариативной части и дисциплинам по выбору учебного плана. Включение математики в профессиональную деятельность реализуется через изучение следующих дисциплин: «Решение оптимизационных задач», «Методы принятия решения» и «Цифровая обработка сигналов», которые позволяют усилить связь математической деятельности с профессиональной, заложенной в дисциплинах базовой части.

Критерии отбора содержания влияют на формирование содержания математических дисциплин и позволяют установить набор разделов и их наполнение. Ориентация на индивидуализацию обучения и применение электронной среды позволяют выделить следующие критерии отбора содержания учебного материала по математическим дисциплинам: критерий научно-практической значимости, критерий учета индивидуальных особенностей, критерий использования электронной среды:

– критерий научно-практической значимости – каждый раздел или тема математической дисциплины должны иметь научную и практическую значимость для изучения других дисциплин и для профессиональной деятельности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника»;

– критерий учета индивидуальных особенностей – отобранный материал должен соответствовать учебным способностям студентов с возможностью формирования персонального пространства учебных материалов, ориентированных на индивидуальные характеристики студента и «подстраивающихся» под его уровень усвоения материала, что содействует формированию математической компетентности;

– критерий использования электронной среды – все учебные материалы должны быть реализованы в виде элементов или ресурсов в электронной среде вуза, для круглосуточного доступа и удовлетворения потребности студентов в самообучении, постоянном профессиональном самосовершенствовании.

Отметим, что использование предложенных критериев к отбору содержания математических дисциплин позволит сформировать все четыре компонента математических компетенций: когнитивный, прагматический, мотивационно-ценностный, рефлексивно-оценочный и как совокупность математическую компетентность на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде.

Технологический блок включает средства, методы и формы организации обучения в электронной среде для достижения заданной цели исследования. Эффективность формирования математической компетентности в электронной среде достигается за счет органичного применения различных средств, методов и форм обучения с учетом потребностей студентов. При этом используемые компоненты технологического блока методической модели должны:

– ориентироваться на повышение интереса и активности самостоятельной познавательной деятельности студентов к изучению математического содержания дисциплины в электронной среде вовлекая и удерживая их в образовательном процессе;

– обеспечивать взаимопроникновение математической и профессиональной деятельности при формировании математической компетентности путем применения математических методов при решении профессионально-ориентированных задач;

– развивать деятельность студентов по самоорганизации и самообучению, эффективному анализу и оценке собственной деятельности.

Основным средством обучения для формирования математической компетентности в электронной среде выступает электронный обучающий курс, который содержит теоретические материалы в трех редакциях изложения, соответствующие уровню усвоения материала студентом, а также учебные задачи-тренажеры и электронные семинары [57]. Алгоритм переходов в электронном курсе между всеми элементами и ресурсами позволяет строить индивидуальные образовательные траектории для каждого студента с учетом его индивидуальных характеристик. Подробное описание средств обучения нами представлено в параграфе 2.2 диссертации.

Формами обучения выступают предаудиторная, аудиторная и постаудиторная работа, реализованная в смешанной модели обучения. Данная форма обучения включает изучения теоретического материала по разделам дисциплины, решение практических задач и выполнение индивидуальных профессионально-ориентированных заданий.

Для активизации учебно-познавательной деятельности студентов применяются активные методы обучения, которые мотивируют обучающихся к самостоятельному и инициативному освоению учебного материала в процессе познавательной деятельности. Метод проектов позволяет организовать выполнение групповых проектов по применению полученных математических знаний и умений в профессиональной деятельности. Игровые технологии и геймификация электронной среды способствует вовлечению и удержанию студентов в образовательном процессе, воздействуя на психологические особенности студентов. Проблемные методы обучения необходимы для реализации индивидуальных, групповых заданий с использованием пакетов прикладных программ и отработки умений по применению математических и инженерных вычислений в профессиональной деятельности.

*Рефлексивно-оценочный блок.* Основной целью применения предложенного подхода является формирование математической компетентности в электронной

среде вуза. Рефлексивно-оценочный блок позволяет определить уровень сформированности математической компетентности студента на основе компонентов оценивания, соответствующих компонентам математических компетенций: когнитивному, праксиологическому, мотивационно-ценностному и рефлексивно-оценочному. Электронная среда позволяет непрерывно проводить мониторинг процесса формирования различных компонентов математической компетентности и оказывать точечное воздействие, в случае возникновения проблем в учебном процессе на различных стадиях. Оценка достижения результатов обучения проводится с применением анкетирования и тестирования в электронной среде. При этом студенты, как субъекты образовательной деятельности, имеют возможность рефлексивного отношения к собственной математической подготовке, показатели которой всегда доступны в личном кабинете студента в электронной среде. Также рефлексивно-оценочный блок позволяет оценить эффективность разработанной методики, путем сравнения полученных результатов студентов, обучающихся по предложенной методике и студентов, обучающихся на основе традиционных подходов.

В своем исследовании мы считаем возможным при определении уровней математической компетентности ориентироваться на международную программу по оценке образовательных достижений учащихся PISA в области математической грамотности [84, 99].

Выделим три уровня математической компетентности: первый уровень включает воспроизведение математических знаний и выполнение простейших вычислений; второй уровень предполагает умение устанавливать связи и интегрировать материал из разных математических областей, необходимых для решения поставленной учебной задачи. Третий уровень – это уровень применения математических методов в неизвестных заранее ситуациях профессиональной направленности, требующих применения различных отраслей математики, физики и других областей общеинженерного и профессионального знания.

Рассмотрим более подробно каждый уровень:

– Уровень воспроизведения – это прямое применение в знакомой ситуации известных фактов, стандартных математических методов, распознавание математических объектов и свойств, построение простейших математических конструкций, применение известных алгоритмов и технических навыков, работа со стандартными, знакомыми выражениями и формулами, непосредственное выполнение вычислений.

– Уровень междисциплинарной интеграции – строится на реконструктивной деятельности по решению задач, которые, хотя и не являются типичными, но все же знакомы студентам или выходят за рамки известного лишь в очень малой степени. Данный уровень предполагает интеграцию между разными математическими областями и установление связей между ними и практико-ориентированным контекстом предложенной задачи.

– Уровень профессиональной интеграции строится как развитие предыдущего уровня с ориентацией на применение математических знаний и методов в различных профессионально-ориентированных задачах. Данный уровень характеризует выбор математического инструментария, интегрирование знаний из разных разделов курса математики и других общеинженерных и специальных дисциплин, самостоятельность в определении алгоритма решения задач.

Для проверки достижения первого уровня компетентности предлагаются традиционные учебные задачи. Второй уровень проверяется с помощью решения несложных практико-ориентированных заданий. Для проверки достижения третьего уровня разрабатываются более сложные задания, проекты, в которых, прежде всего, необходимо самостоятельно провести моделирование предложенной профессиональной ситуации – выделить в ситуации проблему, которая решается средствами математики, и разработать соответствующую ей математическую модель, решить ее, используя математические методы и обобщения, и интерпретировать решение с учетом профессиональных особенностей.

Совокупность целевого, концептуального, технологического, рефлексивно-оценочного и результативного блоков методической модели способствуют

формированию математической компетентности на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде. Реализация предложенной методики формирует все компоненты математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе индивидуальной образовательной траектории в электронной среде.

## ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1

1. Анализ литературы по теме исследования, ФГОС ВО и профессиональных стандартов бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» показал необходимость формирования математической компетентности в структуре профессиональной компетентности в процессе обучения математике.

2. Определены математические компетенции бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника», осваиваемые в процессе обучения математике, как отражение на эту предметную область состава универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций ФГОС ВО для осуществления профессиональной деятельности: компетенция формализации, компетенция математического моделирования, компетенция математического моделирования в пакетах прикладных программ и метакогнитивная компетенция.

3. Анализ современного состояния индивидуализации обучения в вузе показал необходимость применения современных информационно-коммуникационных технологии для совершенствования образовательного процесса. Установлено недостаточное применение потенциала электронной среды для формирования математической компетентности с учетом индивидуальных характеристик студентов.

4. Уточнено понятие индивидуальной образовательной траектории в электронной среде, как последовательное движение студента по элементам электронного обучающего курса на основе его индивидуальных характеристик с целью достижения результатов обучения по дисциплине и формирования предметной компетентности при консультационной поддержке преподавателя.

5. Разработана структурно-содержательная модель математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника», формируемой в процессе обучения математике в электронной среде, как совокупность когнитивного, праксиологического,



мотивационно-ценностного и рефлексивно-оценочного компонентов компетенций формализации, математического моделирования, математического моделирования в пакетах прикладных программ и метакогнитивной компетенции.

6. Сформулированы принципы формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде: фундаментальности, профессиональной значимости, междисциплинарной интеграции, единства теории и практики, индивидуализации, интерактивности обучения. На основе сформулированных принципов выделены принципы работы в электронной среде: принцип целостности, принцип вариативности и релевантности содержания, принцип цикличности, принцип индивидуализации и критерии построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде: критерий учета индивидуальных характеристик, критерий развития, критерий интенсификации образовательного процесса, критерий обратной связи.

7. Разработана методическая модель формирования математической компетентности на основе построения индивидуальной образовательной траектории бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в форме смешанного электронного обучения, представленная как совокупность целевого, концептуального, технологического, рефлексивно-оценочного и результативного блоков.

## **ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ НА ОСНОВЕ ПОСТРОЕНИЯ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ В ЭЛЕКТРОННОЙ СРЕДЕ**

### **2.1. Особенности разработки методики формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в электронной среде**

*В параграфе описаны основные принципы работы в электронной среде, позволяющие формировать компоненты математической компетентности в процессе организованной математической деятельности студентов в электронном обучающем курсе и критерии построения индивидуальной образовательной траектории. Рассмотрены формы, средства и методы обучения, ориентированные на формирование математической компетентности в электронной среде.*

В связи с актуальностью применения современных информационно-коммуникационных технологий в образовательном процессе возникает необходимость в разработке результативной методики формирования математической компетентности в электронной среде и проектированию электронных обучающих курсов с учетом индивидуальных характеристик при изучении математических дисциплин, которые будут способствовать формированию математической компетентности в процессе организованной математической деятельности студентов в электронной среде. Под результативностью методики мы понимаем статистически значимое повышение уровня сформированности компонентов математической компетентности (когнитивный, праксиологический, мотивационно-ценностный и рефлексивно-оценочный) в процессе обучения в электронной среде по сравнению с

традиционным обучением. Разработку методики будем осуществлять на основе представленной выше методической модели.

Компоненты методики формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде соответствуют разработанной методической модели. Целевой компонент методики отражает направленность целей математической подготовки на освоение математических компетенций. Процессуальный компонент включает электронный обучающий курс, создающий индивидуальное учебное пространство на основе индивидуальных характеристик студента и объединяет средства, формы и методы обучения, ориентированные на формирование готовности применять математический анализ и методы моделирования в профессиональной деятельности. Оценочный компонент содержит диагностические материалы, разработанные с учетом специфики математической компетентности, раскрывающие динамику ее формирования в процессе обучения в электронной среде.

В соответствии с целевым блоком методической модели целью разработки методики является формирование математической компетентности в электронной среде, а целевой компонент разрабатываемой методики отражает направленность целей математической подготовки, с учетом нормативно-правовых документов и стандартов, регламентирующих образовательную деятельность по освоению математических компетенций: компетенции формализации, компетенции математического моделирования, компетенции математического моделирования в пакетах прикладных программ и метакогнитивной компетенции.

Процессуальный компонент методики включает электронный обучающий курс, создающий индивидуальное учебное пространство на основе индивидуальных характеристик студента и объединяет средства, формы и методы обучения, ориентированные на формирование готовности применять математический анализ и методы моделирования в профессиональной деятельности. Содержание процессуального компонента методики опирается на

концептуальный и технологический блоки методической модели. Формирование математической компетентности, на базе предложенной методической модели, представляет собой процесс обучения математике, реализуемый в электронном обучающем курсе, который своими инструментальными средствами позволяет строить индивидуальную образовательную траекторию для каждого студента на основе его индивидуальных характеристик.

Рассмотрим основные принципы работы в электронной среде, позволяющие формировать компоненты математической компетентности в процессе организованной математической деятельности студентов в электронном обучающем курсе:

- принцип целостности – формирование целостного восприятия студентов и процесса обучения;
- принцип вариативности и релевантности содержания – учебный контент имеет различные формы представления, а его содержание является актуальным для обучающихся и находится в контексте профессиональной деятельности;
- принцип цикличности – автоматизированный возврат к материалу изучаемой темы, представленном в другой форме изложения;
- принцип индивидуализации – обеспечение индивидуализации образовательного процесса в электронной среде, позволяющий студенту построить индивидуальную образовательную траекторию и сформировать индивидуальное пространство учебных материалов.

Совокупность данных принципов отражает специфику и особенности проводимой работы в электронной среде, и позволяет реализовывать обучение математике на основе личностно-ориентированного подхода, концентрируя фокус образовательной системы на студенте. Разработанный электронный обучающий курс, на основе предложенных принципов, и использование функциональных возможностей систем управления обучением позволяют, фиксируя индивидуальные характеристики студентов, выстраивать для каждого индивидуальную траекторию изучения теоретического материала и выступает, своего рода, проводником по предметной области изучаемой дисциплины.

Таким образом, основой реализации принципа индивидуализации в электронном обучении при формировании математической компетентности становится индивидуальная образовательная траектория. Теоретические основы обучения по индивидуальным траекториям были заложены в программном обучении. Теория программного обучения начала развиваться в середине XX в. в США Б.Ф. Скиннером. Программированное обучение рассматривается как самостоятельное и индивидуальное усвоение теоретического материала и умений по обучающей программе с помощью компьютерных средств обучения. Сегодня под программированным обучением понимается управляемое усвоение программного учебного материала с помощью электронного устройства. Программированный материал представляет собой серию небольших порций учебной информации, подаваемых в определенной логической последовательности. В качестве особенностей программированного обучения можно отметить: доступное, ясное, четкое изложение теоретического материала, автоматизированная проверка уровня усвоения материала посредством тестирования с вопросами открытого типа, мгновенное отображение правильности представленного ответа, учет только уровня усвоения теоретического материала. Таким образом, первые варианты программного обучения представляли собой единообразное движение по линейному алгоритму в электронной среде.

В дальнейшем теорию Б.Ф. Скиннера развил Н.А. Кроудер, основным отличием которого стало введение индивидуальных путей прохождения по учебному материалу. Путь для каждого учащегося определяет сама программа в процессе обучения, основываясь на ответах студентов, при этом один и тот же теоретический материал предлагается представлять в различных формах изложения и ответы студентов влияют на то, в какой форме студенты будут изучать этот материал. Н.А. Кроудер предложил использовать вопросы закрытого типа в тестированиях, причем только один вариант ответа из множества является правильным и ведёт к следующей порции теоретического материала того же уровня. Неправильные ответы пересылают к порции теоретического материала более глубокого уровня, в которой подробнее объясняется тот же материал. При

выборе неправильного ответа, обучающая система предоставляет пояснения по каждому ответу перед переходом к следующей порции теоретического материала.

Последним этапом развития теории программированного обучения стало развитие адаптивного подхода, при котором поддерживается оптимальный уровень трудности изучаемого теоретического материала индивидуально для каждого обучаемого. Идеи адаптивного программированного обучения были заложены Г. Паском. При этом отметим, что существующие подходы программированного обучения строятся на кибернетическом подходе, который предполагает полную автоматизацию образовательного процесса с максимальным исключением таких видов взаимодействия как «студент-преподаватель» и «студент-студент». Теория программированного обучения ориентирована, в основном, на когнитивный компонент формируемых компетенций и для оценки сформированности используют только механизмы тестирования, что не позволяет комплексно оценить уровень сформированности предметных компетенций студента.

В связи с распространением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий и систем управления обучением развитием технологии программированного обучения выступает переход от кибернетического подхода к личностно-ориентированному. Однако в настоящее время остается открытым вопрос учета индивидуальных характеристик студентов в процессе обучения в электронной среде. Среди существующих подходов к использованию индивидуальных характеристик особый интерес для нашего исследования представляют работы в области: разработки адаптивных образовательных систем, учитывающих стили обучения студентов (перцептивную модальность) [152, 192], учета усвоения когнитивного компонента компетенций [150, 151], адаптации тестовых заданий к уровню подготовленности [8, 186], автоматизации построения индивидуальных образовательных траекторий [64]. Существующие единичные примеры реализации учета индивидуальных особенностей в обучающих системах направлены, в основном, на использование ограниченного количества параметров и определяют оценку сформированности

преимущественно когнитивного компонента компетенций обучающихся, что является недостаточным в рамках компетентностного подхода.

Для построения индивидуальных образовательных траекторий в электронной среде на основе анализа методических материалов были выработаны следующие критерии:

- критерий учета индивидуальных характеристик – индивидуальная образовательная траектория должна учитывать индивидуальные характеристики студента в процессе работы в электронной среде и предоставлять вариативность содержания в зависимости от уровня усвоения теоретического материала, уровня мотивации и уровня активности в электронной среде;

- критерий развития – индивидуальная образовательная траектория способствует развитию качественных и количественных показателей интеллектуальных способностей, в том числе математических, с ориентацией на их применение в процессе профессиональной деятельности;

- критерий интенсификации образовательного процесса – индивидуальная образовательная траектория способствует сокращению образовательных циклов и сроков перехода от стадии к стадии, в длительности стадий при максимальной реализации потенциала обучающегося [9, 66];

- критерий обратной связи – в процессе обучения на основе построения индивидуальной образовательной траектории студенту на каждом шаге образовательной деятельности представляется информация о текущих и предстоящих действиях в электронной среде, их результатах и причинах.

Перейдем к более подробному рассмотрению средств, методов и форм обучения, ориентированных на формирование готовности применять математический анализ и методы моделирования в профессиональной деятельности, обеспечивающих формирование математической компетентности в электронной среде. Они определяются с учетом выделенных дидактических принципов её формирования, на основе разработанных критериев отбора содержания учебного материала.

На основе анализа существующих форм электронного обучения, приведенного во втором параграфе первой главы для реализации поставленной задачи исследования в методической модели предлагается использовать смешанную форму обучения. Именно смешанная форма обучения способна обеспечить реализацию принципов формирования математической компетентности в электронной среде и ориентирована на формирование условий для студентов к автономному обучению и развитию познавательной самостоятельности. Выбор смешанной формы обучения обусловлен введением федерального государственного образовательного стандарта нового поколения, в котором при проектировании учебного плана происходит уменьшение количества часов, отведенных на аудиторную работу со студентами, и увеличение доли самостоятельной работы. Широкие возможности для организации самостоятельной работы обучающихся в процессе обучения математике, предлагают различные подходы реализации электронного обучения.

Смешанное обучение – форма обучения, построенная на основе интеграции и взаимного дополнения технологий традиционного и электронного обучения, предполагающая замещение части традиционных учебных занятий различными видами учебного взаимодействия в электронной среде [13]. Переход к смешанной форме электронного обучения трансформирует традиционные технологии и обеспечивает результативность учебного процесса ранее возможную только с преподавателем, тщательно отслеживающим прогресс студента и разъясняющим ему материал. К основным трудностям, возникающим при организации обучения в электронной среде, относят: сложность вовлечения и удержания студентов в учебном процессе и отсутствие мотивации к изучению дисциплины в условиях значительного объема самостоятельной работы [169].

Интенсификация учебного процесса в предложенной методике по дисциплине в смешанном обучении достигается за счет проектирования курса на основе технологии обратного педагогического дизайна – *backward design* [146] и повышения коммуникативности учебного процесса на всех стадиях.



Согласно технологии обратного педагогического дизайна, обучение математике проектируется в три этапа: проектирование результатов обучения, методов оценивания результатов обучения и методики обучения. Основным типом взаимодействия в смешанной модели является взаимодействие «студент – студент», «студент – преподаватель» и «студент – контент». Главным инструментом реализации интенсивного учебного взаимодействия студентов в электронной среде становится использование взаимного оценивания и рецензирования, организация общения и дискуссий в форумах по проблемным вопросам. Таким образом, реализуется наиболее продуктивный способ обучения, представляющий собой самообучение через обучение других [191].

Базовым подходом при планировании обучения в смешанной модели становится цикл «предаудиторная – аудиторная – постаудиторная работа» с взаимосвязью электронной и аудиторной компонент. Учебный процесс начинается с самостоятельной работы в электронной среде образовательного курса. Далее самостоятельная работа студентов продолжается в консультационном формате в аудитории. Переход в электронную среду происходит после консультации (при необходимости) при отработке и закреплении материала, обеспечивающим образовательный «прирост».

Реализация смешанной формы обучения стимулирует формирование субъектной позиции обучающегося: повышение его мотивации, самостоятельности, социальной активности, в том числе в освоении учебного материала, рефлексии и самоанализа и, как следствие, повышение результативности образовательного процесса.

К средствам обучения, направленным на формирование математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в электронной среде мы относим элементы электронного обучающего курса: лекции-тренажёры, поэтапные задачи-тренажеры, тестирования, индивидуальные и групповые задания, реализуемые в пакетах прикладных программ.

Рассмотрим основные составляющие ЭОК, согласно предложенной методической модели. Обучение неразрывно связано с таким психофизиологическим процессом человека как внимание. Применение «лекций» при традиционном обучении направлено на передачу знаниевого компонента, однако, их усовершенствованные формы, с применением электронной среды, могут включать разнообразные виды деятельности и совмещаться с другими видами работ, связанными с изучением электронного обучающего курса. Обычно лекция в электронной среде представляет собой многостраничный ресурс или файл, работа с которым быстро утомляет и рассеивает концентрацию внимания. В различных экспериментах обсуждается ограниченность объема информации, который человек может свободно воспринимать. Например, G.A. Miller говорит о волшебном числе  $7 \pm 2$ , определяющем количество элементов, обрабатываемых памятью человека [162, 176]. На этих экспериментальных исследованиях базируется теория микрообучения. Разработке теории микрообучения посвящено множество работ отечественных и зарубежных исследователей [122, 174, 177], главной особенностью которой становится обучение малыми порциями. Время изучения такого материала непродолжительно и ограничено, что позволяет максимизировать концентрацию внимания во время его освоения. Минимальная продолжительность времени является достаточной для полного изучения логически связанного содержания теоретического материала по математике. Приобретение знаний в процессе самостоятельной работы с использованием теоретического материала, структурированного в мини-лекции, упрощается, что способствует повышению эффективности электронного обучения.

Отечественные исследователи [19, 41] рекомендуют объединять восприятие теоретического материала с практическим действием для поддержания сосредоточенности и устойчивости внимания в образовательном процессе. Данное утверждение согласуется с анализом пирамиды обучения и конусом опыта Э. Дейла [155], на основании которого можно сделать вывод: повышение качества усвоения знаний после изучения теоретического материала возможно за счет объединения различных методов обучения. Чтение теоретического материала позволяет освоить

до 10% информации, а практика конкретной работы дает возможность освоить до 75% материала. Применение принципа связи теории с практикой, который заключается в чередовании изучения в электронной среде теоретического материала и практического теста на изучаемый материал, позволит увеличить степень усвоения теоретической порции информации. Для реализации принципа микрообучения и принципа связи теории с практикой предлагается использовать специально разработанные лекции-тренажеры.

Каждая лекция-тренажер содержит несколько страниц с теоретическим материалом и тестовые задания для моментальной проверки усвоения изученного. Прочитав порцию теоретического материала, студент автоматически переходит к выполнению тестовых заданий по этому материалу. Правильное их выполнение переводит студента на следующую страницу контента. При наличии ошибок, студенту предоставляются комментарии, содержащие пояснения, ссылки на глоссарий, контрпримеры, материалы предыдущих тем. После изучения разъясняющих комментариев студент имеет возможность выполнить аналогичное тестовое задание на проверку усвоения материала, после чего переходит к следующей странице контента. Схема переходов лекции-тренажера изображена на рисунке 2.

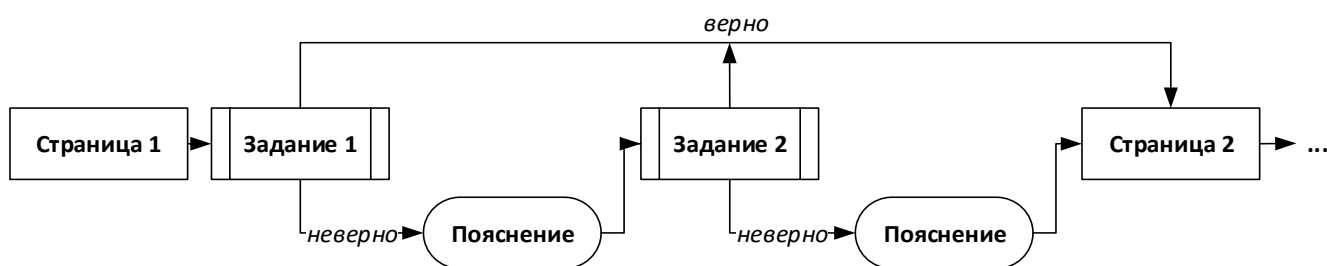


Рисунок 2 – Схема переходов лекции-тренажера

Включение предложенных лекций-тренажеров как одной из возможных форм изложения учебного материала в электронном обучающем курсе демонстрирует возможность применения современных систем управления обучением. Это позволяет производить частичную замену традиционных форм обучения электронными средствами.

Для формирования праксиологического компонента математической компетентности предлагается включить в электронный обучающий курс специально разработанные поэтапные задачи-тренажёры. При решении таких задач применяются не только известные математические факты и производится непосредственное выполнение вычислений, но и происходит поэтапная алгоритмизация поиска решения не типовых задач, но которые все же знакомы студентам. В задачах предполагается интеграция между различными математическими областями, установление связей между ними и практико-ориентированным контекстом предложенной задачи. Поэтапные задачи-тренажёры конструируются на основе задачного подхода.

Комплекс поэтапных задач-тренажеров, отвечающий приведенным критериям отбора содержания учебного материала (научно-практической значимости, учета индивидуальных характеристик, использования электронной среды), направлен на освоение математического содержания дисциплины и формирования математической компетентности студента.

Несмотря на то, что в лекциях-тренажерах излагаются примеры решения задач, для того, чтобы научиться самостоятельно применять полученные знания при решении практико-ориентированных заданий, чаще всего недостаточно изучить представленные примеры решения в теоретическом материале – необходимо проделать всю цепочку действий самому под руководством наставника. Таким наставником в электронной среде выступает поэтапная задача-тренажер, особенностью которой является разбиение сложной задачи на последовательность отдельных элементарных шагов. На каждом шаге решения задачи обозначены ее результаты, определены дополнительные теоретические материалы.

Алгоритмизация процесса решения поэтапных задач-тренажеров позволяет применять освоенный алгоритм к решению аналогичных задач. В тоже время, при дальнейшем решении профессиональных задач, могут возникать потребности, обусловленные спецификой предметной области, в осуществлении дополнительных шагов и модернизации базовых алгоритмов. Применение

поэтапных задач-тренажеров в обучении позволяет подготовить студентов к решению широкого класса задач профессионально-ориентированного содержания.

Техническая особенность разработанных поэтапных задач-тренажеров позволяет студенту, проделав необходимый набор математических операций, мгновенно проверить правильность их выполнения, правильное решение переводит к следующему шагу решения задачи. Если в процессе решения возникают ошибки, то студенту предоставляются подробные комментарии, содержащие пояснения к каждому ответу, ссылки на глоссарий с необходимыми формулами и понятиями, контрпримеры, опровергающие правильность выбранного подхода к решению задачи, а также материалы предыдущих лекций.

Помимо средств обучения в электронном обучающем курсе также применяются активные методы обучения. Активные методы обучения с использованием электронной среды создают условия для формирования профессиональной компетентности и навыков проведения самостоятельной работы. Они оказывают большое влияние на подготовку студентов к будущей профессиональной деятельности, вооружают студентов основными знаниями, необходимыми его квалификации, формируют профессиональные умения и навыки, на основе принципа связи теории и практики. Среди существующих активных методов обучения выделим те, которые реализуются в электронной среде: индивидуальные и групповые задания в форме электронных семинаров, проблемное обучение, геймификация электронной среды.

Электронный семинар – это элемент электронного обучающего курса занятий, где каждый студент не только выполняет индивидуальную или часть групповой работы, но и оценивает результаты работы других студентов. Индивидуальные и групповые проекты, элементы проблемного обучения реализуются через электронный семинар при обучении в электронной среде. В электронном семинаре применяется метод взаимообучения и применения навыков оценивания работ других студентов в соответствии с заявленными критериями, что способствует развитию метакогнитивной компетенции и, в том числе, рефлексивно-оценочному компоненту математической компетентности. Итоговая

оценка за электронный семинар учитывает не только качество самостоятельно выполненной работы, но и деятельность в качестве рецензентов. В электронном семинаре используются следующие способы оценивания работ:

- взаимное комментирование рассматривается как элемент свободной дискуссии по проблемному заданию и применяется к работам, для которых сложно сформулировать четкие критерии оценки, предполагает высказывание собственного мнения в свободной форме, в форме рекомендаций, пожеланий, рассуждений и предполагает обязательный ответ автору комментария;
- взаимное рецензирование реализуется через представленный аргументированный комментарий на основе заданных преподавателем критериев;
- взаимное оценивание предполагает выставление баллов в соответствии с рубриками оценивания, предложенными преподавателем или разработанными совместно в ходе обсуждения на форуме.

Для формирования компетенции математического моделирования, в том числе с применением пакетов прикладных программ в электронном обучающем курсе разработаны индивидуальные и групповые задания, реализуемые через элемент «Электронный семинар». Существующее программное обеспечение для выполнения математических вычислений разнообразно и позволяет выполнять следующие виды работ: выполнение математических исследований в численном и символьном виде, разработка и анализ математических алгоритмов, проведение математического моделирование и вычислительного эксперимента, анализ, обработка и визуализация данных. Среди наиболее распространённых пакетов прикладных программ выделим следующие:

- Пакет Mathematica получил широкую известность в научной и образовательной среде. Системы класса Mathematica просты в освоении и могут использоваться довольно широкой категорией пользователей – студентами и преподавателями вузов, инженерами, аспирантами, научными работниками.
- Пакет Maple – наиболее универсальная система символьных вычислений, которая предоставляет удобную среду для компьютерных экспериментов, в ходе которых применяются различные подходы и анализируются частные решения.

– Пакет Matlab относится к среднему уровню продуктов, предназначенных для символьной математики, но рассчитана на широкое применение в сфере САЕ и применяются в математических расчетах: решение задач линейной алгебры и математического моделирования, обсчет статических и динамических систем и объектов.

– Система компьютерной математики MathCad – продвинутый редактор математических текстов с широкими возможностями символьных вычислений. Все вычисления здесь осуществляются на уровне визуальной записи выражений в общеупотребительной математической форме. Выступает как международный стандарт для технических вычислений.

– Среда статистических вычислений R – язык программирования для статистической обработки данных и работы с графикой, а также свободная программная среда вычислений с открытым исходным кодом. R поддерживает широкий спектр статистических и численных методов и обладает хорошей расширяемостью с помощью пакетов. Пакеты представляют собой библиотеки для работы специфических функций или специальных областей применения.

Применение представленных пакетов прикладных программ в математической деятельности позволяет формировать компоненты математической компетентности в процессе обучения в электронной среде.

## **2.2 Электронный обучающий курс как средство реализации методики формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения индивидуальной образовательной траектории**

*В этом параграфе будет представлен электронный обучающий курс по дисциплине «Теория вероятностей». Реализованы средства, методы и формы обучения математике в ЭОК, направленные на формирование математической компетентности на основе построения индивидуальной образовательной траектории. Представлена система геймификации электронного курса для вовлечения и удержания студентов в образовательном процессе в электронной среде.*

Как было показано в первой главе, составляющей профессиональной компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» выступает математическая компетентность. Следуя методической модели, описанной выше, формирование математической компетентности предлагаем реализовать в электронном обучающем курсе, обеспечивающем построение индивидуальной образовательной траектории в форме смешанного обучения.

Под электронным обучающим курсом мы, ориентируясь на положение об электронных образовательных ресурсах ФГАОУ ВО СФУ и согласно существующим определениям [133, 167], понимаем совокупность учебных и учебно-методических материалов, обеспечивающую формирование индивидуальной образовательной траектории и предоставляющую студенту персональное образовательное пространство, наполненное учебными материалами, форма и содержание которых ориентированы на индивидуальные характеристики обучающихся.



Нами разработан электронный обучающий курс «Теория вероятностей» для бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника», титульный экран которого представлена на рисунке 2.

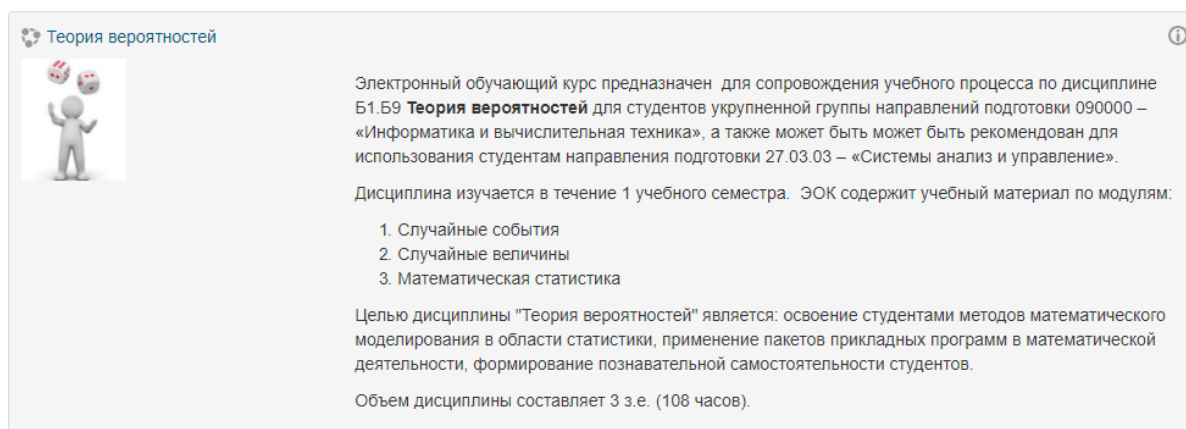


Рисунок 2 – Титульный экран электронного обучающего курса

Электронный обучающий курс «Теория вероятностей» направлен на ознакомление студентов с основными вероятностными моделями и статистическими методами исследований, освоение математического аппарата, необходимого для анализа случайных явлений и величин, изучение методов обработки экспериментальных данных, знакомство с приложениями теории вероятностей и возможностью их применения при решении профессиональных задач. Практическое применение изученных методов выполняется в математических пакетах прикладных программ, позволяющих реализовывать данные методы. Формирование познавательной самостоятельности студентов в процессе обучения по дисциплине обеспечивается за счет вариативности и многоуровневого представления ее содержания, которая позволяет повышать уровень познавательной активности и математической компетентности.

Электронный обучающий курс предназначен для бакалавров укрупненной группы 090000 – «Информатика и вычислительная техника», включающей следующие направления подготовки: 09.03.01 – «Информатика и вычислительная техника», 09.03.02 – «Информационные системы и технологии», 09.03.03 – «Прикладная информатика», 09.03.04 – «Программная инженерия», а также может

быть рекомендован для использования студентами направления подготовки 27.03.03 – «Системный анализ и управление».

Особенность профессиональной деятельности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» определяет возможность применения полученных профессиональных навыков в различных предметных областях: экономика, медицина, образование и т.д.

В качестве среды реализации ЭОК выбрана система управления электронного обучения LMS Moodle. LMS MOODLE (*Learning Management System Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment*) – модульная объектно-ориентированная динамическая среда управления и распространения учебных онлайн-материалов с обеспечением совместного доступа, является свободно распространяемой системой управления обучением с открытым исходным кодом, которая характеризуется высоким уровнем интерактивности, основанном как на содержательном компоненте, так и на коммуникативном [75]. LMS Moodle является наиболее популярной в мире системой управления обучением с открытым исходным кодом [161]. За счет высокой гибкости при создании и настройке электронных образовательных курсов, а также благодаря простоте использования и открытому коду, LMS Moodle широко используется для разработки дистанционных курсов, электронных ресурсов с web-поддержкой и электронных обучающих курсов, реализующих смешанную модель обучения. В современных условиях ориентации на индивидуализацию электронного обучения, главным достоинством LMS Moodle является возможность реализации индивидуальной образовательной траектории и адаптации учебных материалов к индивидуальным характеристикам студентов.

Разработанный электронный обучающий курс размещён на сайте Сибирского федерального университета, режим доступа: <https://e.sfu-kras.ru/course/view.php?id=14075>, главная страница которого представлена на рисунке 3.

## Общее



## Объявления

Главные новости и объявления  
Здесь публикуется план работ на предстоящую неделю.



## Описание режима обучения



## Рабочая программа дисциплины "Теория вероятностей"



## Глоссарий



## Обсуждение задач для самостоятельного решения

Вас что-то интересует? Здесь всегда можно задать вопрос, а, что самое главное, получить ответ.



## Ссылки на источники материалов и/или их правообладателей



## Входное тестирование

## Модуль 1. Случайные события



## Случайные события - Форум для вопросов и обсуждений

Возник вопрос в процессе изучения модуля "Случайные события"? Адресуй его сюда, разберемся.



## Вероятность и ее свойства. Редакция 1.

Не доступно (скрыто), пока не выполнено одно из:

- Вы получили заданную оценку за **Входное тестирование**
- Вы получили достойную оценку за **Входное тестирование**



## Вероятность и ее свойства. Редакция 2.

Не доступно (скрыто), пока не выполнено одно из:

- Вы получили заданную оценку за **Входное тестирование**
- Вы получили заданную оценку за **Входное тестирование**



## Вероятность и ее свойства. Редакция 3.

Не доступно (скрыто), пока не выполнено одно из:

- Вы получили необходимую оценку за **Входное тестирование**
- Вы получили необходимую оценку за **Входное тестирование**



## Проверка уровня усвоения материала по теме-1

Не доступно (скрыто), пока не выполнено одно из:

- Активный элемент **Вероятность и ее свойства. Редакция 1.** отмечен завершенным
- Активный элемент **Вероятность и ее свойства. Редакция 2.** отмечен завершенным
- Активный элемент **Вероятность и ее свойства. Редакция 3.** отмечен завершенным



## Условная вероятность Редакция 1.

Не доступно (скрыто), пока не выполнено одно из:

- Вы получили заданную оценку за **Входное тестирование**
- Вы получили достойную оценку за **Проверка уровня усвоения материала по теме-2**



## Условная вероятность Редакция 2.

Не доступно (скрыто), пока не выполнено одно из:

- Вы получили заданную оценку за **Входное тестирование**
- Вы получили заданную оценку за **Проверка уровня усвоения материала по теме-2**



## Условная вероятность Редакция 3.

Не доступно (скрыто), пока не выполнено одно из:

- Вы получили необходимую оценку за **Входное тестирование**
- Вы получили необходимую оценку за **Проверка уровня усвоения материала по теме-2**



## Проверка уровня усвоения материала по теме-2

Не доступно (скрыто), пока не выполнено одно из:

- Активный элемент **Условная вероятность Редакция 1.** отмечен завершенным
- Активный элемент **Условная вероятность Редакция 2.** отмечен завершенным
- Активный элемент **Условная вероятность Редакция 3.** отмечен завершенным

Дисциплина имеет модульное построение и включает следующие модули: случайные события, случайные величины, математическая статистика (рисунок 4). Модульное построение дисциплины позволяет гибко настраивать её содержание, соотношение теоретической и практической частей в каждом модуле, их очередность, формы контроля. Такой тип обучения обеспечивает повышение роли самостоятельной работы студента и развитие навыков самообучения и организации своего учебного времени.

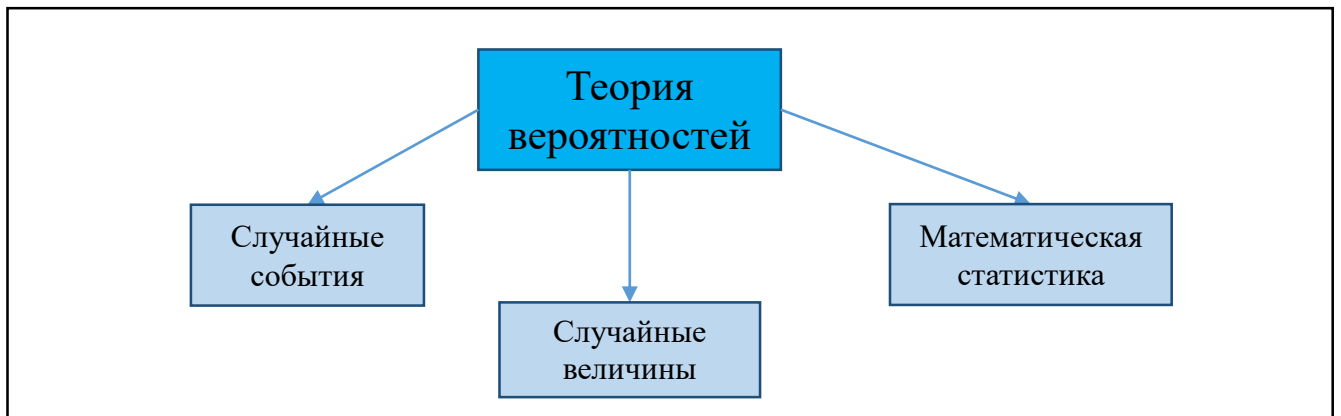


Рисунок 4 – Разделы дисциплины «Теория вероятностей»

В ЭОК студенты для освоения методов математического моделирования используют навыки, полученные в рамках дисциплин по программированию, алгоритмам и структурам данных, базам данных, что соответствует профилю подготовки бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» и обеспечивает непрерывную междисциплинарную связь в процессе обучения. При этом освоение нового математического аппарата строится на основе ранее изученных курсов дисциплин: алгебра и геометрия, математический анализ и дискретная математика, что позволяет построить единую линию развития математического аппарата и роста математической культуры в применении к профессиональной деятельности бакалавров.

Дисциплина реализуется на 2 курсе, как дисциплина основной части учебного плана. Общая трудоемкость составляет 5 зачетных единиц, из которых 2 ед. отводится на аудиторную работу, 2 ед. на самостоятельную работу и 1 – на

экзамен. Отметим, что дисциплина реализуется в форме смешанного обучения. Смешанное обучение реализуется циклом предаудиторная → аудиторная → постаудиторная работа. Преаудиторная работа включает в себя изучение теоретических материалов, определение уровня его усвоения и формирование когнитивного компонента математической компетентности. Аудиторная работа проходит в консультационном формате. В процессе аудиторной работы преподаватель разбирает сложные моменты теоретической части дисциплины, происходит представление результатов групповой проектной деятельности, контроль усвоения материала по модулям курса, итоговый контроль в компьютерном классе. Постаудиторная работа заключается в формировании праксиологического компонента математической компетентности при решении индивидуальных и групповых заданий и проектной деятельности.

Содержательная составляющая дисциплины ориентирована на изучение математического аппарата для исследования случайных явлений и построения их математических моделей на основе изученных статистических методов. При этом структура дисциплины способствует развитию познавательной самостоятельности студентов на основе учета их индивидуальных характеристик. Студенты имеют возможность обучаться в курсе в индивидуальном темпе, теоретический материал представляется в различных редакциях изложения.

Предметная область дисциплины «Теория вероятностей» позволяет обучить студентов применять различный математический инструментарий для построения математических моделей. На основе теоретического материала студенты могут проводить статическую обработку экспериментальных данных и строить математической модели поведения исследуемых характеристик. Математическое моделирование применяется в области статистики, когда необходимо получить количественную оценку параметров на основе анализа входных и выходных данных и подбора оптимальной математической зависимости, наилучшим образом описывающей экспериментальные данные. Для этих целей применяют регрессионный анализ, основные задачи которого заключаются в определении общего вида уравнения регрессии, построением оценок неизвестных

параметров, входящих в уравнение регрессии, и проверкой статистических гипотез о полученной регрессии. При обработке или использовании экспериментальных данных, представленных в табличном виде, возникает потребность получения промежуточных значений, для чего применяют методы интерполяции и экстраполяции, строя соответствующие математические модели.

При этом задачи, которые рассматриваются в математической статистике, являются в значительной мере обратными к задачам теории вероятностей. Так по известным реализациям случайных событий (экспериментальным статистическим данным) математическая статистика разрабатывает методы подбора (построения) адекватной математической модели случайного явления.

Каждый модуль содержит теоретический материал в трех редакциях изложения, примеры решения задач, в том числе применением пакетов прикладных программ (Mathcad, Matlab, Maple и др.), а также поэтапные задачи-тренажеры для самостоятельного решения, подготавливающие студентов к решению практико-ориентированных задач, индивидуальных и групповых заданий реализованных в форме электронного семинара.

Ориентируясь на структуру и содержание разделов и модулей дисциплины определены элементы электронного обучающего курса, выступающие основой формирования и оценивания соответствующих компонентов математической компетентности, которые приведены на рисунке 5.

Математическая компетентность			
Когнитивный	Праксиологический	Мотивационно-ценностный	Рефлексивно-оценочный
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Лекции-тренажеры</li> <li>– Автоматизированные тесты проверки знаний и умений</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Тесты на формирование владением предметных навыков</li> <li>– Индивидуальные задания</li> <li>– Электронные семинары</li> <li>– Поэтапные задачи-тренажеры</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Практико-ориентированные задачи</li> <li>– Элементы геймификации</li> <li>– Анкетирования</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Лекции-тренажеры</li> <li>– Поэтапные задачи-тренажеры</li> <li>– Электронные семинары</li> <li>– Журнал оценок</li> <li>– Элементы геймификации</li> <li>– Опросы</li> </ul>

Рисунок 5 – Элементы электронного курса, обеспечивающие формирование МК

Понятие индивидуальной образовательной траектории в электронной среде в первой главе мы определили, как последовательное движение студента по элементам электронного обучающего курса на основе его индивидуальных характеристик с целью достижения результатов обучения по дисциплине и формирования предметной компетентности при консультационной поддержке преподавателя. Построение индивидуальных образовательных траекторий возможно на основе автоматизированной фиксации параметров предложенного набора элементов электронного обучающего курса. На рисунке 6 представлен фрагмент построения индивидуальной образовательной траектории в модуле «Математическая статистика» электронного обучающего курса «Теория вероятностей».

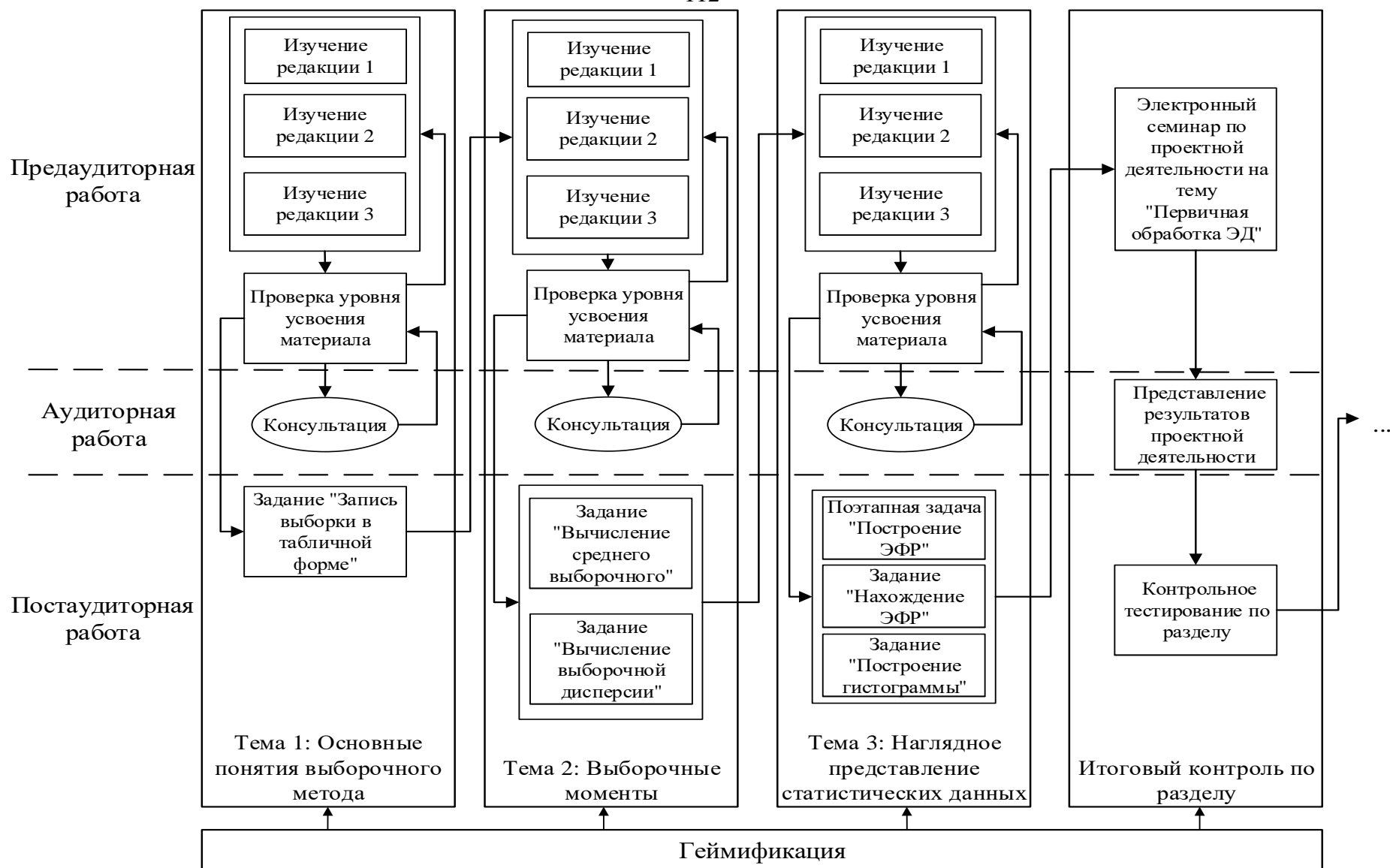


Рисунок 6 – Построение индивидуальной образовательной траектории в ЭОК



Построение индивидуальной образовательной траектории в электронном обучающем курсе начинается с определения уровня начальной подготовки студентов по дисциплинам-пререквизитам учебного плана, осуществляемая при помощи входного тестирования. При этом рекомендуется разделить всех студентов условно на три группы: «низкий» уровень подготовки с входным баллом тестирования в полуинтервале  $[0;50\%)$ , «средний» с входным баллом в полуинтервале  $[50;75\%)$  и «высокий» уровень подготовки с входным баллом на отрезке  $[75%;100\%]$ . Студентам групп с «низким» и «средним» уровнем персонально рекомендуются дополнительные корректирующие материалы, которые позволяют восполнить недостающие знания, а также в дальнейшем быстрее усвоить материал и уменьшить трудозатраты на изучение дисциплины.

Стратификация студентов по входному тестированию необходима для повышения эффективности учебного процесса и выбора наиболее оптимальной входной точки построения индивидуальной образовательной траектории с учетом индивидуальных характеристик обучающихся. Таким образом, на данном этапе для каждого студента начинает строиться индивидуальная образовательная траектория и к началу изучения материалов дисциплины в ЭОК достигают уровня подготовки, достаточного для освоения дисциплины.

Изучение теоретического материала по теме в ходе преаудиторной работы всегда начинается с работы в электронной среде. Учебный материал представляется в трех редакциях изложения с различной степенью детализации, соответствующей текущему уровню усвоения учебного материала студентами при учете уровня мотивации и активности в электронной среде. Особенностью обучения в разработанном ЭОК является реализация возможности улучшения уровня усвоения материала путем его изучения в различных редакциях изложения. За счет представления материала в различных редакциях у студентов появляется возможность облегчить понимание сложных теоретических моментов посредством детализированного (вариативного) представления его содержания. Границы перехода между редакциями изложения учебных материалов задаются функцией

$LT_i^p(x)$ , определяющей текущий уровень усвоения теоретического материала обучаемого:

$$LT_i^p(x) = \begin{cases} l_0, & 0 \leq x < 50 \\ l_1, & 50 \leq x < 67 \\ l_2, & 67 \leq x < 84 \\ l_3, & 84 \leq x \leq 100 \end{cases}$$

где:  $x$  – оценка обучаемого, измеряемая в баллах по 100-бальной шкале,  $l_k$  – уровень подготовки, определяемый в соответствии с определенными границами, при этом:  $l_0$  – недостаточный уровень,  $l_1$  – низкий уровень,  $l_2$  – средний уровень,  $l_3$  – высокий уровень подготовки,  $i$  – номер попытки,  $p$  – номер изучаемой темы.

Методически переключение между редакциями осуществляется следующим образом. Если после изучения редакции учебного материала текущей темы при проверке усвоения понятия выявлено, что обучающийся достиг порогового уровня (уровня  $l_1, l_2$  или  $l_3$ ), то исходя из предположения, что материал данной редакции соответствует обучающемуся, ему рекомендуется изучение учебного материала по следующей теме в аналогичной редакции изложения, или повторное изучение материала в другой редакции изложения с возможностью улучшения уровня его усвоения. Выбор редакции для повторного изучения материала осуществляется путем последовательного перехода от редакции с максимальным уровнем детализации к редакции со средним уровнем детализации и далее с компактным представлением учебного материала. Таким образом, данная схема перехода между редакциями учебного материала, позволяет обучающемуся переходить к изучению учебного материала в соответствующей ему редакции и обеспечивающей ему максимальный уровень его усвоения.

Предложенный подход реализует построение множественных траекторий с возможностью повторного изучения материала в различных редакциях изложения. Включенная в модель управления учебным процессом функция  $LT_i^p(x)$  позволяет рекомендовать для обучающегося оптимальную редакцию изучаемого материала на основе индивидуальных характеристик студентов.

Настройки используемой электронной среды позволяют фиксировать данные об изучении образовательного контента, после чего у обучающихся открывается доступ к контролю усвоения учебного материала. Данная проверка автоматизирована и предоставляет каждому студенту несколько попыток прохождения, при этом засчитывается всегда последняя попытка. Таким образом, студент всегда может выбрать после первой попытки – считает ли он нужным улучшить свой результат или посчитает его достаточным и перейдет дальше по индивидуальной траектории. На основе экспериментальных данных [133] выявлено, что двух попыток прохождения тестирования, при наличии трех редакций изложения учебного материала, достаточно для усвоения материалов математических дисциплин. Если две попытки не дали положительного результата, т.е. итоговая оценка за каждое тестирование меньше установленного порогового значения – рекомендуется аудиторная консультация с преподавателем, цель которой решение проблем, возникших у студента. Для проведения аудиторных консультации разрабатывается специальное расписание, доступное каждому студенту в электронной среде. В случае, если действия обучающихся по изучению предаудиторной части работы и формированию когнитивного компонента математической компетентности успешны, то возможен переход к формированию более высокого уровня математических умений и навыков в постаудиторной работе без консультации с преподавателем.

Формирование праксиологического компонента математической компетентности реализуется в процессе математической деятельности по решению автоматизированных тестов, выполнению индивидуальных и групповых заданий в электронном семинаре, а также при самостоятельном решении поэтапных задач-тренажеров. В процессе постаудиторной работы происходит постоянная смена различных видов и форм деятельности: групповая, индивидуальная, самооценивание, взаимооценивание, обсуждение на форумах, что позволяет активизировать деятельность студентов в электронной среде.

После усвоения образовательного контента первой темы студент получает доступ к следующему материалу дисциплины в редакции изложения,

соответствующей достигнутому уровню усвоения предыдущего материала. Таким образом, для каждого обучающегося реализуется индивидуальная образовательная траектория и формируется персональное пространство учебных материалов, наполненное контентом, ориентированным на индивидуальные характеристики студента.

Для вовлечения и удержания студентов в образовательном процессе используется система геймификации в электронной среде, которую предлагается рассматривать как структуру, состоящую из компонентов, характерных для игрового пространства: элементов, механик и динамики геймификации [189]. Любой компонент геймификации образовательного процесса влияет на мотивацию участников, но различается спецификой воздействия на вовлеченность студента и моментом времени его оптимального использования. Для реализации классических ступеней геймификации использованы элементы LMS Moodle, представленные на рисунок 7. Набор инструментальных возможностей системы управления обучением Moodle позволяет реализовать систему геймификации электронного образовательного курса, основанного на взаимосвязи классических ступеней геймификации, положительно зарекомендовавших себя при проектировании игровых приложений.

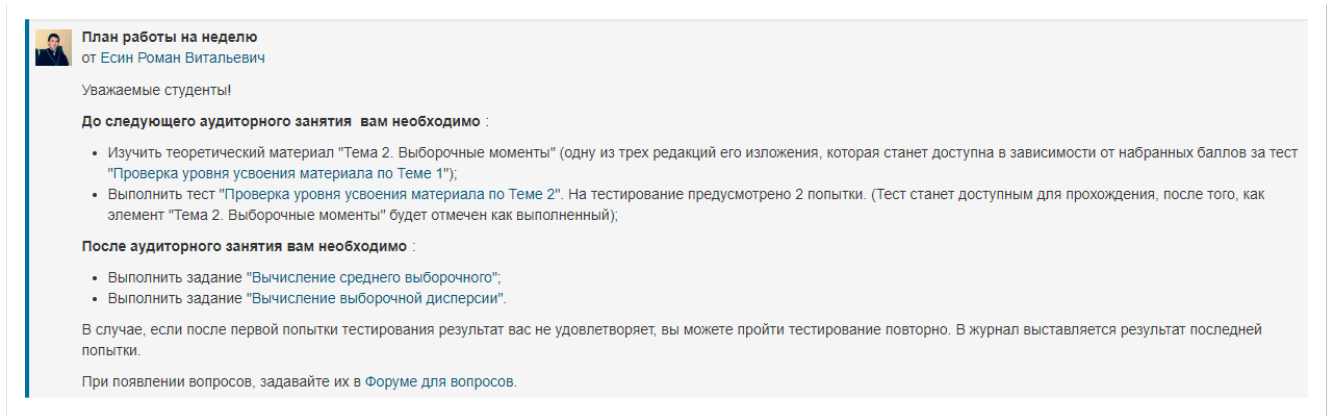
Все события, наполняющие обучение, рассматриваются как процесс поочередного включения элементов геймификации в общую структуру на основе уровня мотивации и активности студентов в электронной среде.



Рисунок 7 – Реализация структуры геймификации в LMS Moodle

Уровень мотивации определяется на основе опросника, предназначенного для измерения выраженности и типа мотивации к учебной деятельности, разработанного Т.О. Гордеевой, О.А. Сычевым и Е.Н. Осиным [24]. Более подробно диагностика уровня мотивации будет рассмотрена в параграфе 2.3.

Уровень активности в электронной среде определяются на основе базового темпа обучения в электронном обучающем курсе. Для всех элементов ЭОК определен базовый темп освоения, от которого студенты не должны отставать для успешного изучения дисциплины. Функциональные возможности используемой электронной среды LMS Moodle позволяют задать сроки выполнения элементов курса, которые определяют даты начала и окончания их выполнения в индивидуальной образовательной траектории. При нарушении сроков выполнения заданий студентам отправляется личное сообщение об отставании от базового темпа обучения в электронной среде. Для каждой недели обучения задаются предаудиторные и постаудиторные виды работ, список которых еженедельно отправляется студентам в плане работы на неделю, представленном на рисунке 8.



**План работы на неделю**  
от Есин Роман Витальевич

Уважаемые студенты!

**До следующего аудиторного занятия вам необходимо :**

- Изучить теоретический материал "Тема 2. Выборочные моменты" (одну из трех редакций его изложения, которая станет доступна в зависимости от набранных баллов за тест "Проверка уровня усвоения материала по Теме 1");
- Выполнить тест "Проверка уровня усвоения материала по Теме 2". На тестирование предусмотрено 2 попытки. (Тест станет доступным для прохождения, после того, как элемент "Тема 2. Выборочные моменты" будет отмечен как выполненный);

**После аудиторного занятия вам необходимо :**

- Выполнить задание "Вычисление среднего выборочного";
- Выполнить задание "Вычисление выборочной дисперсии".

В случае, если после первой попытки тестирования результат вас не удовлетворяет, вы можете пройти тестирование повторно. В журнал выставляется результат последней попытки.

При появлении вопросов, задавайте их в Форуме для вопросов.

Рисунок 8 – План работы в электронной среде

В качестве предаудиторной работы студенты в ЭОК изучают теоретический материал в редакциях изложения, соответствующих достигнутому уровню усвоения материала, выполняют тестирования для определения текущего уровня усвоения изученного материала, заполняют предметный глоссарий по темам курса, изучают дополнительный и справочный материал, в том числе анимированные примеры в сети интернет. Постаудиторная работа сочетает в себе следующие виды: решение поэтапных задач-тренажеров, выполнение электронных семинаров, индивидуальных и групповых заданий, выполнение тестирований, оценивающих сформированность различных предметных навыков. Высокий уровень активности студенту присваивается при выполнении всех видов предаудиторной и постаудиторной работ в течение предусмотренной недели. За полное выполнение только предаудиторной работы в течение недели студенту присваивается средний уровень активности. В случае лишь частичного выполнения предаудиторной работы по изучению теоретического материала студент получает низкий уровень активности, иначе система определяет студенту недостаточный уровень активности в электронной среде.

В зависимости от уровня активности на основе базового темпа изучения курса и с целью активизации работы используются различные управляющие воздействия, например, личные сообщения или другие элементы геймификации. Элементы ЭОК распределяются на структурно-временной шкале, то есть разбиваются по учебным объектам и неделям отведенного учебного времени. Все

управляющие воздействия и элементы геймификации, наполняющие обучение, рассматриваются как процесс их поочерёдного включения в общую структуру геймификации [34. 35], представленной на рисунке 9.

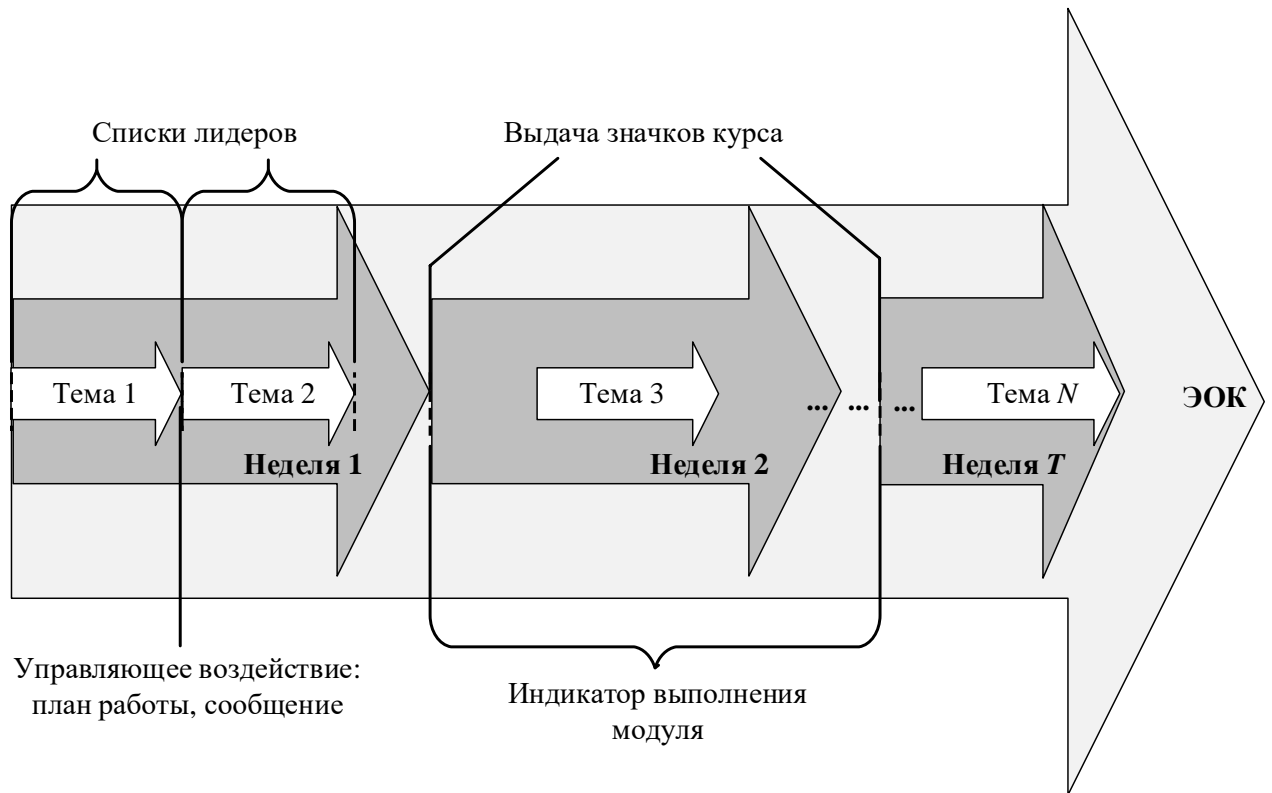


Рисунок 9 – Наложение элементов геймификации на учебный процесс

Рассмотрим элементы геймификации электронного курса «Теория вероятностей». По каждому модулю и дисциплине в целом определена система баллов оценки результатов обучения. Таким образом, система начисления баллов за выполнение различных заданий, элементов и тестов известна в начале обучения. По итогам изучения теоретического учебного материала в ЭОК для отражения текущей результативности обучающихся формируются списки лидеров – лучших студентов через блок LMS Moodle «Оценки за элемент курса». Во время учебного процесса эти списки сменяются один за другим в зависимости от вида работ, по которому происходит сортировка результатов. Примеры списков лидеров приведены на рисунке 10.

Оценки за элемент курса	Оценки за элемент курса	Оценки за элемент курса
<p><b>ТЕСТИРОВАНИЕ "ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ"</b></p> <p><b>20 самых высоких оценок:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Марина Сейрановна 100,00%</li> <li>Андрей Владимирович 100,00%</li> <li>Семён Владимирович 100,00%</li> <li>Арина Валерьевна 100,00%</li> <li>Никита Викторович 100,00%</li> <li>Евгений Александрович 100,00%</li> <li>Сергей Дмитриевич 100,00%</li> <li>Евгений Юрьевич 100,00%</li> <li>Арина Вячеславовна 100,00%</li> <li>Алексей Константинович 97,73%</li> <li>Никита Александрович 97,73%</li> <li>Олег Дмитриевич 97,73%</li> <li>Анатолий Владимирович 97,73%</li> <li>Никита Юрьевич 90,91%</li> <li>Елизавета Вячеславовна 90,91%</li> <li>Владислав Витальевич 90,91%</li> <li>Александр Михайлович 90,91%</li> <li>Максим Игоревич 86,36%</li> <li>Юлия Сергеевна 86,36%</li> <li>Дарья Александровна 84,09%</li> </ol>	<p><b>ЭЛЕКТРОННЫЙ СЕМИНАР ПО ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ НА ТЕМУ "ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ"</b></p> <p><b>15 самых высоких оценок:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Марина Сейрановна 100,00%</li> <li>Никита Викторович 100,00%</li> <li>Никита Алексеевич 100,00%</li> <li>Александр Михайлович 100,00%</li> <li>Арина Валерьевна 97,73%</li> <li>Олег Дмитриевич 97,73%</li> <li>Павел Сергеевич 97,73%</li> <li>Никита Юрьевич 97,73%</li> <li>Анатолий Владимирович 90,91%</li> <li>Сергей Александрович 90,91%</li> <li>Иван Владимирович 90,91%</li> <li>Арина Вячеславовна 90,91%</li> <li>Леонид Олегович 86,36%</li> <li>Евгений Юрьевич 86,36%</li> <li>Никита Александрович 84,09%</li> </ol>	<p><b>ЗАДАНИЕ "ЗАПИСЬ ВЫБОРКИ В ТАБЛИЧНОЙ ФОРМЕ"</b></p> <p><b>10 самых высоких оценок:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Марина Сейрановна 100,00%</li> <li>Никита Викторович 100,00%</li> <li>Арина Валерьевна 100,00%</li> <li>Евгений Александрович 97,73%</li> <li>Сергей Дмитриевич 97,73%</li> <li>Алексей Константинович 90,91%</li> <li>Никита Александрович 90,91%</li> <li>Евгений Юрьевич 90,91%</li> <li>Арина Вячеславовна 86,36%</li> <li>Елизавета Вячеславовна 84,09%</li> </ol>

Рисунок 10 – Списки лидеров в ЭОК «Теория вероятностей»

В качестве механики геймификации используется «Индикатор выполнения», выступающий ориентиром в реальном времени на всем процессе обучения и отражающий текущий этап учебного процесса, объем выполненной и оставшейся работы до достижения результатов обучения. Вариант использования блока «Индикатор выполнения» в электронном курсе представлен на рисунке 11.

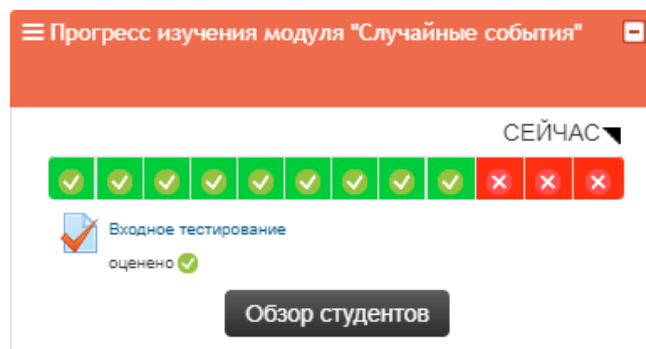


Рисунок 11 – Индикатор выполнения модуля ЭОК «Теория вероятностей»

В ЭОК разработана система наградных значков, которые являются наградой за завершённую работу и наглядным доказательством выполненного достижения. Корректировать нежелательное поведение пользователя, возможно применяя



систему «кнута и пряника», например, используя порицание за невыполненное задание курса или поощрение активных обучающихся за определенные успехи. Главным принципом создания системы значков является уникальность наград, условием получения которых должны выступать четко обозначенные действия в курсе. На этапе проектирования определена система значков, используемых для управления интенсивностью работы и активностью в курсе. Все значки систематизированы по уровням. После получения значков первого уровня, выдаются значки следующего, таким образом используется желание коллекционировать достижения за работу. По результатам крупной контрольной точки рекомендуется организовать выдачу значков за особые достижения, чтобы произвести своеобразную рефлексию результатов в электронной среде. Значки курса используются не только для поощрения, но и для дисциплинирования студентов, отстающих от базового темпа изучения курса, то есть вовлечения студентов в учебный процесс. Например, активная коммуникация в форумах курса отмечается значком «Форумный завсегдайт», где уровень значка зависит от количества сообщений, оставленных студентом в форумах ЭОК: значок III уровня выдается за 10 сообщений в форумах курса, значок II – за 20 сообщений, а значок I уровня за 30 сообщений. Моментальное выполнение практико-ориентированных индивидуальных заданий в электронном курсе отмечается значком «Супер-Флеш», при этом уровень значка зависит от количества выполненных заданий в ЭОК без отставания от базового темпа изучения курса: за 30% выполненных индивидуальных заданий без отставания от графика – значок III уровня, за 60% – значок II уровня и за выполнение 90% заданий курса – значок I уровня. Внешний вид значков «Форумный завсегдайт» и «Супер-Флеш» представлены на рисунке 12 и 13 соответственно.

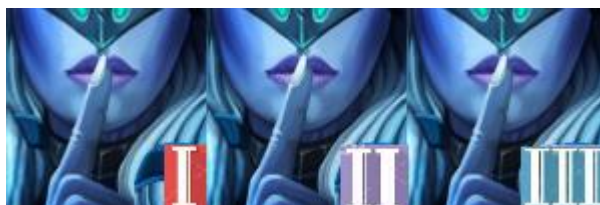


Рисунок 12 – Значки «Форумный завсегдайт» трех уровней



Рисунок 13 – Значки «Супер-Флеш» трех уровней

Механики геймификации, обеспечивающие достижение образовательных целей, реализуются путем наполнения курса различными заданиями, организацией индивидуальной и групповой работы в форумах. Использование форумов позволяет инициировать обсуждения в электронной среде в режимах «студент-студент», «преподаватель-студент», «студент-контент». Индикатор выполнения по каждому модулю курса идентифицирует положение студента в процессе работы и позволяет отслеживать динамику его деятельности.

Система геймификации становится эффективным средством вовлечения студентов в учебный процесс в электронной среде. Элементы геймификации способствуют повышению мотивации к изучению дисциплины и выступают удерживающим фактором при обучении студентов в ЭОК.

Рассмотрим более подробно формы, средства и методы обучения, способствующие формированию математической компетентности в электронном курсе. Приведем пример детализированной версии одной из редакций изложения лекции-тренажера по теме «Наглядное представление статистических данных».

Теоретический материал данной лекции открывается студенту последовательно, после изучения предыдущей темы и при выполнении всех условий в ЭОК «Теория вероятностей». Лекция-тренажер реализована через элемент «Лекция», которая позволяет располагать контент и/или практические задания (тесты) в интересной и гибкой форме. При конструировании лекций-тренажеров использовалась как линейная схема представления материала, состоящая из ряда обучающих блоков, так и сложные схемы, которые содержат различные пути или варианты изучения теоретического материала. Для увеличения активного взаимодействия и контроля понимания блоки тестирования в лекции-

тренажере используют различные вопросы, такие как «Множественный выбор», «На соответствие» и «Короткий ответ». В зависимости от выбранного студентом ответа, он может перейти к следующему блоку теоретической информации, возвратиться на предыдущий или быть перенаправленными на изучение дополнительного материала.

**Пример 1. Лекция-тренажер «Наглядное представление статистических данных».**

Цель данной лекции состоит в изучении понятия «вариационный ряд» и его применении при построении модели теоретической функции распределения – эмпирической функции распределения. Студенты знакомятся с понятием вариационного ряда и его характеристиками, изучают необходимую математическую символику для дальнейшей формализации результатов наблюдений и экспериментов в профессиональной деятельности.

Блок 1 лекции-тренажера:

*Математическая статистика занимается установлением закономерностей, которым подчинены массовые случайные явления, на основе обработки статистических данных, полученных в результате наблюдений и экспериментов. При этом выделяют следующие основные задачи математической статистики:*

- *определение способов сбора и группировки статистических данных;*
- *разработка методов анализа полученных данных в зависимости от целей исследования, включающую оценку неизвестных параметров: вероятности события, функции распределения, параметров распределения, зависимости между различными случайными величинами и т.д., а также проверку различных статистических гипотез: независимости, однородности, случайности, о виде распределения.*

*Рассмотрим задачу определения способов сбора и группировки статистических данных на основе вариационного ряда.*

*Произвольной реализации  $x$  выборки  $X$  можно поставить в соответствие упорядоченную последовательность  $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$ , располагая  $x_1, \dots, x_n$  в*

порядке их неубывания, так что  $x_{(1)} = \min\{x_1, \dots, x_n\}$ ,  $x_{(2)}$  – второе по величине значение, ...,  $x_{(n)} = \max\{x_1, \dots, x_n\}$ .

Обозначим через  $X_{(k)}$  случайную величину, которая для каждой реализации  $x$  выборки  $X$  принимает значение  $x_{(k)}$ ,  $k = 1, \dots, n$ .

Так по выборке  $X$  определяют новую последовательность случайных величин  $X_{(1)}, \dots, X_{(n)}$ , называемых **порядковыми статистиками** выборки. При этом  $X_{(k)}$  –  $k$ -я порядковая статистика, а  $X_{(1)}$  и  $X_{(n)}$  – **экстремальные значения выборки** (соответственно минимальное и максимальное).

### **Пример**

Предположим, нам известно несколько реализаций выборки объема 6 из генеральной совокупности  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ :

реализация выборки $X$	упорядоченная реализация выборки $X$
1, 3, 4, 2, 5, 5	1, 2, 3, 4, 5, 5
1, 4, 1, 6, 6, 1	1, 1, 1, 4, 6, 6
2, 6, 5, 3, 3, 2	2, 2, 3, 3, 5, 6

Первая порядковая статистика  $X_{(1)}$ , для этих реализаций принимает значения 1, 1, 2 (это минимальные значения для соответствующих реализаций), вторая порядковая статистика  $X_{(2)}$  – значения 2, 1, 2 и т. д.

Последовательность **порядковых статистик**  $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}$  называется **вариационным рядом** выборки  $X$ . Разность  $d = X_{(n)} - X_{(1)}$  называется **размахом выборки**.

Как видно, **вариационный ряд** есть последовательность случайных величин, а **размах выборки** – случайная величина.

С прикладной точки зрения зачастую интересны не сами эти случайные величины, а их реализации, которые уже не случайны, но носят такие же названия – "вариационный ряд" и "размах выборки".

### **Пример**

Имеется **реализация выборки**  $X$  объема 7 (обычно говорят: "имеется **выборка** объема 7"):  $-2, 3, 0, 1, 0, 2, 5$ .

Тогда **реализацией вариационного ряда** (говорят просто "**вариационным рядом**") является последовательность:  $-2, 0, 0, 1, 2, 3, 5$ .

**Размах** такой выборки равен  $d = 5 - (-2) = 7$ .

Важной характеристикой вариационного ряда выборки является его медиана (т.е. середина). **Медианой**  $Me$  вариационного ряда называется его элемент  $X_{(k+1)}$ , если объем выборки  $n$  – нечетное число, и любое значение из интервала  $(X_{(k)}, X_{(k+1)})$ , если  $n$  – четное число (для определенности чаще всего берут  $\frac{X_{(k)} + X_{(k+1)}}{2}$ ).

### **Пример**

Рассмотрим вариационный ряд:  $3, 4, 6, 6, 7, 10, 11, 12$ .

Размах выборки равен  $d = 9$ ,  $Me = 9$  (т. к. в ряду четное число членов, и в качестве медианы берется среднее арифметическое средних двух элементов).

После изучения первого блока теоретического материала студент переходит к блоку тестовых заданий по этому материалу (алгоритм перехода в лекции-тренажере приведен на стр.), представленного в таблице 4.

Блок 2 лекции-тренажера:

Таблица 4 – Построение вариационного ряда

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
Чтобы построить вариационный ряд для некоторой выборки, ...	нужно элементы выборки расположить в порядке неубывания их значений	<b>Верно</b>
	нужно записать все различные значения элементов выборки (т.е. исключить повторы элементов)	<b>Неверно.</b> В вариационный ряд должны войти все элементы выборки, в том числе и имеющие одинаковые значения

Правильное выполнение задания переводит студента на следующий блок контента. Иначе, студенту предоставляются комментарии, содержащие пояснения

к выбранному ответу. После изучения комментариев студент имеет возможность выполнить аналогичное задание тестовое задание на проверку усвоения материала после чего переходит к следующему блоку контента (таблица 5).

Таблица 5 – Размах выборки

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
Размах выборки – это ...	число, равное разности максимального и минимального элементов выборки	<b>Верно</b>
	число, равное количеству элементов выборки	<b>Неверно.</b> Размах характеризует разброс значений в выборке, а не количество элементов в ней

При необходимости повторного обращения к теоретической части у студента появляется возможность пропускать вопросы тестирования. Это позволяет осуществлять быстрый переход к необходимым примерам, понятиям и т.д. В тоже время, лекция-тренажер содержит обширную вариативность (большую базу вопросов) в тестовых заданиях, поэтому студенты имеют возможность отработки полученных знаний.

После выполнения тестовых заданий первого блока теоретического материала и самопроверки уровня его усвоения, студенту открывается следующий блок теоретической информации.

Блок 3 лекции-тренажера:

*Для наглядного представления статистических данных строят эмпирическую функцию распределения, которая является оценкой теоретической функции распределения генеральной совокупности.*

*Для начала вспомним, как мы определяли функцию распределения в теории вероятностей. Пусть  $X$  – некоторая случайная величина (она может быть как дискретной, так и непрерывной). Тогда функция распределения этой случайной величины определяется как  $F(t) = P(X < t)$ ,  $t \in \mathbf{R}$ .*

*Функция распределения существует для любой случайной величины и является одной из наиболее полных ее характеристик, по которой можно найти,*

например, такие важные характеристики как математическое ожидание и дисперсия.

Но когда случайная величина описывается только с помощью полученных в ходе эксперимента данных, ее функция распределения неизвестна. Возникает задача оценки этой неизвестной функции распределения, которую мы теперь будем называть **теоретической функцией распределения**. Оценивать ее мы будем по выборке.

Пусть  $X$  – выборка из некоторого распределения с теоретической функцией распределения  $F$ . **Эмпирическая функция распределения** – это

функция от выборки, определяемая по формуле: 
$$F_n(y) = \frac{\sum_{i=1}^n I(X_i < y)}{n}.$$

$I(X_i < y)$  – это логическая функция, которая при выполнении неравенства  $X_i < y$  равна 1, в противном случае – 0.

В отличие от теоретической функции распределения  $F$ , эмпирическая функция распределения  $F_n$  является случайной функцией. Для каждой реализации  $\mathbf{x}$  выборки  $X$  функция  $F_n(y)$  однозначно определена и обладает всеми основными свойствами функции распределения: изменяется от 0 до 1, не убывает и непрерывна слева. При этом она кусочно-постоянна и возрастает только в точках последовательности  $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$ . Поэтому эмпирическую функцию распределения можно определить и через вариационный ряд:

$$F_n(y) = \begin{cases} 0, & y \leq x_{(1)} \\ \frac{m}{n}, & x_{(m)} < y \leq x_{(m+1)} \\ 1, & y > x_{(n)} \end{cases}$$

### **Пример**

Для данной выборки найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график:

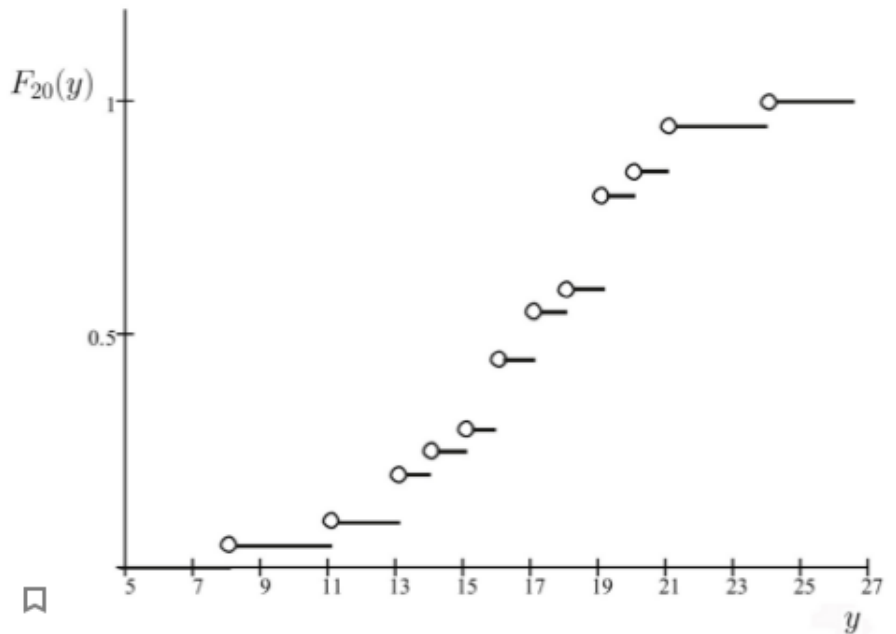
17, 16, 20, 13, 13, 21, 24, 18, 19, 19, 16, 21, 17, 19, 19, 16, 14, 8, 11, 15.

Упорядочим элементы выборки по неубыванию. Получим следующий вариационный ряд:

8, 11, 13, 13, 14, 15, 16, 16, 16, 17, 17, 18, 19, 19, 19, 19, 20, 21, 21, 24.

По нему строим эмпирическую функцию распределения:

$$F_n(y) = \begin{cases} 0, & y \leq 8 \\ \frac{1}{20}, & 8 < y \leq 11 \\ \frac{2}{10}, & 11 < y \leq 13 \\ \frac{3}{5}, & 13 < y \leq 14 \\ \frac{4}{4}, & 14 < y \leq 15 \\ \frac{7}{10}, & 15 < y \leq 16 \\ \frac{9}{20}, & 16 < y \leq 17 \\ \frac{11}{20}, & 17 < y \leq 18 \\ \frac{3}{5}, & 18 < y \leq 19 \\ \frac{4}{5}, & 19 < y \leq 20 \\ \frac{17}{20}, & 20 < y \leq 21 \\ \frac{19}{20}, & 21 < y \leq 24 \\ 1, & y > 24 \end{cases}$$



При возрастании объема выборки эмпирическая функция распределения неограниченно приближается к функции распределения исходного распределения  $F$ . Об этом гласят следующие теоремы:

**Теорема 1.** Пусть  $x = (x_1, \dots, x_n)$  – выборка объема  $n$  из неизвестного распределения с функцией распределения  $F$ . Пусть  $F_n$



– эмпирическая функция распределения, построенная по этой выборке. Тогда  $\forall y \in \mathbf{R} F_n(y) \xrightarrow{P} F(y)$  при  $n \rightarrow \infty$ .

### **Доказательство**

Пусть  $\xi$  - случайная величина с функцией распределения  $F(x)$ . Для произвольного  $x$  рассмотрим событие  $(\xi < x)$ . Извлечение из генеральной совокупности выборки  $x$  можно рассматривать как последовательность из  $n$  независимых экспериментов, в каждом из которых событие  $(\xi < x)$  может наступать (успех) или не наступать (неудача).

Получаем схему Бернулли с вероятностью успеха  $p = P(\xi < x) = F(x)$ . Для любого  $x \in \mathbf{R}$  эмпирическая функция распределения  $F_n(x)$  является случайной величиной, которая может принимать значения  $0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n}{n} = 1$ .

Тогда по формуле Бернулли

$$P\left(F_n(x) = \frac{k}{n}\right) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} = C_n^k F^k(x) (1-F(x))^{n-k}, k = 0, 1, \dots, n.$$

Таким образом,  $F_n(x)$  можно интерпретировать как относительную частоту события  $(\xi < x)$  в схеме Бернулли с вероятностью успеха  $p = F(x)$ .

По закону больших чисел (теорема Бернулли) относительная частота появления события в  $n$  независимых испытаниях с двумя исходами по вероятности сходится к вероятности этого события, поэтому

$$\lim_{x \rightarrow \infty} P(|F_n(x) - F(x)| < \varepsilon) = 1.$$

**Теорема-2 (Гливленко-Кантелли).** Пусть  $x = (x_1, \dots, x_n)$  – выборка объема  $n$  из неизвестного распределения с функцией распределения  $F$ . Пусть  $F_n$  – эмпирическая функция распределения, построенная по этой выборке. Тогда  $\sup_{y \in \mathbf{R}} |F_n(y) - F(y)| \xrightarrow{P} 0$  при  $n \rightarrow \infty$ .

Теорема Гливленко-Кантелли является более сильной.

На основе изученного материала по вариационному ряду студенты учатся строить модель эмпирической функции распределения. Для определения усвоения

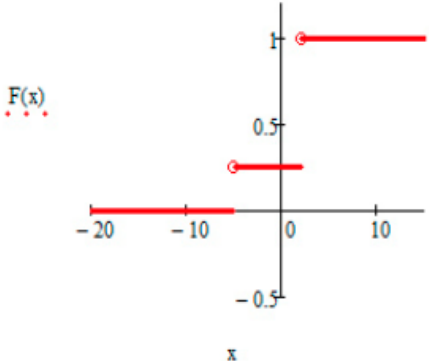
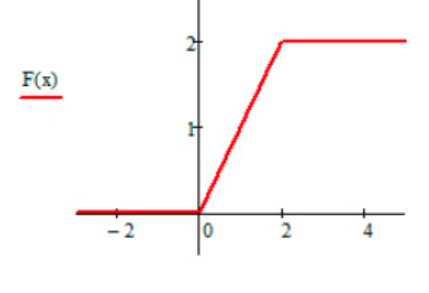
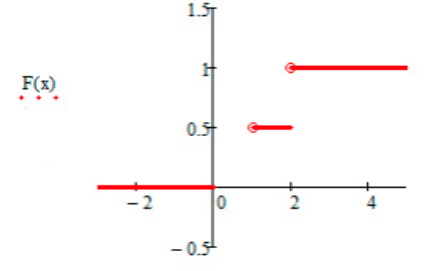
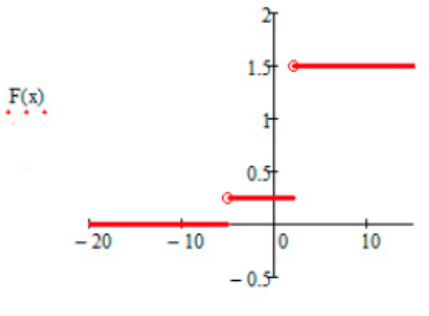
теории по построению эмпирической функции распределения в лекциях-тренажерах разработаны тестовые задания для оттачивания знаний основных характеристик эмпирической функции распределения (таблица 6, 7).

Блок 4 лекции-тренажера:

Таблица 6 – Эмпирическая функция распределения

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
Среди заданных функций $F_n(y)$ не может являться эмпирической функцией распределения следующая функция...	$F_n(y) = \begin{cases} 0, & y \leq -2 \\ 1, & y > -2 \end{cases}$	<b>Неверно.</b> Данная функция соответствует всем требованиям, предъявляемым к эмпирической функции распределения.
	$F_n(y) = \begin{cases} 0, & y \leq -2 \\ \frac{1}{5}, & -2 < y \leq 0 \\ 1, & y > 0 \end{cases}$	<b>Неверно.</b> Данная функция определена на всей вещественной оси, не убывает, принимает значения от 0 до 1 и является кусочно- постоянной. Поэтому она может являться эмпирической функцией распределения для некоторой выборки.
	$F_n(y) = \begin{cases} 0, & y \leq -2 \\ \frac{1}{5}, & -2 < y \leq 0 \\ 1, & y > 2 \end{cases}$	<b>Верно.</b> Данная функция не может являться эмпирической функцией распределения, т.к. она не определена на интервале $[0,2]$ , в то время как эмпирическая функция распределения должна быть определена на всей вещественной оси.
	$F_n(y) = \begin{cases} 0, & y \leq -2 \\ \frac{1}{5}, & -2 < y \leq 0 \\ \frac{4}{5}, & 0 < y \leq 2 \\ 1, & y > 2 \end{cases}$	<b>Неверно.</b> Следует повторно изучить понятие "эмпирическая функция распределения"

Таблица 7 – График эмпирической функции распределения

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
<p>Эмпирическая функция распределения <math>F(x)</math> может иметь следующий график:</p>		<p><b>Верно.</b> Данная функция определена на всей вещественной оси, не убывает, принимает значения от 0 до 1, непрерывна слева и является кусочно-постоянной. Поэтому она может являться эмпирической функцией распределения для некоторой выборки (подумайте, для какой именно!)</p>
		<p><b>Неверно.</b> Изображенная на графике функция принимает значения от 0 до 2, в то время как область значений эмпирической функции распределения всегда есть интервал <math>[0, 1]</math></p>
		<p><b>Неверно.</b> Данная функция не определена на интервале <math>(0,1]</math>, в то время как эмпирическая функция распределения должна быть определена на всей оси.</p>
		<p><b>Неверно.</b> Изображенная на графике функция принимает значения от 0 до 1.5, в то время как область значений эмпирической функции распределения всегда есть интервал <math>[0, 1]</math></p>

После изучения комментариев к вариантам ответов студент имеет возможность выполнить аналогичное тестовое задание на проверку усвоения материала, после чего переходит к завершающему блоку теоретической

информации по способу наглядного представления статистических данных. Рассмотрим завершающий блок теоретической информации в лекции тренажере.

Блок 5 лекции-тренажера:

*Помимо вариационного ряда и эмпирической функции распределения существуют и другие способы представления статистических данных, облегчающих работу с ними.*

*Разобьем область выборочных данных на интервалы  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_m$ . Обратите внимание, что  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_m$  только в том случае будут являться разбиением области выборочных данных, если  $\Delta_i$  попарно не пересекаются и в объединении образуют саму область выборочных данных.*

### **Пример**

*Для выборки  $x = (-1, 0, -2, 0.5, 3)$  область выборочных данных - отрезок  $[-2, 3]$ . Совокупность множеств  $\{-2, 0\}, (0, 1], (1, 2], (2, 3\}$  является разбиением  $[-2, 3]$ . А совокупность множеств  $\{-2, 0\}, [0, 1], (1.5, 2], (2, 3\}$  не является разбиением  $[-2, 3]$ , так как множества  $[-2, 0]$  и  $[0, 1]$  пересекаются и, кроме того, объединение всех этих множеств не даст отрезок  $[-2, 3]$  - объединение не содержит в себе интервал  $(1, 1.5)$ .*

*На каждом из интервалов  $\Delta_j$  строим прямоугольник, площадь которого пропорциональна  $n_j^*$ . Общая площадь всех прямоугольников должна быть равна единице. Пусть  $l_j$  - длина интервала  $\Delta_j$ . Высота  $h_j$  прямоугольника над интервалом  $\Delta_j$  вычисляется по формуле*

$$h_j = \frac{n_j^*}{n \cdot l_j}.$$

*Верхний контур полученной фигуры (кусочно-постоянная функция) называется **гистограммой**.*

Если соединить отрезками прямых середины горизонтальных отрезков, то полученная ломанная является графиком непрерывной функции и называется **полигоном частот**. При этом середины крайних отрезков соединяются с осью абсцисс так, чтобы по-прежнему суммарная площадь под графиком равнялась единице.

### Пример

Для данной выборки построить гистограмму и полигон частот, разбив область выборочных данных на 8 интервалов группировки:

17, 16, 20, 13, 13, 21, 24, 18, 19, 19, 16, 21, 17, 19, 19, 16, 14, 8, 11, 15.

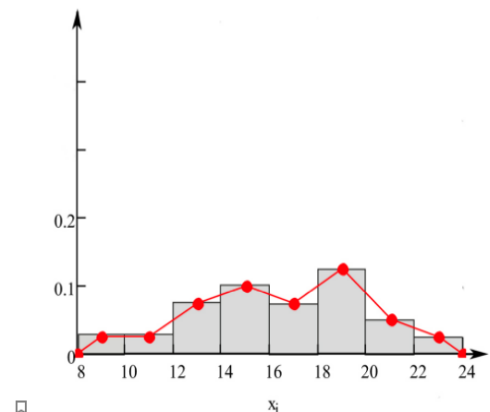
Найдем размах выборки  $d$  и длину интервалов группировки  $l$ :

$$d = x_{\max} - x_{\min} = 24 - 8 = 16, l = \frac{d}{8} = 2.$$

В таблицу занесем границы интервалов группировки, частоты попадания в интервалы группировки и высоты соответствующих столбцов гистограммы:

Номер интервала $j$	Интервал группировки $\Delta_j$	Частота попадания в $j$ -й интервал $n_j$	Высота столбца гистограммы $h_j$
1	[8, 10]	1	1/40
2	(10, 12]	1	1/40
3	(12, 14]	3	3/40
4	(14, 16]	4	1/10
5	(16, 18]	3	3/40
6	(18, 20]	5	1/8
7	(20, 22]	2	1/20
8	(22, 24]	1	1/40

Для построения полигона частот (красная ломаная линия), отмечаем на гистограмме точки, находящиеся в серединах интервалов группировки (9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23). Соединяем их между собой отрезками прямых. Красные точки соединяем с осью



абсцисс так, чтобы площадь фигуры, ограниченной получившейся ломаной и осью, абсцисс была равна 1.

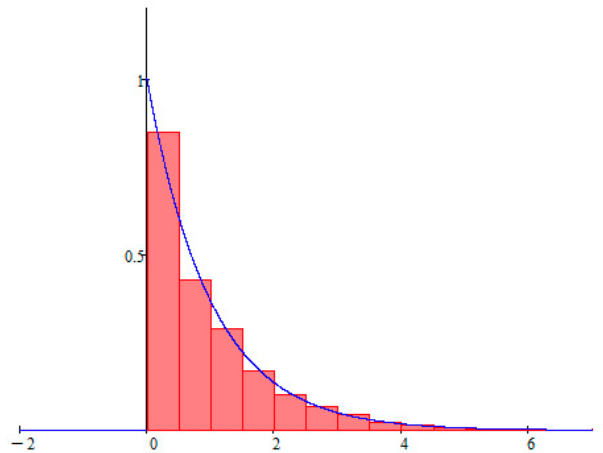
Вспомним одно важное свойство функции плотности распределения (обозначим ее  $f(t)$ ) - с помощью нее можно вычислить вероятность принадлежности случайной величины некоторому интервалу, а именно:

$$P(a \leq \xi < b) = \int_a^b f(t)dt.$$

Исходя из этого свойства  $P(\xi \in \Delta_j) \approx f(x) \cdot l_j$  при малых значениях  $l_j$ .

Поэтому за оценку плотности  $f(x)$  принимается  $f_n = \frac{n_j^*}{n \cdot l_j} = h_j, x \in \Delta_j$ .

**Теорема 3.** Если плотность распределения элементов выборки является непрерывной функцией, то при неограниченном увеличении числа интервалов группировки ( $m(n) \rightarrow \infty$ , так что  $\frac{m(n)}{n} \rightarrow 0$ ) имеет место сходимость по вероятности гистограммы к плотности распределения.  $\square$



Сравнивая построенную гистограмму или полигон с графиками известных плотностей, получают первую экспериментальную оценку для неизвестной  $f(x)$ . Например, можно выдвинуть гипотезу о конкретном законе распределения случайной величины. На рисунке изображена гистограмма для некоторой выборки, глядя на которую можно предположить, что соответствующая случайная величина имеет показательное распределение (плотность показательного распределения с параметром  $\lambda = 1$  изображена на графике синей линией).

Для тренировки усвоения когнитивного компонента компетенции формализации и математического моделирования на завершающем этапе работы с

теоретическим материалом проверяется степень его усвоения в режиме тренажера – с предоставлением подробных комментариев к вариантам ответа (таблицы 8, 9).

Блок 6 лекции-тренажера:

Таблица 8 – Гистограмма

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
<p>На рисунке представлена гистограмма для выборки <math>x</math></p> <p>по данной гистограмме можно сделать следующие выводы о выборке:</p>	<p>область выборочных данных отрезок <math>[0, 5]</math></p>	<p><b>Верно.</b> Вне области <math>[0, 5]</math> нет ни одного значения выборки, иначе там присутствовали бы столбцы ненулевой высоты</p>
	<p>область выборочных данных отрезок <math>[0, 2.5]</math></p>	<p><b>Неверно.</b> Вы не учли элементы, соответствующие столбцам правее чем 2.5</p>
	<p>генеральная совокупность соответствующей случайной величины множество <math>[0,5]</math></p>	<p><b>Неверно.</b> Генеральная совокупность есть множество всевозможных значений случайной величины. Не обязательно все эти значения встретятся в выборке.</p>
	<p>в выборке отсутствует элемент <math>x_i = 4</math></p>	<p><b>Верно.</b> Если бы в выборке был хотя бы один элемент, равный 4, то на гистограмме над <math>x_i = 4</math> был бы построен столбик ненулевой высоты.</p>

Таблица 9 – Полигон частот

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
<p>Для выборки <math>x</math> построен полигон частот</p>	<p><math>x</math> может являться выборкой из нормального распределения</p>	<p><b>Верно.</b> Так как носитель нормально распределенной случайной величины – множество всех действительных чисел, то совершенно любой полигон может оказаться построенным по выборке из нормально распределенной случайной величины</p>

Тогда для выборки $x$ и соответствующего полигона частот верны следующие утверждения:	для построения полигона частот область выборочных данных разбита на 5 интервалов группировки	<b>Верно.</b> Середины этих интервалов отмечены красными кружками. Крайние точки ((-3, 0) и (2, 0)) – это точки соединения полигона с осью абсцисс.
	для построения полигона частот область выборочных данных разбита на 7 интервалов группировки	<b>Неверно.</b> Точки соединения ломаной полигона с осью абсцисс не следует учитывать при подсчета количества интервалов группировки
	чаще всего в выборке встречается элемент $x_i = 0.5$	<b>Неверно.</b> Чаще всего в выборке встречаются значения из интервала группировки [0, 1], но совсем не обязательно, что значение 0.5 вообще имеется в выборке.

Аналогичным образом представлены все темы электронного обучающего курса. Пример представления вариативного изложения материала темы «Основные понятия выборочного метода» в трех редакциях изложения представлен в приложении А.

С целью повышения уровня владения предметными навыками, решения междисциплинарных и профессиональных задач разработаны поэтапные задачи-тренажеры, которые отражают логику решения сложной задачи небольшими шагами и направлены на применение когнитивного компонента математической компетенции и формирование праксиологического, мотивационно-ценностного и рефлексивно-оценочного компонентов с применением пакетов прикладных программ.

Во время решения таких задач студент определяет исходные данные и представляет их в формализованном виде на математическом языке, требуемом для дальнейшей работы. Например, исходя из профессиональных условий задачи, определяет цель построения эмпирической функции распределения и пошагово строит ее, применяя изученный математический аппарат. Поэтапная задача-



тренажер позволяет проверить каждый шаг решения задачи, разъяснить и направить ход решения, в случае возникновения проблем. Студенты учатся ставить цели математической деятельности, производят самоорганизацию данной деятельности на основе критического анализа собственного уровня владения математическим аппаратом, что соответствует содержанию метакогнитивной компетенции.

Поэтапная задача-тренажер реализуется через элемент «Тестирование» в электронной среде LMS Moodle. В начале работы с задачей-тренажером студенту предоставляется информационная страница, которая знакомит его с предстоящим видом деятельности.

### **Пример 2. Поэтапная задача-тренажер «Построение эмпирической функции распределения».**

*Данный тест – это тренажер для формирования умения «Построение эмпирической функции распределения». Мы будем решать задачу нахождения и графического представления эмпирической функции распределения для выборки, записанной в виде вектора наблюдаемых значений.*

*Пожалуйста, отвечайте на поставленные вопросы последовательно, ориентируйтесь на подсказки, которые появляются по ходу решения задачи.*

*После того, как решение задачи будет окончено, нажмите на кнопку «Закончить попытку». Система определит баллы, начисленные за каждый ответ. На этом шаге можно при желании вернуться к попытке и внести исправления в ответы. После нажатия кнопки «Отправить все и завершить тест», отобразится итоговый балл, полученный за решение задачи. Этот балл не идет в журнал оценок – это информация для вас о вашей степени готовности к самостоятельному решению задач по данной теме. Вы можете повторить попытку тестирования, чтобы закрепить сформированное умение. Перед тем как приступить к прохождению тестирования по модулю, рекомендуется пройти данный тест-тренажер как минимум на 70 баллов.*

**Задание:** *После обучения нейронной сети для определения меланомы на дерматоскопических изображениях проводится ее финальное тестирование. На*

вход подаются 10 изображений, 4 из которых представляют собой изображение меланомы, 4 изображения пигментных пятен сходных по строению с меланомой и 2 зашумленных изображения. Выборка  $\mathbf{x} = (2, -3, 4, 3, 1, 4, 3, 2, 0, 1, 2, 3, 3, -3, 3)$  – это вектор значений финального тестирования, когда алгоритм нейросети классифицировал меланому истинноположительно или ложноотрицательно. Итоговое значение в выборке – это сумма истинноположительных срабатываний классификатора (берутся со знаком «+») и ложноотрицательных (со знаком «-»). Истинноположительная классификация соответствует верно определенным меланомам среди поданных изображений. Ложноотрицательная классификация показывает количество ошибок второго рода, когда нейросеть определила пигментное пятно, либо зашумленное изображение как злокачественное образование. Для дальнейшего анализа качества классификации нейронной сети необходимо построить эмпирическую функцию распределения для выборки  $\mathbf{x}$ .

Блоки поэтапной задачи-тренажера представлены в таблицах 10-13 соответственно.

Таблица 10 – Объем выборки

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
Определим объем исходной выборки $\mathbf{x}$	$n = 15$	<b>Верно.</b>
	$n \neq 15$	<b>Неверно.</b> Объем выборки – это количество элементов в ней. В данном случае $n = 15$ .

**Шаг 1.** Построим вариационный ряд для выборки  $\mathbf{x}$  отсортировав её элементы по неубыванию.

Таблица 11 – Вариационный ряд

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам														
Вариационный ряд для выборки $\mathbf{x}$ имеет вид ...	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>-3</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td><math>n_i</math></td> <td>2</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table>	$x_i$	-3	0	1	2	3	4	$n_i$	2	1	2	3	5	2	<b>Неверно.</b> Здесь записана выборка в табличном виде. И хотя по такой таблице тоже можно вычислять эмпирическую функцию распределения, вариационным рядом такое
$x_i$	-3	0	1	2	3	4										
$n_i$	2	1	2	3	5	2										

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
		представление выборки не является.
	-3 -3 0 1 1 2 2 2 3 3 3 3 4 4	<b>Верно.</b>
	0 1 1 2 2 2 -3 -3 3 3 3 3 4 4	<b>Неверно.</b> Данная последовательность не отсортирована по неубыванию и, следовательно, не является вариационным рядом.
	-3 0 1 2 3 4	<b>Неверно.</b> Вариационный ряд должен содержать все элементы выборки.

**Шаг 2.** С помощью вариационного ряда эмпирическая функция распределения вычисляется по формуле:

$$F_n(y) = \begin{cases} 0, & y \leq x_{(1)} \\ \frac{m}{n}, & x_{(m)} < y \leq x_{(m+1)}, \\ 1, & y > x_{(n)} \end{cases} \quad (1)$$

где  $n$  – это объем выборки,  $x_{(m)}$  –  $m$ -й член вариационного ряда. Обратите внимание на расстановку знаков  $\leq$  и  $<$  в неравенствах. Функция  $F_n(y)$  является непрерывной слева и ступенчатой. В фигурных скобках слева пишется "высота" ступеньки, а справа неравенство, которое определяет местоположение ступеньки по горизонтали.

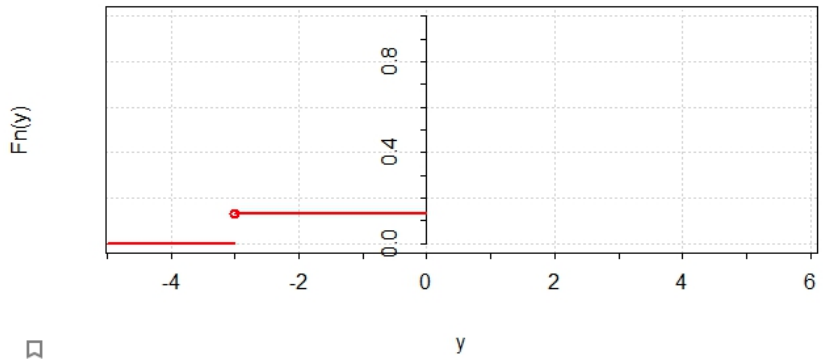
Подробно разберем вычисление высот первых трех ступенек и их построение на графике:

1-я ступень всегда находится на нулевом уровне. В частном случае эта ступенька располагается по оси абсцисс на интервале  $(-\infty, x_{(1)}] = (-\infty, -3]$ .

2-я ступень по оси абсцисс находится на интервале  $(-3, 0]$ . Её высота – это количество элементов вариационного ряда до первого нуля  $m$ , деленное на объем выборки  $n$ : -3 -3 0 1 1 2 2 2 3 3 3 3 4 4.

На данном этапе получаем следующие расчеты и график:

$$F_{15}(y) = \begin{cases} 0, & y \leq -3 \\ \frac{2}{15}, & -3 < y \leq 0, \\ \dots \end{cases}$$



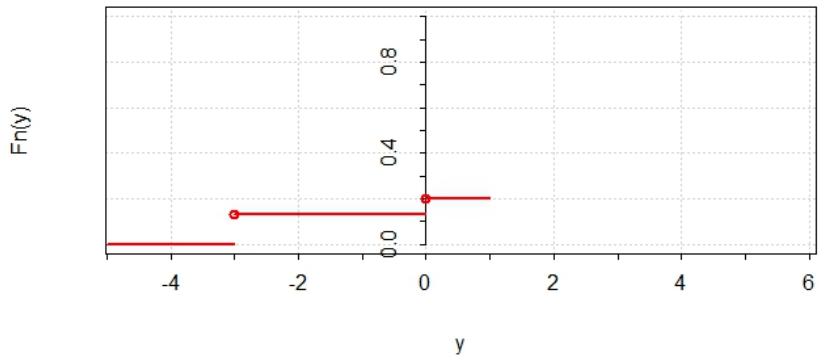
Обратите внимание, что на графике 2-я ступень начинается с выколотой точки. Так мы графически изображаем разрыв в точке  $y = 0$  справа.

3-я ступень по оси абсцисс находится на интервале  $(0, 1]$ .

$$\underbrace{-3 \ -3 \ 0 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 4 \ 4}_m$$

Формула для  $F_{15}(y)$  и ее график на данном этапе:

$$F_{15}(y) = \begin{cases} 0, & y \leq -3 \\ \frac{2}{15}, & -3 < y \leq 0 \\ \frac{4}{15}, & 0 < y \leq 1 \\ \dots \end{cases}$$



Действуя аналогичным образом, найдите высоты всех ступенек и запишите формулу для  $F_{15}(y)$ .

Таблица 12 – Определение значения функции распределения в точке

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
Значение $F_{15}(2.5)$ равно... (Ответ запишите в виде десятичной дроби с 3-мя знаками после запятой)	$F_{15}(2.5) = 0.533$	<b>Верно.</b>
	$F_{15}(2.5) \neq 0.533$	<b>Неверно.</b> При вычислении значения функции распределения в точке, необходимо воспользоваться формулой (1). $F_{15}(2.5) = \frac{8}{15}$ ,

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
		так <span style="float: right;">как</span> $-3 \underbrace{-3 \ 0 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 4 \ 4}_{m}$ и $m = 8$ .

Таблица 13 – График функции распределения

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
График $F_{15}(y)$ имеет вид ...		<b>Верно.</b> <span style="float: right;">Функция</span> распределения <span style="float: right;">задается</span> формулой $F_{15}(y) = \begin{cases} 0, & y \leq -3 \\ \frac{2}{15}, & -3 < y \leq 0 \\ \frac{1}{5}, & 0 < y \leq 1 \\ \frac{1}{3}, & 1 < y \leq 2 \\ \frac{8}{15}, & 2 < y \leq 3 \\ \frac{13}{15}, & 3 < y \leq 4 \\ 1, & y > 4 \end{cases}$
		<b>Неверно.</b> На графике должно быть 7 интервалов, пересчитайте функцию распределения и обратите внимание на два разных интервала (2,3] и (3,4].
		<b>Неверно.</b> <span style="float: right;">Неверно</span> определены высоты 5-ой и 6-ой ступенек.

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
		<p><b>Неверно.</b> Пересчитайте высоту 4-ой ступени: в вариационном ряду до значения 2 находится 5 элементов, значит <math>m = 5</math>.</p>

Практически по всем темам разработаны поэтапные задачи-тренажеры, пример задачи по теме «Метод максимального правдоподобия для нахождения неизвестного параметра однопараметрического семейства распределений» приведен в приложении Б.

Описанный процесс решения поэтапной задачи-тренажера позволяет формировать компетенцию математического моделирования и ставит вопрос о необходимости использования математических пакетов прикладных программ для реализации описанной процедуры в профессиональной деятельности, так как при обработке результатов реальных экспериментов, зачастую, выпускникам придётся сталкиваться с большим объемом данных, который не ограничивается, как в примере, пятнадцатью элементами выборки. Поэтому возникает необходимость разработки программного кода (или использования готового) для построения эмпирической функции распределения и гистограммы для данных, полученных в ходе реальных экспериментов, что относится к компетенции математического моделирования в пакетах прикладных программ.

Рассмотрим электронный семинар «Первичная обработка экспериментальных данных». Формирование компетенции математического моделирования продолжается в электронном семинаре, в процессе решения предложенной задачи и применения пакетов прикладных программ. Элемент «Семинар» позволяет накапливать, просматривать, рецензировать и взаимно оценивать студенческие работы. План семинара отображает все его фазы и списки задач для каждой фазы, представлен на рисунке 14. Студенты представляют свою работу в виде файлов программных пакетов, а материалы оцениваются с

использованием нескольких критериев, заданных преподавателем. Студентам необходимо оценить по три работы своих одногруппников. Представляемые работы и рецензии являются анонимными. За семинар студенты получают две оценки – оценку за свою работу и баллы за свою оценку работ одногруппников, которые суммируются и записываются в журнал оценок.

Индивидуальное задание-1 "Первичная обработка экспериментальных данных" ☺

Фаза настройки ☺	Фаза представления работ ☺	Фаза оценивания ☺	Фаза оценивания оценок ☺	Закрито
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Задать введение для семинара</li> <li>✓ Предоставить инструкции для работы</li> <li>✓ Редактировать форму оценки</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Предоставить инструкции по оцениванию</li> <li>✗ Распределение работ               <ul style="list-style-type: none"> <li>ожидалось: 40</li> <li>представлено: 42</li> <li>не размещено: 2</li> </ul> </li> <li>ⓘ Начало представления работ: Вторник, 11 Сентябрь 2018, 14:10 (Прошло дней - 113)</li> <li>ⓘ Конец представления работ: Среда, 19 Сентябрь 2018, 23:55 (Прошло дней - 105)</li> <li>ⓘ Разрешить работы, отправленные с опозданием</li> <li>ⓘ Ограничение времени к Вам не относится</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ⓘ Срок оценивания: Понедельник, 24 Сентябрь 2018, 23:55 (Прошло дней - 100)</li> <li>ⓘ Ограничение времени к Вам не относится</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Вычислить оценки за работы               <ul style="list-style-type: none"> <li>ожидалось: 40</li> <li>вычислено: 41</li> </ul> </li> <li>✓ Вычислить баллы за оценивание               <ul style="list-style-type: none"> <li>ожидалось: 40</li> <li>вычислено: 40</li> </ul> </li> <li>✓ Написать заключение для семинара</li> </ul>	

Рисунок 14 – План семинара в ЭОК «Теория вероятностей»

**Задание:** Сгенерировать выборку из  $N$  элементов, имеющих указанное в вашем варианте распределение (основные характеристики распределения в Приложении к заданию).

- a. Вычислить выборочные моменты и центральные выборочные моменты до 3-го порядка включительно.
- b. Составить эмпирическую функцию распределения. В одной системе координат построить график эмпирической и теоретической функций распределения. Увеличивая объем выборки с  $N$  до  $2N$ ,  $3N$ , убедиться с помощью построенного графика в стремлении эмпирической функции распределения к теоретической.
- c. Построить гистограмму и теоретическую функцию плотности распределения (если она является непрерывной) в одной системе координат, сравнить полученные графики и оценить, действительно

*ли гистограмма является приближением функции плотности вероятности.*

После изучения задания студентам предлагается выбрать уровень его выполнения, который накладывают ограничения на использование функционала пакетов прикладных программ или применения специализированных профессиональных программ высокого уровня.

*Уровень 1. Реализация задания в среде пакета Mathcad, при этом разрешено использование встроенных статистических функций.*

*Уровень 2. Реализация задания в среде пакета Mathcad, при этом из встроенных статистических функций разрешено использование только лишь функций, генерирующих выборки из заданных распределений.*

*Уровень 3. Реализация предложенного задания на языке программирования R или в пакете прикладных программ Matlab.*

Последовательность работы в электронном семинаре описывается инструкцией и методическими указаниями:

- *Изучить файл задания "Первичная обработка статистических данных", краткие теоретические сведения*
- *Изучить рекомендации по выполнению задания в пакете MathCAD/Matlab/R.*
- *Выбрать уровень сложности задания.*
- *Выполнить индивидуальное задание, соответствующее определённому варианту.*
- *Представить текст программы с краткими комментариями.*
- *Отправить файл с программой для оценки в электронном семинаре.*

Результатом выполнения индивидуального задания является написанная программа, которая решает исходную задачу. При этом программа должна соответствовать следующим требованиям:

- *Для решения задачи верно выбраны формулы, методы, критерии, функции пакетов прикладных программ.*



– *Вычисления произведены правильно, статистические методы реализованы верно.*

– *Задание выполнено полностью.*

– *Сделаны правильные выводы.*

– *Представленные графики наглядные, достаточно подробные.*

– *Разработанный программный код имеет четкую и понятную структуру.*

*Не избыточен.*

– *Текст программы снабжен достаточным количеством комментариев.*

– *Программный код достаточно универсален и позволяет обрабатывать другие данные похожего типа, меняя параметры задачи.*

Сроки работы по каждой фазе жестко ограничены. После представления работы начинается этап рецензирования и оценивания, когда каждый студент получает три работы для рецензирования, которые ему необходимо проверить на соответствие представленным критериям оценивания. Изучение работ одногруппников позволяет студентам проанализировать свои собственные работы. После предоставления рецензий и оценок на финальном этапе преподаватель проводит контрольную оценку работ, после чего подводятся итоги электронного семинара, с представлением наиболее частых замечаний к рецензиям, например, *чаще всего не было отмечено, что плотность распределения или функция распределения запрограммированы лишь для положительных аргументов.* Итоговая рефлексия проведенной деятельности способствует определению собственного уровня владения изученным материалом, критическому анализу функционала пакетов прикладных программ для решения предложенной задачи и констатации важности применения профессиональных специализированных пакетов при решении реальных практических задач в профессиональной деятельности.

Представленный комплекс средств, методов и форм обучения позволяет организовать формирование математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе

построения индивидуальной образовательной траектории в электронном обучающем курсе, а система геймификации способствует вовлечению и удержанию студентов в образовательном процессе.

### **2.3 Апробация методики формирования математической компетентности в ЭОК «Теория вероятностей»**

*В параграфе представлен диагностический комплекс для измерения и оценивания уровня сформированности математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в процессе обучения математике в электронной среде и описана опытно-экспериментальная работа по определению результативности методики формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде.*

Формирование математической компетентности в электронной среде является результативным, если присутствует положительная динамика в изменении ее компонентов в процессе обучения математике. Для определения количественных показателей динамики изменений компонентов необходимо описать индикаторы оценивания сформированности математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника». В данном параграфе представлен оценочный блок методики формирования МК в электронном обучающем курсе на основе предложенной методической модели и проведена опытно-экспериментальная работа для проверки результативности формирования математической компетентности в электронной среде.

Одной из отличительных особенностей диагностики педагогического процесса, является определение количественных характеристик и его свойств которые определяются на основе индикаторов. Индикаторами в педагогической науке, при определении каких-либо признаков, называют доступные наблюдению и измерению характеристики изучаемого объекта, позволяющие судить о других его характеристиках, недоступных непосредственному исследованию. Под индикаторами формирования математической компетентности в электронной

среде будем понимать дифференцированные показатели по уровням сформированности математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника», описанные в рефлексивно-оценочном блоке методической модели параграфа 1.3. В качестве критериев, позволяющих оценить сформированность математической компетентности в процессе обучения математике выбраны: когнитивный, праксиологический, мотивационно-ценностный и рефлексивно-оценочный компоненты. Нами были определены показатели, которые являются основанием для суждения о наличии признака для использования при проведении опытно-экспериментальной работы в ходе входного, промежуточного и итогового контроля. Показатели, представленные в таблице 14, позволяют организовать простую процедуру оценивания для измерения критериев и уровней сформированности математической компетентности.

Таблица 14 – Критерии и показатели сформированности математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в процессе обучения математике в электронной среде

<b>Критерии</b>	<b>Показатели сформированности математической компетентности</b>
Когнитивный	<ul style="list-style-type: none"> <li>- знает математический язык и математическую символику, используемую в процессе математического моделирования;</li> <li>- знает математический аппарат, применяемый для осуществления математического моделирования;</li> <li>- знает функциональные возможности различных математических пакетов прикладных программ и способы к самостоятельному освоению новых;</li> </ul>
Праксиологический	<ul style="list-style-type: none"> <li>- конструирует объекты реального мира математическим языком в соответствии с поставленными целями профессиональной деятельности;</li> <li>- владеет методами математического моделирования в профессиональной области;</li> <li>- владеет инструментальными возможностями математических пакетов прикладных программ при решении задач</li> </ul>
Мотивационно-ценностный	<ul style="list-style-type: none"> <li>- проявляет интерес при математической формализации задач в прикладной области;</li> <li>- проявляет интерес к применению пакетов прикладных программ в процессе математического моделирования;</li> </ul>

Критерии	Показатели сформированности математической компетентности
	- осознает преимущества владения математическим аппаратом в профессиональной деятельности
Рефлексивно-оценочный	<ul style="list-style-type: none"> <li>- осуществляет критический анализ объекта математического моделирования;</li> <li>- оценивает собственный уровень владения математическим аппаратом в процессе математического моделирования;</li> <li>- оценивает адекватность математической модели;</li> <li>- анализирует результаты математического моделирования в математических пакетах прикладных программ</li> </ul>

Под уровнем формирования математической компетентности в процессе традиционного обучения математике [1, 43, 68, 72, 112, 139] понимается степень развития в предметной области математики, степень обученности и владения математической культурой [17]. В связи с актуальностью формирования математической компетентности на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде, уровень сформированности математической компетентности студента в нашем исследовании мы предлагаем понимать, как степень усвоения математических компетенций в процессе обучения математике в электронной среде. При этом дифференциацию результатов обучения предлагается провести в соответствии с уровнями математической компетентности, представленными в параграфе 1.3.

Придерживаясь трехуровневой дифференциации, определим следующие уровни:

- уровень воспроизведения – соответствует репродуктивному типу учебной деятельности, при котором студент воспроизводит в знакомой ситуации известные факты, стандартные математические методы и выполняет непосредственное вычисление по знакомым выражениям и формулам;

- уровень междисциплинарной интеграции – соответствует реконструктивному типу учебной деятельности, при котором студент уже способен производить интеграцию между разными математическими областями и

устанавливать связи между ними и практико-ориентированным контекстом различных задач;

– уровень профессиональной интеграции – соответствует вариативному типу учебной деятельности, при котором студент способен находить решения задач в незнакомых ситуациях профессиональной направленности, требующих применения различных предметных областей.

Выделенные уровни сформированности компонентов математической компетентности студента взаимосвязаны и развиваются последовательно, при этом каждый последующий уровень характеризуется качественными изменениями показателей предыдущего. А на основе выделенных критериев, показателей и уровней сформированности математической компетентности разработана экспертная карта индикаторов оценивания сформированности компонентов математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» (таблица 15).

Таблица 15 – Экспертная карта индикаторов оценивания уровня сформированности математической компетентности

Критерии и показатели сформированности математической компетентности		Уровни сформированности математической компетентности		
		уровень профессиональной интеграции	уровень междисциплинарной интеграции	уровень воспроизведения
Когнитивный	знает математический язык и математическую символику, используемую в процессе математического моделирования	знает математический язык и математическую символику	в основном знает математический язык и математическую символику	частично знает математический язык и математическую символику
	знает математический аппарат, применяемый для осуществления математического моделирования	знает математический аппарат математического моделирования в профессиональной области	знает математический аппарат математического моделирования в междисциплинарной области	частично знает математический аппарат математического моделирования в предметной области
	знает функциональные возможности различных математических пакетов прикладных программ и способы к самостоятельному освоению новых	знает функциональные возможности Mathcad, Matlab, R и способы самостоятельного изучения новых	знает функциональные возможности некоторых ППП: Mathcad, Matlab и в основном знает способы самостоятельного изучения новых	знает отдельные функциональные возможности некоторых ППП: Mathcad, Matlab и частично знает способы самостоятельного изучения новых
Практиологический	конструирует объекты реального мира математическим языком в соответствии с поставленными целями профессиональной деятельности	конструирует объекты реального мира математическим языком в профессиональной области	конструирует объекты реального мира математическим языком в междисциплинарной области	частично конструирует объекты реального мира математическим языком
	владеет методами математического моделирования в профессиональной области при решении задач	владеет методами математического моделирования в профессиональной области	в основном владеет методами математического моделирования в профессиональной области	частично владеет методами математического моделирования в профессиональной области
	владеет инструментальными возможностями математических пакетов прикладных программ	владеет инструментальными возможностями Mathcad, Matlab, R при решении профессиональных задач	владеет инструментальными возможностями Mathcad, при решении междисциплинарных задач	владеет отдельными инструментальными возможностями Mathcad при решении предметных задач

<b>Мотивационно-ценностный</b>	проявляет интерес при математической формализации задач в прикладной области	проявляет интерес при математической формализации профессиональных задач	проявляет интерес при математической формализации междисциплинарных задач	проявляет интерес при математической формализации предметных задач
	проявляет интерес к применению пакетов прикладных программ в процессе математического моделирования	проявляет интерес к применению ППП в профессиональной области	проявляет интерес к применению ППП при решении междисциплинарных задач	проявляет интерес к применению ППП при решении предметных задач
	осознает преимущества владения математическим аппаратом в профессиональной деятельности	осознает преимущества владения математическим аппаратом в профессиональной деятельности	в большинстве случаев осознает преимущества владения математическим аппаратом в профессиональной деятельности	в отдельных случаях осознает преимущества владения математическим аппаратом в профессиональной деятельности
<b>Рефлексивно-оценочный</b>	осуществляет критический анализ объекта математического моделирования	осуществляет критический анализ объекта математического моделирования в профессиональной области	осуществляет критический анализ объекта математического моделирования при решении междисциплинарных задач	осуществляет критический анализ объекта математического моделирования при решении предметных задач
	оценивает собственный уровень владения математическим аппаратом в процессе математического моделирования	оценивает собственный уровень владения математическим аппаратом в процессе математического моделирования	в большинстве случаев оценивает собственный уровень владения математическим аппаратом в процессе математического моделирования	в отдельных случаях оценивает собственный уровень владения математическим аппаратом в процессе математического моделирования
	оценивает адекватность математической модели	оценивает адекватность математической модели в профессиональной области	оценивает адекватность математической модели в междисциплинарных задачах	оценивает адекватность математической модели при решении предметных задач
	анализирует результаты математического моделирования в математических пакетах прикладных программ	всегда анализирует результаты математического моделирования в математических пакетах прикладных программ	частично анализирует результаты математического моделирования в математических пакетах прикладных программ	в отдельных случаях анализирует результаты математического моделирования в математических пакетах прикладных программ



Для диагностики уровня сформированности компонентов математической компетентности студентов в процессе обучения математике предлагается использовать следующие методы, представленные в таблице 16

Таблица 16 – Диагностические средства и методы определения сформированности компонентов математической компетентности

Компоненты математической компетентности	Диагностические средства и методы
Когнитивный	Входное тестирование (входной контроль); Автоматизированное тестирование (промежуточный и итоговый контроль);
Праксиологический	Проект «Комплексное статистическое исследование» в ЭОК (итоговый контроль), наблюдение, самооценивание
Мотивационно-ценностный	Модифицированный опросник «Шкалы академической мотивации», обратная связь в ЭОК, наблюдение
Рефлексивно-оценочный	Модифицированный опросник рефлексивности А.В. Карпова, наблюдение, самооценка

Опишем некоторые измерительные средства и методы. Входное тестирование оценивает начальную подготовку студентов по дисциплинам-пререквизитам учебного плана, для дисциплины «Теория вероятностей» направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» такими дисциплинами являются: Основы программирования, Алгебра и геометрия, Математический анализ, Дискретная математика и включает задания по составлению простейших математических моделей изученных ранее процессов. Для промежуточного контроля дополнительно использованы автоматизированные тестирования в электронной среде, практико-ориентированные задачи по моделированию процессов в прикладных областях, а также групповые и индивидуальные задания в виде электронных семинаров. Для итогового контроля компонентов математической компетентности использовался проект «Комплексное статистическое исследование», реализованный через электронный семинар, с представлением итогов работы в виде презентации, а также итоговое автоматизированное тестирование в электронной среде. Критерии оценивания результатов работ на сформированность компонентов математической

компетентности измерялись по шкале от 0 до 2 баллов, в соответствии с экспертной картой индикаторов оценивания. При проявлении показателя полностью начислялось 2 балла, если показатель проявлялся частично – 1 балл, в случае не проявления показателя начислялось 0 баллов. Если для определения показателя использовалось несколько заданий, то итоговым значением выбиралось среднее значение показателя по всем выполненным заданиям. Соответствие баллов и уровней сформированности когнитивного, праксиологического, мотивационно-ценностного и рефлексивно-оценочного компонентов математической компетентности отражено в таблицах 17 и 18 соответственно.

Таблица 17 – Соответствие баллов и уровней сформированности когнитивного, праксиологического и мотивационно-ценностного компонентов математической компетентности

<b>Количество баллов</b>	<b>Уровень сформированности компонентов МК</b>
[4; 6]	уровень профессиональной интеграции
[2; 4)	уровень междисциплинарной интеграции
[0; 2)	уровень воспроизведения

Таблица 18 – Соответствие баллов и уровней сформированности рефлексивно-оценочного компонента математической компетентности

<b>Количество баллов</b>	<b>Уровень сформированности компонентов МК</b>
[5; 8]	уровень профессиональной интеграции
[3; 5)	уровень междисциплинарной интеграции
[0; 3)	уровень воспроизведения

Для оценки учебного проекта «Комплексное статистическое исследование» в ЭОК использовалась экспертная оценка работ. Комплексное статистическое исследование направлено на оценку всех компонентов математической компетентности. Студент самостоятельно отбирает данные для проведения

исследования, выдвигает одну из предложенных статистических гипотез, а также проводит их анализ с помощью методов корреляционного, регрессионного или дисперсионного анализа, строя сопутствующие математические модели и интерпретируя результаты. Отчет по проведению исследования предоставляется также в виде программы, реализованной в одном из пакетов прикладных программ и содержащей кроме программного кода описание задачи, перечень выбранных статистических методов, список построенных моделей, комментарии к основным программным блокам и сформулированные выводы. Шкала оценивания сформированности компонентов математической компетентности аналогична экспертной карте индикаторов оценивания и представлена в таблице 19.

Таблица 19 – Экспертная карта оценивания комплексного статистического исследования

<b>Критерии</b>	<b>Показатели</b>	<b>Баллы</b>
<b>Когнитивный</b>	знает математический язык и математическую символику, используемую в процессе математического моделирования	
	знает математический аппарат, применяемый для осуществления математического моделирования	
	знает функциональные возможности различных математических пакетов прикладных программ и способы к самостоятельному освоению новых	
<b>Практиологический</b>	конструирует объекты реального мира математическим языком в соответствии с поставленными целями профессиональной деятельности	
	владеет методами математического моделирования в профессиональной области	
	владеет инструментальными возможностями математических пакетов прикладных программ при решении задач	
<b>Мотивационно-ценностный</b>	проявляет интерес при математической формализации задач в прикладной области	
	проявляет интерес к применению пакетов прикладных программ в процессе математического моделирования	
	осознает преимущества владения математическим аппаратом в профессиональной деятельности	

<b>Критерии</b>	<b>Показатели</b>	<b>Баллы</b>
<b>Рефлексивно-оценочный</b>	осуществляет критический анализ объекта математического моделирования	
	оценивает собственный уровень владения математическим аппаратом в процессе математического моделирования	
	оценивает адекватность математической модели	
	анализирует результаты математического моделирования в математических пакетах прикладных программ	

Всего за учебный проект «Комплексное статистическое исследование» можно набрать 26 баллов (по два за полное проявление показателя), соответствие баллов и уровней сформированности компонентов математической компетентности приведено в таблице 20.

Таблица 20 – Соответствие баллов за выполнение комплексного статистического исследования уровням сформированности компонентов математической компетентности

<b>Количество баллов</b>	<b>Уровень сформированности компонентов МК</b>
более 20	уровень профессиональной интеграции
12-20	уровень междисциплинарной интеграции
менее 12	уровень воспроизведения

Для диагностики мотивационного и рефлексивно-оценочного компонентов математической компетентности были использованы модифицированный опросник «Шкалы академической мотивации» и модифицированный опросник А.В. Карпова по определению рефлексивности личности. Модификация опросников была проведена относительно контекста обучения математике, что нашло отражение в инструкциях и вопросах опросника.

Разработанный Т.О. Гордеевой, О.А. Сычевым и Е.Н. Осиним на основе Шкалы академической мотивации Валлеранда, опросник «Шкала академической мотивации» (сокр. ШАМ, англ. The Academic Motivation Scale, сокр. AMS)

предназначен для измерения выраженности и типа мотивации к учебной деятельности. В соответствии с задачами исследования исходный опросник был модифицирован (Приложение В). Опросник позволяет оценить типы внутренней и внешней мотивации. Внутренняя мотивация оценивается тремя шкалами: выраженность мотивов познания, достижения и саморазвития. Шкала мотивации познания направлена на диагностику стремления узнать новое, понять изучаемый предмет, связанного с переживанием интереса и удовольствия в процессе познания. Шкала мотивации достижения измеряет стремление добиваться максимально высоких результатов в учебе, испытывать удовольствие в процессе решения трудных задач. Шкала саморазвития измеряет выраженность стремления к развитию своих способностей, своего потенциала в рамках учебной деятельности, достижению ощущения мастерства и компетентности. Внешняя мотивация оценивается следующими шкалами: самоуважение, интроецированность, экстернальность. Шкала мотивации самоуважения измеряет желание учиться ради ощущения собственной значимости и повышения самооценки за счет достижений в учебе, она соответствует потребности в уважении и самоуважении. Шкала интроецированной мотивации измеряет побуждение к учебе, обусловленное ощущением стыда и чувства долга перед собой и другими значимыми людьми. Шкала экстернальной мотивации оценивает ситуацию вынужденности учебной деятельности, обусловленную необходимостью для учащегося следовать требованиям общественных ожиданий.

При этом, авторы методики допускают применение краткого варианта методики в целях экспресс-диагностики, включающего 4 шкалы: познавательной мотивации, мотивации достижения, интроецированной мотивации и экстернальной мотивации.

Шкалы познавательной мотивации и мотивации достижения характеризуют положительную динамику развития мотивационно-ценностного компонента математической компетентности и несут наиболее важную информацию о качестве мотивационных процессов, побуждающих и регулирующих выполнение учебной деятельности

Опросник рефлексивности А.В. Карпова был разработан в 2003 году и предназначен для измерения степени развития рефлексивности личности. Данный опросник также был модифицирован для определения степени развития рефлексивности математической деятельности (Приложение Г).

Содержание теоретического конструкта по определению типа рефлексивности личности предполагает необходимость учета трех главных видов рефлексии, выделяемых по «временному» принципу: ситуативной (актуальной), ретроспективной и перспективной рефлексии.

Ситуативная рефлексия обеспечивает непосредственный самоконтроль поведения человека в актуальной ситуации, осмысление ее элементов, анализ происходящего, способность субъекта к соотнесению своих действий с ситуацией и их координации в соответствии с изменяющимися условиями и собственным состоянием. Поведенческими проявлениями и характеристиками этого вида рефлексии являются, в частности, время обдумывания субъектом своей текущей деятельности; то, насколько часто он прибегает к анализу происходящего; степень развернутости процессов принятия решения; склонность к самоанализу в конкретных жизненных ситуациях.

Ретроспективная рефлексия проявляется в склонности к анализу уже выполненной в прошлом деятельности и свершившихся событий. В этом случае предметы рефлексии – предпосылки, мотивы и причины произошедшего; содержание прошлого поведения, а также его результативные параметры и, в особенности, допущенные ошибки. Эта рефлексия выражается, в частности, в том, как часто и насколько долго субъект анализирует и оценивает произошедшие события, склонен ли он вообще анализировать прошлое и себя в нем.

Перспективная рефлексия соотносится: с функцией анализа предстоящей деятельности, поведения; планированием как таковым; прогнозированием вероятных исходов и др. Ее основные поведенческие характеристики: тщательность планирования деталей своего поведения, частота обращения к будущим событиям, ориентация на будущее.

Вспомогательным методом определения уровня мотивационно-ценностного и рефлексивно-оценочного компонента математической компетентности сформированности в процессе обучения математике является самооценка студентом результатов своей деятельности. В нашем исследовании мы разработали и предлагали студентам заполнить листы целеполагания и рефлексии в электронной среде до и после выполнения различных видов деятельности, пример листа целеполагания и рефлексии по теме «Наглядное представление статистических данные» представлен в таблице 21.

Таблица 21 – Лист целеполагания и рефлексии по теме «Наглядное представление статистических данные»

<i>Предполагаемые результаты обучения</i>	<i>Отметка</i>	<i>Оценка</i>
1. Наглядно представлять экспериментальные статистические данные		
2. Строить функцию распределения вероятностей в математических пакетах прикладных программ		
3. Строить математическую модель функции плотности распределения вероятностей		
4.		

В начале недели студентам необходимо заполнить элемент обратной связи в электронном курсе с листом целеполагания и рефлексии, отметив в нем индивидуальные задачи на неделю и самоопределив текущую оценку для каждого выбранного пункта. В листе присутствуют пустые строки, которые позволяют внести студентам дополнительные результаты обучения, над которыми он планирует работать в течение недели. В конце недели обучения студенты возвращаются к листам целеполагания и рефлексии для анализа и самооценки достижения задач, запланированных в начале недели. Также, для получения обратной связи от студентов используется анкетирование, реализованное через соответствующий элемент электронного курса (Приложение Д).

Перейдем к описанию опытно-экспериментальной работы, которая была осуществлена для проверки результативности методики формирования

математической компетентности на основе реализации индивидуальной образовательной траектории в процессе обучения математике по дисциплине «Теория вероятностей» бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в электронной среде.

Опытно-экспериментальная работа проводилась в течение 2015-2018 гг. на базе ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет». В эксперименте приняли участие 174 студента бакалавриата, обучающиеся по направлению подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» в течение трех лет. Из них экспериментальная группа (ЭГ) – 92 студента и контрольная группа (КГ) – 82 студента. Обучение студентов проводилось с использованием электронного обучающего курса «Теория вероятностей» в IV семестре. Обучение студентов КГ было традиционным, но при этом в учебном процессе применялись задачи, направленные на применение математического моделирования в статистической области и профессиональном контексте. Уровень сформированности математической компетентности студентов бакалавриата измерялся посредством диагностического материала, описанного выше.

Опытно-экспериментальная работа включала следующие этапы:

1. Констатирующий этап – определение начального уровня математической компетентности в экспериментальной и контрольной группах.
2. Формирующий этап – реализация разработанной методики формирования математической компетентности на основе реализации индивидуальной образовательной траектории в электронной среде и отслеживание динамики уровня математической компетентности у студентов в экспериментальной группе.
3. Контрольный этап – повторное измерение уровня математической компетентности в экспериментальной и контрольной группах, анализ результатов эксперимента и определение статистической значимости соответствующих различий.

В опытно-экспериментальной работе применялись различные методы исследования, в том числе тесты, опросники, экспертная оценка, наблюдение и



самонаблюдение, изучение результатов математической деятельности, что позволило оценить уровень сформированности математической компетентности. Для мониторинга динамики уровня сформированности математической компетентности по критериям (когнитивный, прагматический, мотивационно-ценностный, рефлексивно-оценочный) в ЭГ и КГ проводился входной и итоговый контроль. Так же, в ЭГ осуществлялся промежуточный контроль с целью корректировки педагогического воздействия, который включал дополнительные средства и методы оценивания: учебные задачи, индивидуальные и групповые работы в электронной среде, автоматизированные тестирования, направленные на проверку предметных знаний, умений и уровня владения навыками, наблюдение и опросы.

Для оценки достоверности результатов эксперимента проведен статистический анализ полученных данных. Рассмотрим результаты по каждой группе методов.

Уровни сформированности компонентов математической компетентности студентов экспериментальной и контрольной групп в начале и конце опытно-экспериментальной работы приведены в таблице 22, таблице 23, таблице 24, таблице 25 соответственно.

Таблица 22 – Уровни сформированности математической компетентности по когнитивному критерию

Показатели критерия		Распределение студентов по уровням сформированности математической компетентности (когнитивный критерий)											
		уровень воспроизведения				уровень междисциплинарной интеграции				уровень профессиональной интеграции			
		ЭГ, 92 чел		КГ, 82 чел		ЭГ, 92 чел		КГ, 82 чел		ЭГ, 92 чел		КГ, 82 чел	
		начало	окончание	начало	окончание	начало	окончание	начало	окончание	начало	окончание	начало	окончание
знает математический язык и математическую символику, используемую в процессе математического моделирования	чел	30	19	26	22	43	49	40	44	19	24	16	16
	%	32,6%	20,7%	31,7%	26,8%	46,7%	53,3%	48,8%	53,7%	20,7%	26,1%	19,5%	19,5%
знает математический аппарат, применяемый для осуществления математического моделирования	чел	27	15	25	21	43	51	39	42	22	26	18	19
	%	29,3%	16,3%	30,5%	25,6%	46,7%	55,4%	47,6%	51,2%	23,9%	28,3%	22,0%	23,2%
знает функциональные возможности различных математических пакетов прикладных программ и способы самостоятельному освоению новых	чел	51	22	45	38	33	49	30	34	8	21	7	10
	%	55,4%	23,9%	54,9%	46,3%	35,9%	53,3%	36,6%	41,5%	8,7%	22,8%	8,5%	12,2%
Среднее значение по критерию, %		39,1%	20,3%	39,0%	32,9%	43,1%	54,0%	44,3%	48,8%	17,8%	25,7%	16,7%	18,3%

Таблица 23 – Уровни сформированности математической компетентности по праксиологическому критерию

Показатели критерия		Распределение студентов по уровням сформированности математической компетентности (праксиологический критерий)											
		уровень воспроизведения				уровень междисциплинарной интеграции				уровень профессиональной интеграции			
		ЭГ, 92 чел		КГ, 82 чел		ЭГ, 92 чел		КГ, 82 чел		ЭГ, 92 чел		КГ, 82 чел	
		начало	окончание	начало	окончание	начало	окончание	начало	окончание	начало	окончание	начало	окончание
конструирует объекты реального мира математическим языком в соответствии с поставленными целями профессиональной деятельности	чел	29	23	25	21	40	44	37	40	23	25	20	21
	%	31,5%	25,0%	30,5%	25,6%	43,5%	47,8%	45,1%	48,8%	25,0%	27,2%	24,4%	25,6%
владеет методами математического моделирования в профессиональной области при решении задач	чел	26	20	23	20	43	46	39	41	23	26	20	21
	%	28,3%	21,7%	28,0%	24,4%	46,7%	50,0%	47,6%	50,0%	25,0%	28,3%	24,4%	25,6%
владеет инструментальными возможностями математических пакетов прикладных программ	чел	43	30	38	33	36	42	33	35	13	20	11	14
	%	46,7%	32,6%	46,3%	40,2%	39,1%	45,7%	40,2%	42,7%	14,1%	21,7%	13,4%	17,1%
Среднее значение по критерию, %		35,5%	26,4%	35,0%	30,1%	43,1%	47,8%	44,3%	47,2%	21,4%	25,7%	20,7%	22,8%

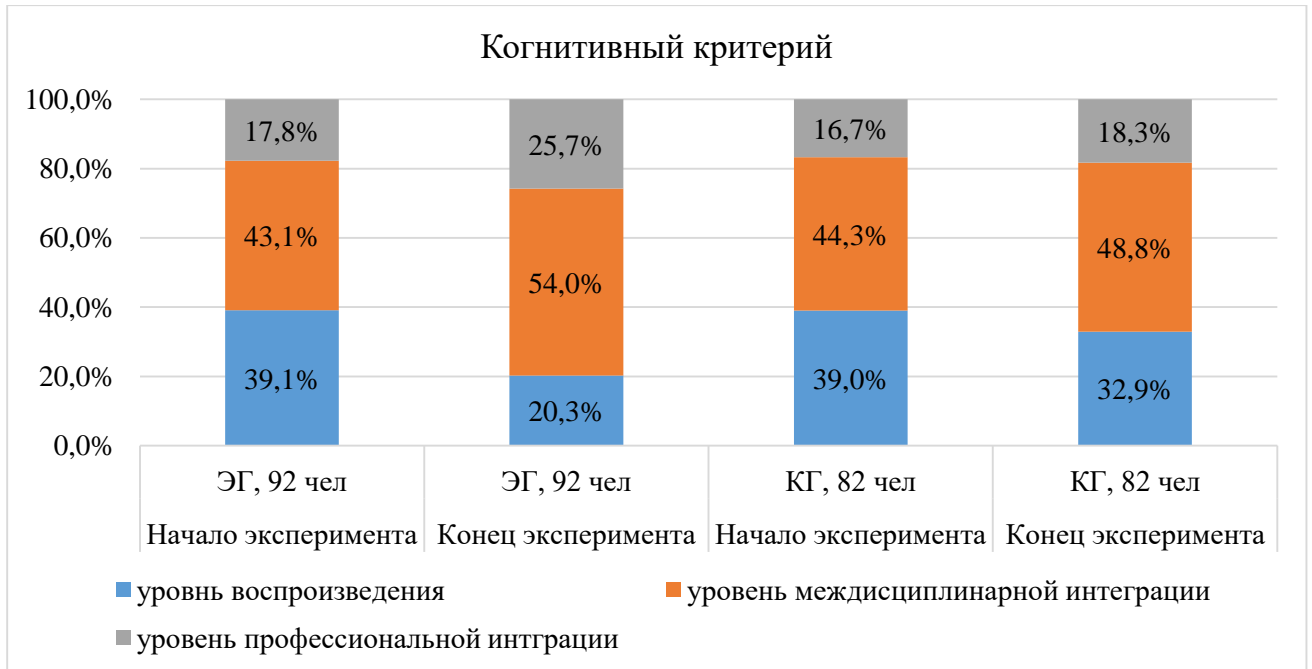
Таблица 24 – Уровни сформированности математической компетентности по мотивационно-ценностному критерию

Показатели критерия		Распределение студентов по уровням сформированности математической компетентности (мотивационно-ценностный критерий)											
		уровень воспроизведения				уровень междисциплинарной интеграции				уровень профессиональной интеграции			
		ЭГ, 92 чел		КГ, 82 чел		ЭГ, 92 чел		КГ, 82 чел		ЭГ, 92 чел		КГ, 82 чел	
		начало	окончание	начало	окончание	начало	окончание	начало	окончание	начало	окончание	начало	окончание
проявляет интерес при математической формализации задач в прикладной области	чел	63	33	57	52	25	40	22	28	4	19	3	3
	%	68,5%	35,9%	69,5%	63,4%	27,2%	43,5%	26,8%	34,1%	4,3%	20,7%	3,7%	3,7%
проявляет интерес к применению пакетов прикладных программ в процессе математического моделирования	чел	50	15	43	38	36	52	34	39	6	25	5	5
	%	54,3%	16,3%	52,4%	46,3%	39,1%	56,5%	41,5%	47,6%	6,5%	27,2%	6,1%	6,1%
осознает преимущества владения математическим аппаратом профессиональной деятельности	чел	67	26	60	53	22	46	20	26	3	20	2	3
	%	72,8%	28,3%	73,2%	64,6%	23,9%	50,0%	24,4%	31,7%	3,3%	21,7%	2,4%	3,7%
Среднее значение по критерию, %		65,2%	26,8%	65,0%	58,1%	30,1%	50,0%	30,9%	37,8%	4,7%	23,2%	4,1%	4,5%

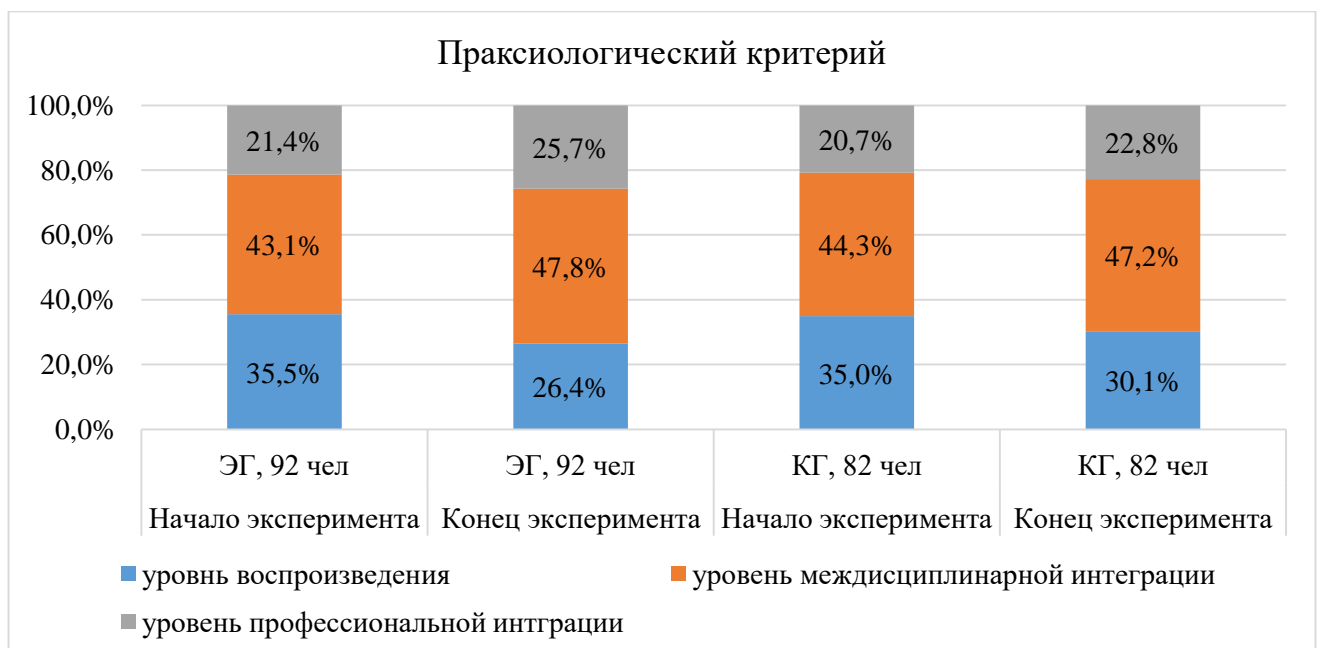
Таблица 25 – Уровни сформированности математической компетентности по рефлексивно-оценочному критерию

Показатели критерия		Распределение студентов по уровням сформированности математической компетентности (рефлексивно-оценочный критерий)											
		уровень воспроизведения				уровень междисциплинарной интеграции				уровень профессиональной интеграции			
		ЭГ, 92 чел		КГ, 82 чел		ЭГ, 92 чел		КГ, 82 чел		ЭГ, 92 чел		КГ, 82 чел	
		начало	окончание	начало	окончание	начало	окончание	начало	окончание	начало	окончание	начало	окончание
осуществляет критический анализ объекта математического моделирования	чел	40	19	34	26	45	61	41	49	7	12	7	7
	%	43,5%	20,7%	41,5%	31,7%	48,9%	66,3%	50,0%	59,8%	7,6%	13,0%	8,5%	8,5%
оценивает собственный уровень владения математическим аппаратом в процессе математического моделирования	чел	53	26	47	42	29	49	27	30	10	17	8	10
	%	57,6%	28,3%	57,3%	51,2%	31,5%	53,3%	32,9%	36,6%	10,9%	18,5%	9,8%	12,2%
оценивает адекватность математической модели	чел	61	36	54	47	27	45	24	30	4	11	4	5
	%	66,3%	39,1%	65,9%	57,3%	29,3%	48,9%	29,3%	36,6%	4,3%	12,0%	4,9%	6,1%
анализирует результаты математического моделирования в математических пакетах прикладных программ	чел	52	27	47	40	29	42	25	31	11	23	10	11
	%	56,5%	29,3%	57,3%	48,8%	31,5%	45,7%	30,5%	37,8%	12,0%	25,0%	12,2%	13,4%
Среднее значение по критерию, %		56,0%	29,3%	55,5%	47,3%	35,3%	53,5%	35,7%	42,7%	8,7%	17,1%	8,8%	10,1%

Данные таблиц представим в виде гистограмм с накоплением, иллюстрирующих динамику уровней сформированности математической компетентности по когнитивному, праксиологическому, мотивационно-оценочному и рефлексивно-оценочному критериям в экспериментальной и контрольной группах на рисунках 15-18 соответственно.



**Рисунок 15 – Изменение уровня сформированности математической компетентности студентов по когнитивному критерию**



**Рисунок 16 – Изменение уровня сформированности математической компетентности студентов по праксиологическому критерию**

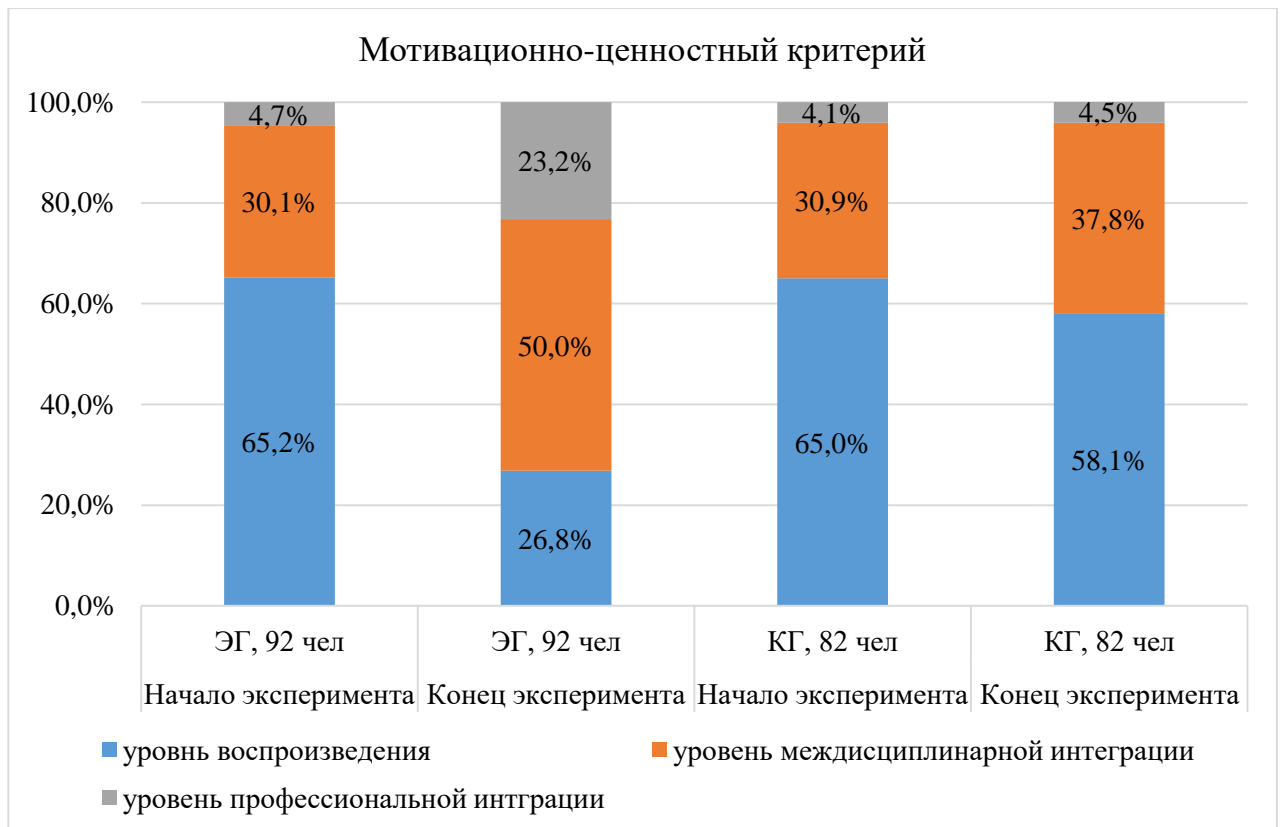


Рисунок 17 – Изменение уровня сформированности математической компетентности студентов по мотивационно-ценностному критерию

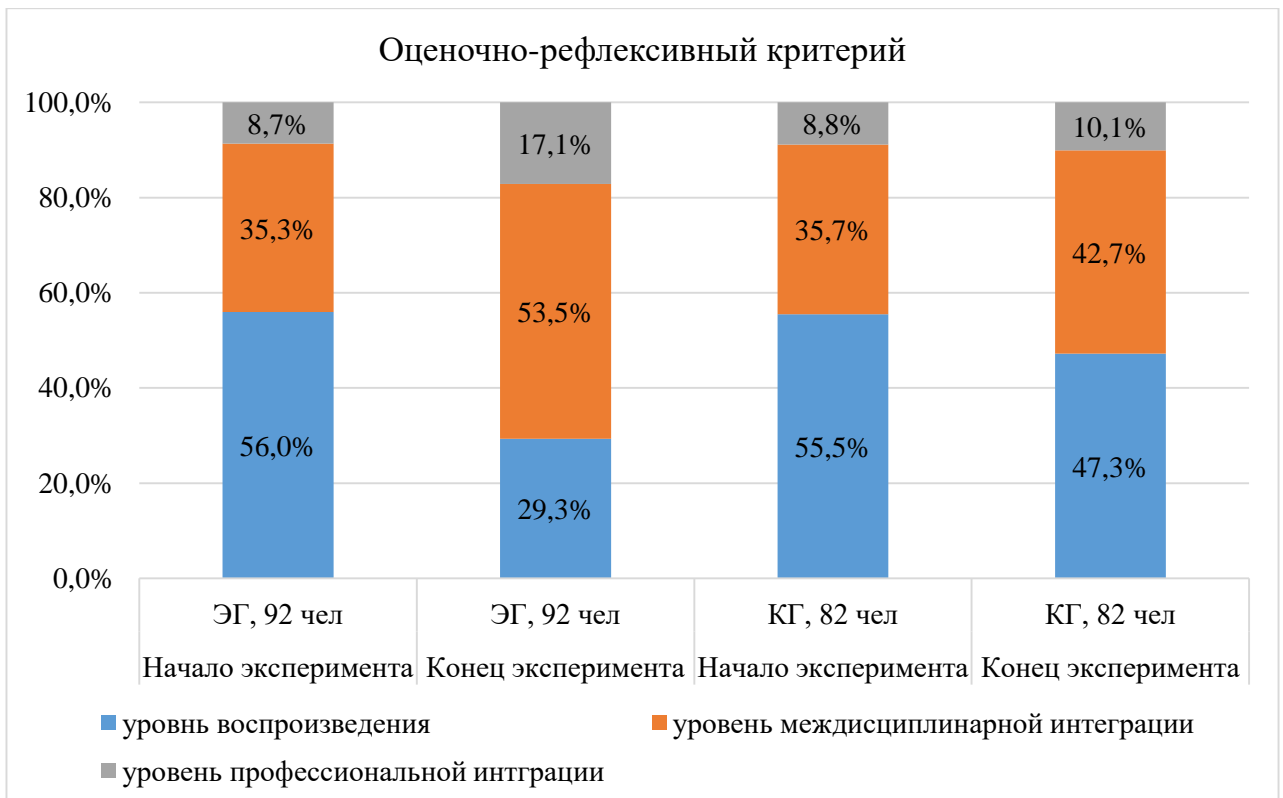


Рисунок 18 – Изменение уровня сформированности математической компетентности студентов по рефлексивно-оценочному критерию

Гистограммы показывают, что обучение имело положительный результат с точки зрения критериев сформированности математической компетентности. Однако в экспериментальной группе наблюдается более интенсивный рост «продуктивного» уровня сформированности математической компетентности у студентов, под которым мы понимаем уровни междисциплинарной и профессиональной интеграции, и, соответственно интенсивное снижение уровня воспроизведения. Данный факт свидетельствует о результативности использования в процессе обучения математике студентов направления «Информатика и вычислительная техника» предложенной методики формирования математической компетентности на основе реализации индивидуальной образовательной траектории в электронной среде.

Комплексные результаты обучения в динамике в экспериментальной и контрольной группах представлены на лепестковой диаграмме на рисунках 19 и 20 соответственно. Диаграммы показывают процент студентов с уровнями междисциплинарной и профессиональной интеграции сформированности математической компетентности по критериям на начало и окончание опытно-экспериментальной работы. Диаграммы показывают, что формирование математической компетентности на основе предложенной методики в экспериментальной группе более результативно. В наибольшей степени дифференциация заметна между группами по мотивационно-ценностному и рефлексивно-оценочному критерию, что можно объяснить применением системы геймификации в электронной среде и более четким осознанием места и роли методов математического моделирования в профессиональной деятельности.

Оценка достоверности результатов опытно-экспериментальной работы основана на статистическом анализе полученных данных. Статистическая обработка результатов педагогического эксперимента проводилась с помощью пакета прикладных программ SPSS Statistics.



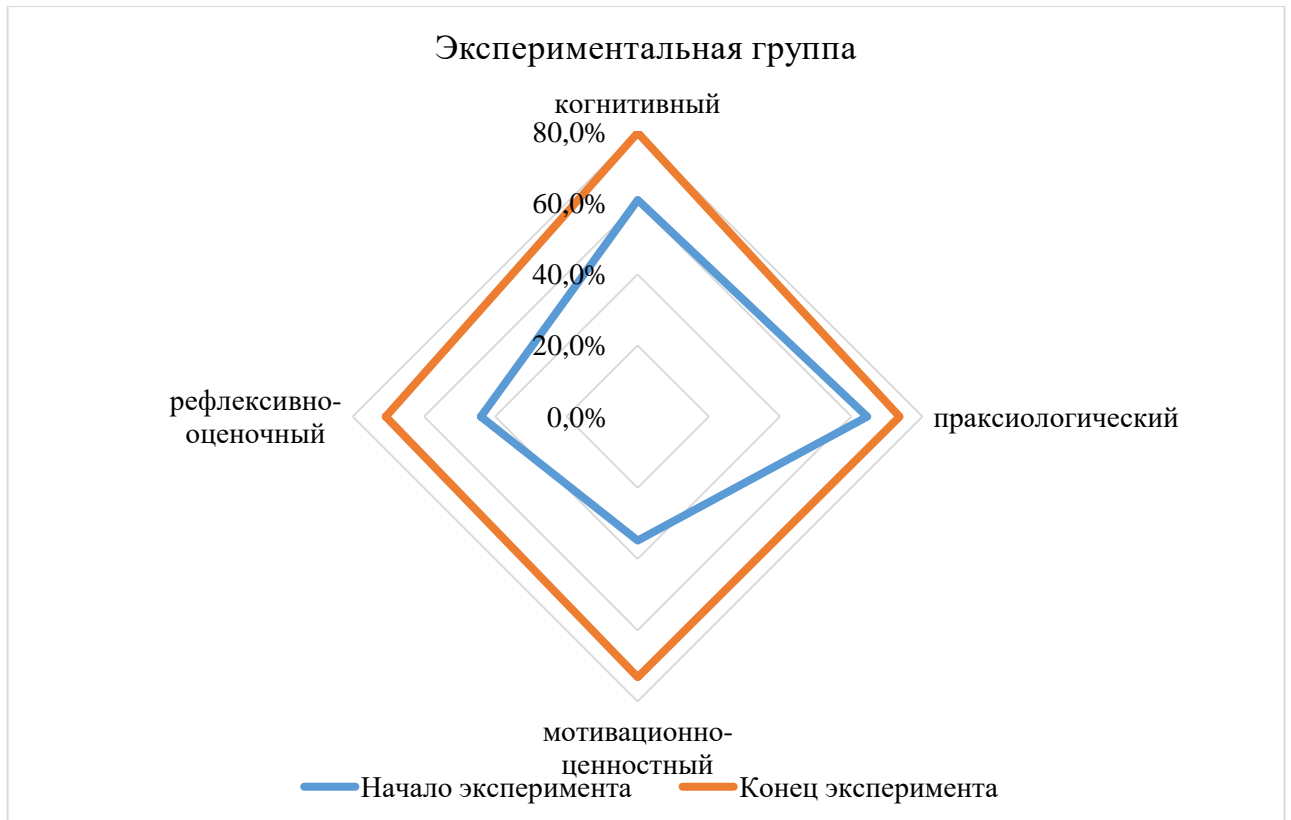


Рисунок 19 – Динамика сформированности математической компетентности в экспериментальной группе

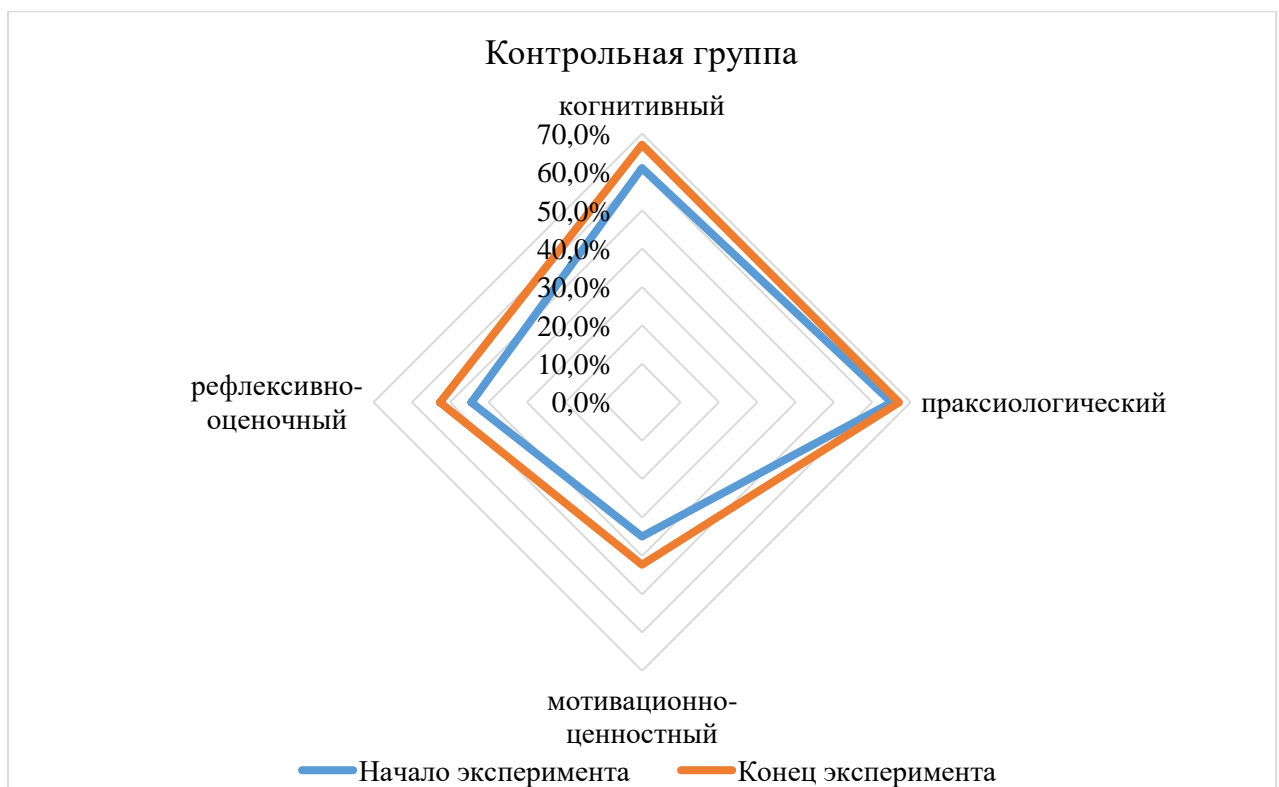


Рисунок 20 – Динамика сформированности математической компетентности в контрольной группе

Для оценки результативности предложенной методики при помощи используемых критериев необходимо проверить условия их применимости: во-первых, для исследования зависимых и независимых выборок данные должны иметь нормальное распределение, во-вторых, для исследования независимых выборок необходимо, чтобы значения наблюдений имели однородную вариативность, выражающуюся в неразличимости дисперсий, иначе говоря, гомоскедастичность.

Проверка гипотезы о нормальном распределении случайной величины (в каждой группе данных на начало и окончание эксперимента) проводилась с помощью модифицированного критерия Шапиро-Уилка. Критерий применяют при объемах выборки  $8 < n < 50$  [25], модифицированный критерий применяют при объемах выборки  $51 < n < 99$  [183]. Так как объем экспериментальной группы  $n_1 = 92$ , а контрольной  $n_2 = 82$ , то условия применимости модифицированного критерия Шапиро-Уилка соблюдаются, используем его для проверки гипотезы  $H_0$ : «случайная величина  $X$  распределена нормально». Результаты проверки приведены в таблице 26, где НЭ – начало эксперимента, ОЭ – окончание эксперимента, а  $p$ -уровень – это рассчитанная в ходе статистического теста вероятность ошибочного отклонения нулевой гипотезы. Для принятия решения о том, необходимо ли отклонить нулевую гипотезу по результатам статистического теста, значение  $p$  сравнивают с принятым исследователем уровнем значимости  $\alpha = 0.05$ . Если  $p$ -уровень меньше уровня значимости  $\alpha$ , то нулевая гипотеза отклоняется. В обратном случае говорят, что данные не противоречат нулевой гипотезе. Так как значения  $p$ -уровня для всех наблюдаемых  $W$ -статистик модифицированного критерия Шапиро-Уилка больше 0.05, то нет оснований отвергнуть гипотезу о нормальности всех распределений.

Таблица 26 – Результаты проверки нормального закона распределения данных по каждому критерию математической компетентности на начало и окончание ОЭР в экспериментальной и контрольной группах

Критерий МК	Когнитивный				Праксиологический				Мотивационно-ценностный				Рефлексивно-оценочный			
	ЭГ		КГ		ЭГ		КГ		ЭГ		КГ		ЭГ		КГ	
Этап ОЭР	НЭ	ОЭ	НЭ	ОЭ	НЭ	ОЭ	НЭ	ОЭ	НЭ	ОЭ	НЭ	ОЭ	НЭ	ОЭ	НЭ	ОЭ
<i>W</i> -статистика	0.979	0.977	0.915	0.977	0.981	0.934	0.979	0.965	0.973	0.983	0.974	0.974	0.967	0.977	0.941	0.975
<i>p</i> -уровень	0.111	0.148	0.143	0.062	0.163	0.088	0.142	0.121	0.054	0.260	0.090	0.098	0.205	0.1	0.077	0.084

Таблица 27 – Результаты проверки гомоскедастичности данных по каждому критерию математической компетентности на начало и окончание ОЭР в экспериментальной и контрольной группах

Критерий МК	Когнитивный		Праксиологический		Мотивационно-ценностный		Рефлексивно-оценочный	
	НЭ	ОЭ	НЭ	ОЭ	НЭ	ОЭ	НЭ	ОЭ
<i>F</i> -статистика	0.111	0.035	0.089	0.147	0.064	0.185	0.137	0.099
<i>p</i> -уровень	0.739	0.852	0.846	0.716	0.801	0.667	0.628	0.734

Проверка на гомоскедастичность проводилась с помощью критерия Ливиня равенства дисперсий [170]. На основе критерия проверим нулевую гипотезу  $H_0$ : «дисперсии проверяемых выборок неразличимы». Если  $p$ -уровень критерия Ливиня меньше 0.05 уровня значимости  $\alpha$ , то дисперсии сравниваемых распределений значений статистически достоверно различаются, и принимается решение отклонить нулевую гипотезу  $H_0$ . Результаты проверки теста Ливиня приведены в таблице 27. Значения  $p$ -уровня для всех наблюдаемых  $F$ -статистик критерия Ливиня значительно превосходят уровень значимости  $\alpha = 0.05$ , таким образом на основе проведенного анализа нет оснований не принимать гипотезу о равенстве дисперсий.

Так как экспериментальные данные имеют нормальное распределение для дальнейшего доказательства результативности разработанной методики формирования математической компетентности можно применять параметрические критерии для нормально распределённых случайных величин. Используем  $t$ -критерий Стьюдента для сравнения средних значений двух независимых между собой выборок в экспериментальной и контрольной группах на начало эксперимента, для проверки гипотезы  $H_0$ : «отсутствуют достоверные различия в средних значениях оценок студентов контрольной и экспериментальной группы по уровням сформированности определенного компонента (когнитивного, праксиологического, мотивационно-ценностного, рефлексивно-оценочного) математической компетентности», при альтернативе  $H_1$ : «существуют достоверные различия в средних значениях оценок студентов контрольной и экспериментальной группы по уровням сформированности определенного компонента (когнитивного, праксиологического, мотивационно-ценностного, рефлексивно-оценочного) математической компетентности».

Анализ показал отсутствие статистически значимых различий двух средних величин на начало опытно-экспериментальной работы среди студентов контрольной и экспериментальной групп, что отражено в таблице 28. Так как расчетное значение  $t$ -статистики для всех критериев меньше критического

значения, а также  $p$ -уровень больше уровня значимости, принимаем гипотезу об отсутствии статистически значимых различий между группами на начало эксперимента.

Таблица 28 – Результаты обработки экспериментальных данных на начало эксперимента

	Критерий сформированности математической компетентности			
	когнитивный	праксиологический	мотивационно-ценностный	рефлексивно-оценочный
$t$ -статистика	0.619	0.687	0.119	0.102
$t$ -критическое	1.974			
$p$ -уровень	0.537	0.487	0.906	0.923
Гипотеза	$H_0$	$H_0$	$H_0$	$H_0$

Проверим аналогичную гипотезу для контрольной и экспериментальной групп в конце опытно-экспериментальной работы. Проведенный анализ показывает, что в конце эксперимента между контрольной и экспериментальной группой присутствуют статически значимые различия, значения  $t$ -статистики,  $t$ -критического и  $p$ -уровень приведено в таблице 29.

Таблица 29 – Результаты обработки экспериментальных данных в конце эксперимента

	Критерий сформированности математической компетентности			
	когнитивный	праксиологический	мотивационно-ценностный	рефлексивно-оценочный
$t$ -статистика	2.683	2.567	6.295	6.081
$t$ -критическое	1.974			
$p$ -уровень	0.008	0.017	$<10^{-15}$	$<10^{-12}$
Гипотеза	$H_1$	$H_1$	$H_1$	$H_1$

Таким образом, после применения разработанной методики появились достоверные различия в средних уровнях сформированности компонентов математической компетентности в контрольной и экспериментальной группах. Этих данных недостаточно, чтобы определить направление изменений (в сторону

увеличения или уменьшения средних значений показателей) и их разницу между контрольной и экспериментальной группами. Для ответов на данные вопросы воспользуемся  $t$ -критерием Стьюдента для зависимых выборок, чтобы сравнить средние значения компонентов математической компетентности на моменты начала и окончания экспериментальной работы для каждой из групп. Результаты  $t$ -теста приведены в таблице 30.

Таблица 30 – Результаты обработки данных диагностики сформированности математической компетентности на начало и окончание ОЭР

Критерий МК	Когнитивный		Праксиологический		Мотивационно-ценностный		Рефлексивно-оценочный	
	ЭГ	КГ	ЭГ	КГ	ЭГ	КГ	ЭГ	КГ
Количество степеней свободы, $df$	91	81	91	81	91	81	91	81
$t$ -статистика	-14.132	-6.217	-13.846	-6.137	-18.950	-7.784	-17.843	-7.009
$t$ -критическое	1,9861	1,9893	1,9861	1,9893	1,9861	1,9893	1,9861	1,9893
$p$ -уровень	$<10^{-24}$	$<10^{-17}$	$<10^{-24}$	$<10^{-17}$	$<10^{-26}$	$<10^{-19}$	$<10^{-26}$	$<10^{-18}$

Проанализируем полученные результаты. Значение  $p$ -уровня значительно меньше уровня значимости  $\alpha = 0.05$  свидетельствует о статистически значимых различиях в сформированности математической компетентности на начало и окончание эксперимента как в контрольной, так и в экспериментальной группах. Учитывая, что значения  $t$ -статистики отрицательные для контрольной и экспериментальной групп, можно говорить о статистически значимом росте уровня сформированности математической компетентности на окончание эксперимента. Значения  $t$ -критического при уровне значимости  $\alpha = 0.05$  отличаются для исследуемых объемов выборок на 0.0032. Абсолютные эмпирические значения  $t$ -статистики экспериментальной группы превосходят  $t$ -критическое, так же как и аналогичные значения  $t$ -статистики контрольной группы превосходят  $t$ -критическое. Однако полученные значения  $t$ -статистики в экспериментальной группе намного больше отличаются от критического значения  $t$ -теста

относительно значений в контрольной группе, поэтому констатируем, что применение методики формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде результативно.

## ВЫВОДЫ ПО ВТОРОЙ ГЛАВЕ

1. Сформулированы и обоснованы основные принципы формирования математической компетентности в электронной среде: принцип целостности, принцип вариативности и релевантности содержания, принцип цикличности, принцип индивидуализации и критерии построения индивидуальной образовательной траектории в обучении математике: критерий учета индивидуальных характеристик, критерий развития, критерий интенсификации образовательного процесса, критерий обратной связи.

2. Разработана методика формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде.

3. Представлен электронный обучающий курс как средство реализации методики формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения индивидуальной образовательной траектории.

4. Реализованы средства, методы и формы обучения математике в электронном обучающем курсе, включающем вариативное представление теоретического материала в нескольких редакциях изложения, комплекс поэтапных задач-тренажеров и электронных семинаров, направленных на формирование математической компетентности на основе построения индивидуальной образовательной траектории бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника». Представленное содержание ЭОК демонстрирует освоение методов математического моделирования в статистике и применения математических пакетов прикладных программ.

5. Представлено описание и результаты опытно-экспериментальной работы, проведенной для проверки результативности разработанной методики формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения



индивидуальной образовательной траектории в электронной среде. Проанализированы итоги педагогического эксперимента, показывающие, что разработанные и внедренные методическая модель и методика обучения бакалавров математике в электронной среде способствуют сформированности требуемого уровня математической компетентности, а применение системы геймификации обеспечивает вовлечение и удержание студентов в образовательном процессе.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе исследования полностью подтвердилась его гипотеза, решены поставленные задачи, получены следующие результаты и выводы.

*Уточнено* понятие индивидуальной образовательной траектории в электронной среде как последовательного движения студента по элементам электронного обучающего курса на основе его индивидуальных характеристик с целью достижения результатов обучения по дисциплине и формирования предметной компетентности при консультационной поддержке преподавателя.

*Выделена и охарактеризована* совокупность математических компетенций, составляющих математическую компетентность бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника»; *разработана* структурно-содержательная модель математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника»; определены индикаторы результативности формирования математической компетентности: критерии (когнитивный, праксиологический, мотивационно-ценностный, и рефлексивно-оценочный), а также уровни ее сформированности (уровень воспроизведения, уровень междисциплинарной интеграции, уровень профессиональной интеграции).

*Обоснованы и сформулированы* основные принципы формирования математической компетентности в электронной среде: принцип целостности, принцип вариативности и релевантности содержания, принцип цикличности, принцип индивидуализации, и критерии построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде: критерий учета индивидуальных характеристик, критерий развития, критерий интенсификации образовательного процесса, критерий обратной связи.

*Создана* методическая модель формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде.

*Разработан* электронный обучающий курс по дисциплине «Теория вероятностей» с применением комплекса современных образовательных средств и методов в соответствии с методической моделью формирования математической компетентности, включающий систему геймификации для вовлечения и удержания студентов в процессе обучения математике в электронной среде и обеспечивающий построение индивидуальной образовательной траектории с учетом индивидуальных характеристик студента: уровня усвоения теоретического материала, уровня мотивации и уровня активности в электронной среде..

*Предложена и обоснована* методика формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в процессе обучения математике с применением электронного обучающего курса, включающего комплекс современных образовательных средств и методов в форме смешанного обучения.

*Подтверждена* результативность методики формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе построения индивидуальной образовательной траектории в электронной среде. Результаты опытно-экспериментальной работы показывают, что разработанные и внедренные методическая модель и методика обучения бакалавров математике в электронной среде способствуют сформированности требуемого уровня математической компетентности, а применение системы геймификации обеспечивает вовлечение и удержание студентов в образовательном процессе.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аверина, О.В. Формирование профессионально-математической компетентности экологов в вузе : дис. ...канд. пед. наук : 13.00.02 / О.В. Аверина. – М., 2007. – 175 с.
2. Акуленко, И.А. Методические модели как объекты усвоения в процессе методической подготовки будущего учителя математики профильной школы / И.А. Акуленко // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. – 2013. – №. 1 (23).
3. Александрова, Е.А. Психологическое и педагогическое сопровождение: индивидуальная траектория развития / Е.А Александрова // Народное образование. – 2014. – №. 9. – С. 180-187.
4. Анисова, Т.Л. Методика формирования математических компетенций бакалавров технического вуза на основе адаптивной системы обучения : автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Анисова Татьяна Леонидовна. – Москва, 2013. – 24 с.
5. Байгушева, И.А. Формирование математической компетентности экономистов в вузе / И.А. Байгушева //Современные проблемы науки и образования. – 2012. – №. 1. – С. 135-135.
6. Банникова, Т.М. Профессиональная математическая подготовка бакалавра: компетентностный подход : монография / Т.М. Банникова, Н.А. Баранова, Н.И. Леонов. – Ижевск: Изд-во «Удмуртский университет», 2012. – 152 с.
7. Богданова, Е.Л. Педагогические условия развития метакогнитивной компетентности студентов в дистанционном обучении / Е.Л. Богданова // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2006. – №. 10. – С. 18-22.
8. Бондаренко, А.В. Алгоритмическое обеспечение адаптивной системы тестирования знаний / А.В. Бондаренко, Н.А. Бессарабов, Т.Н. Кондратенко, Д.С. Тимофеев // Программные продукты системы. – Тверь, 2016. – №1. – С. 68-74.

9. Вайнштейн, Ю.В. Адаптивная модель построения индивидуальных образовательных траекторий при реализации смешанного обучения / Ю.В. Вайнштейн, Р.В. Есин, Г.М. Цибульский // Информатика и образование. – 2017. – №. 2. – С. 83-86.
10. Васяк, Л.А. Профессиональная компетентность как одна из составляющих культуры будущих инженеров / Л.А. Васяк // Традиции и инновации: проблемы качества образования : сб. материалов Международной науч.-практ. конф. – 2005. – С 30.
11. Вдовина, С.А. Индивидуальные образовательные траектории как средство реализации субъект-субъектных отношений в учебном процессе современной школы / С.А. Вдовина ; М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное агентство по образованию, ГОУ ВПО Ишимский гос. пед. ин-т им. П.П. Ершова. – Ишим : [б. и.], 2006. – 111 с.
12. Вейль, Г. Математическое мышление : перевод с английского и немецкого / под ред. Б.В. Бирюкова, А.Н. Паршина. – М.: Наука, 1989.
13. Велединская, С.Б. Смешанное обучение: секреты эффективности / С.Б. Велединская, М.Ю. Дорофеева // Высшее образование сегодня. – 2014. – № 8. – С. 8-13.
14. Вербицкий, А.А. Активное обучение в высшей школе. Контекстный подход / А.А. Вербицкий. – М.: Высш. шк., 1991. – 207 с.
15. Вербицкий, А.А. Личностный и компетентностный подходы в образовании: проблемы интеграции / А.А. Вербицкий. – М.: Логос, 2009. – 339 с.
16. Вирин, Ф.Ю. Интернет-маркетинг: полный сборник практических инструментов / Ф. Ю. Вирин. – М. : Вагриус, 2010. – 160 с.
17. Воронин, А.С. Словарь терминов по общей и социальной педагогике / А.С. Воронин. – Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2006. – 135 с.
18. Воронина, Л.В. Математическая культура личности / Л.В. Воронина, Л.В. Моисеева // Педагогическое образование в России. – 2012. – №. 3.
19. Выготский, Л.С. Биологический и социальный факторы воспитания / Л.С. Выготский. – М.: Педагогика, 1991. – С. 81-83.

20. Габдулхаков, В.Ф. Цифровая педагогика и геймификация образования в университетах / В.Ф. Габдулхаков, Э.Г. Галимова // Образование и саморазвитие. – 2014. – №. 4. – С. 37-43.
21. Гершунский, Б.С. Философия образования для XXI века (в поисках практико-ориентированных образовательных концепций) / Б.С. Гершунский. – М.: Совершенство, 1998. – 608 с.
22. Гетман, Н.А. Организационно-педагогические условия индивидуализации обучения студентов в высшей школе / Н.А. Гетман, А.А. Петрусевич // Омский научный вестник. – 2014. – №. 3 (129).
23. Гончарова, Е.В. Организация индивидуальной образовательной траектории обучения бакалавров / Е.В. Гончарова, Р.М. Чумичева // Вестник Нижневартковского государственного университета. – 2012. – №. 2.
24. Гордеева, Т.О. Внутренняя и внешняя учебная мотивация студентов: их источники и влияние на психологическое благополучие / Т.О. Гордеева, О.А. Сычев, Е.Н. Осин // Вопросы психологии. – 2013. – Т. 1. – С. 35-45.
25. ГОСТ Р. 5479-2002. Статистические методы. Проверка отклонения распределения вероятностей от нормального распределения. – М.: Изд-во стандартов. – 2002.
26. Гребенникова, В.М. Проектирование индивидуального образовательного маршрута как совместная деятельность учащегося и педагога / В.М. Гребенникова, С.С. Игнатович // Фундаментальные исследования. – 2013. – Т. 3. – №. 11.
27. Гринько, М.А. Проектирование индивидуальных траекторий обучения иностранному языку студентов педагогических вузов / М.А. Гринько // Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 3: Педагогика и психология. – 2011. – №. 3.
28. Губанова, А.А. Дидактические принципы и особенности электронного обучения / А.А. Губанова, В.В. Кольга // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – №. 3.

29. Демченкова, С.А. Основные подходы к трактовке понятий «компетенция» и «компетентность» за рубежом и их содержательное наполнение / С.А. Демченкова // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2011. – №. 13. – С. 243-246.
30. Дидактика средней школы. Некоторые проблемы современной дидактики / М.А. Данилов, М.Н. Скаткин, И.Я. Лернер [и др.]. – М.: Просвещение, 1975. – 303 с.
31. Добролюбов, Е.А. Система материального и нематериального стимулирования (мотивации) персонала / Е.А. Добролюбов // Банковские технологии. – 2002. – № 3.
32. Дьяконов, Б.П. Геймификация в асинхронном образовательном процессе / Б.П. Дьяконов // Историческая и социально-образовательная мысль. – 2016. – Т. 8. – №. 1-1. – С. 143-147.
33. Ерыкова, В.Г. Формирование индивидуальной образовательной траектории подготовки бакалавров информатики : дис. ... канд. пед. наук. : 13.00.08 / Ерыкова Виктория Григорьевна; [Место защиты: Рос. гос. социал. ун-т]. – Москва, 2008. – 204 с.
34. Есин, Р.В. Геймификация в электронной среде как средство вовлечения студентов в образовательный процесс / Р.В. Есин, Ю.В. Вайнштейн // Открытое и дистанционное образование. – 2017. – №2 (66). – С. 26-32.
35. Есин, Р.В. Геймификация в электронных обучающих курсах на базе LMS Moodle / Р.В. Есин, Ю.В. Вайнштейн // Материалы Международной научно-практической конференции «Информатизация образования: теория и практика». – Омск, 2017. – С. 111–114.
36. Ефремов, О.Ю. Военная педагогика : учебник для вузов / под ред. О.Ю. Ефремова. – СПб.: Питер, 2014. – 593 с.
37. Загвязинский, В.И. О компетентностном подходе и его роли в совершенствовании высшего образования [Электронный ресурс] / В.И. Загвязинский // докл. на ученом совете Тюменского гос. ун-та. – 2010. – Режим доступа:

<https://www.utmn.ru/upload/medialibrary/6d9/Доклад%20В.И.%20Загвязинского.doc>. – (Дата обращения: 31.01.2019).

38. Звонников, В.И. Измерения и качество образования / В.И. Звонников. – М.: Логос. – 2006. – 312 с.
39. Зеер, Э.Ф. Модернизация профессионального образования: компетентностный подход : учебное пособие / Э.Ф. Зеер, А.М. Павлова, Э.Э. Сыманюк. – М.: МПСИ, 2005. – 216 с
40. Зикерманн, Г. Геймификация в бизнесе, как пробиться сквозь шум и завладеть вниманием сотрудников и клиентов / Г.Зикерманн : пер. с англ. Иделии Айзятулловой. – М.: Манн, Иванов и Фербер, 2014. – 272 с.
41. Зимняя, И.А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата образования / И.А. Зимняя // Высшее образование сегодня. – 2003. – № 5. – С. 34-44.
42. Илларионова, Г.И. Формирование профессионально-математической компетентности будущих инженеров по безопасности технологических производств : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Г.И. Илларионова. – М., 2008. – 182 с.
43. Иляшенко, Л.К. Формирование математической компетентности будущего инженера по нефтегазовому делу : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08 / Иляшенко Любовь Кирыловна. – Сургут, 2010. – 210 с.
44. Информатизация и компьютеризация образовательного процесса : монография / В.А. Касторнова, О.В. Ларина, П.В. Никитин [и др.] ; Сиб. федер. ун-т ; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В. П. Астафьева [и др.]. – Красноярск : ООО «Центр информации», ЦНИ «Монография», 2014. – 212 с.
45. Исакова, О.А. Индивидуальная образовательная траектория школьника как средство достижения личностных результатов : автореферат дис. ... канд. пед. наук.: 13.00.01 / Исакова Ольга Анатольевна; [Место защиты: Ин-т пед. образования и образования взрослых РАО (Санкт-Петербург)]. – Санкт-Петербург, 2015. – 23 с.



46. Исторические истоки и теоретические основы тьюторства [Электронный ресурс] : хрестоматийный учебник по дисциплине "Исторические истоки и теоретические основы тьюторства" : (уровень магистратуры) : учебное электронное издание / Т.И. Боровкова, А.В. Медведева, И.Б. Клубина [и др.] ; М-во образования и науки Российской Федерации, Дальневосточный федеральный ун-т, Шк. педагогики. – Владивосток : Дальневосточный федеральный ун-т, 2015.
47. Казанчан, М.С. Формирование в вузе профессионально-математических компетенций специалистов химико-фармацевтического профиля : автореф. дис. ...канд. пед. наук: 13.00.02 / М.С. Казанчан. – М., 2010. – 24 с.
48. Карпов, А.А. Основные тенденции развития современного метакогнитивизма : методические указания / А.А. Карпов. – Ярославль : ЯрГУ, 2015. – 72 с.
49. Карпов, А.В. О содержании понятия метакогнитивных способностей личности / А.В. Карпов // Известия ДГПУ. Психолого-педагогические науки. – 2013. – №4 (25).
50. Карпов, А.В. Рефлексивность как психическое свойство и методика ее диагностики / А.В. Карпов // Психологический журнал. – 2003. – Т. 24. – №. 5. – С. 45-57.
51. Качала, В.В. Основы теории систем и системного анализа : уч. пособие для вузов / В.В. Качала. – М.: Горячая линия - Телеком, 2007. – 210 с.
52. Кирсанов, А.А. Индивидуализация учебной деятельности школьников / А.А. Кирсанов. – Казань: Тат. кн. изд-во, 1980. – 207 с.
53. Кларин, М.В. Инновации в мировой педагогике: обучение на основе исследования, игры и дискуссии (Анализ зарубежного опыта) / М.В. Кларин. – Рига: НПЦ Эксперимент. – 1995. – Т. 176. – 176 с.
54. Колбина, Е.В. Математическая компетентность студентов технических направлений бакалавриата: критерии и показатели ее оценки / Е.В. Колбина // Фундаментальные исследования. – 2015. – Т. 9. – №. 2. – С. 1981-1987.

55. Колбина, Е.В. Требования к подбору задач как одно из условий реализации компетентно-контекстного обучения математике в техническом вузе [Электронный ресурс] / Е.В. Колбина // Современные проблемы науки и образования: электронный научный журнал. – 2013. – № 3. – Режим доступа: <http://www.science-education.ru/109-9595>. – (Дата обращения: 31.01.2019).
56. Коменский, Я.А. Избранные педагогические сочинения / Я.А. Коменский. – М.: Знание, 1982. – Т. 2
57. Компетентностный подход и средства оценки качества подготовки студентов в адаптивных электронных обучающих курсах / Ю.В. Вайнштейн, В.А. Шершнева, В.И. Вайнштейн, И.Ф. Космидис // Современные исследования социальных проблем. – 2018. – Т. 9. – № 5. – С. 19-30.
58. Кондрашова, Л.В. Процесс обучения в высшей школе / Л.В. Кондрашова. – Кривой Рог: КГПУ, 2007. – 318 с.
59. Концепция развития математического образования в Российской Федерации [Электронный ресурс] : [утв. распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. N 2506-р]]. – Режим доступа: [http://www.firo.ru/wp-content/uploads/2014/12/Concept\\_mathematika.pdf](http://www.firo.ru/wp-content/uploads/2014/12/Concept_mathematika.pdf). – (Дата обращения: 31.01.2019).
60. Коростелев, А.А. Компетентностный подход: проблемы терминологии / А.А. Коростелев, О.Н. Ярыгин // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. Серия: Педагогика, психология. – 2011. – №. 2. – С. 212-220.
61. Корытов, И.В. Дифференциация и индивидуальный подход в обучении высшей математике студентов технического вуза / И.В. Корытов, Г.С. Корытова // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2016. – №. 4 (169).
62. Кудрявцев, Л.Д. Мысли о современной математике и методике ее преподавания : учеб. пособие / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Физматлит, 2008. – 434 с.
63. Кулешова, Г.М. Модель организации индивидуальной образовательной траектории ученика в дистанционном эвристическом обучении /

- Г.М. Кулешова // Известия Российского государственного педагогического университета им. АИ Герцена. – 2008. – №. 63-2.
64. Курейчик, В.В. Моделирование процесса представления знаний в интеллектуальных обучающих системах на основе компетентностного подхода / В.В. Курейчик, В.В Бова // Открытое образование. – 2014. – №. 3. – С. 42-48.
65. Лебедева, И.П. Математическое моделирование в формировании исследовательской компетенции будущих учителей математики / И.П. Лебедева // Педагогическое образование и наука. – 2010. – №. 2. – С. 76-78.
66. Мандель, Б.Р. Современные инновационные технологии в образовании и их применение / Б.Р. Мандель // Образовательные технологии. – 2015. – №2. – С. 27-48.
67. Манифест о цифровой образовательной среде [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://manifesto.edutainme.ru>. – (Дата обращения: 31.01.2019).
68. Манушкина, М.М. Формирование математической компетентности студентов направления подготовки "Прикладная информатика" на бипрофессиональной основе : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Манушкина Маргарита Михайловна. – Красноярск, 2013. – 26 с.
69. Маркова, А.К. Формирование мотивации учения / А.К. Маркова, Т.А. Матис, А.Б. Орлов. – М.: «Просвещение», 1990. – 192 с.
70. Маскаева, А.М. Вариативное обучение как одно из направлений модернизации образования / А.М. Маскаева, Е.И. Санина // Преподаватель XXI века. – 2010. – №4. – С. 7-10.
71. Махмутов, М.И. Принцип профессиональной направленности обучения / М.И. Махмутов // Принципы обучения в современной педагогической теории и практике. – 1985. – С. 88-100.
72. Миншин, М.М. Формирование профессионально-прикладной математической компетентности будущих инженеров (на примере подготовки инженеров по программному обеспечению вычислительной

- техники и автоматизированных систем) : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08 / Миншин Миневали Мавлетович. – Тольятти: Тольяттинский государственный университет, 2011. – 286 с.
73. Нахман, А.Д. Формирование компетенции математического моделирования в условиях реализации концепции развития математического образования / А.Д. Нахман // Международный журнал экспериментального образования. – 2016. – №. 2-2. – С. 282-286.
74. Новик, И.Б. О философских вопросах кибернетического моделирования / И.Б. Новик. – М.: Знание, 1964. – 56 с.
75. О возможностях веб-ориентированной среды Moodle при создании курса математического анализа / Т.В. Зыкова, Т.В. Сидорова, А.А. Кытманов [и др.] // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. ВП Астафьева. – 2014. – №. 2 (28) . – С. 67-70.
76. О компьютерных играх [Электронный ресурс] / Фонд общественного мнения. – Режим доступа: <http://fom.ru/Kultura-i-dosug/10991>. – (Дата обращения: 31.01.2019).
77. Об образовании в Российской Федерации : Федеральный закон N 273 : [принят Гос. Думой 21 декабря 2012 г. : одобрен Советом Федерации 26 декабря 2012 г.]. – М.: Проспект, 2013.
78. Опалько, С.Г. Цифровая педагогика в системе образования / С.Г. Опалько // Успехи современной науки. – 2016. – Т. 2. – №. 12. – С. 95-97.
79. Орлова, О.В. Геймификация как способ организации обучения / О.В. Орлова, В.Н. Титова // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2015. – №. 9 (162).
80. Осипова, С. И. Компетентностный подход в реализации инженерного образования / С. И. Осипова // Педагогика. – 2016. – №. 6. – С. 53-59.
81. Осипова, С.И. Проектирование студентом индивидуальной образовательной траектории в условиях информатизации образования : Монография / С.И. Осипова, Т.В. Соловьева. – М.: ИНФРА-М; Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2013. – 140 с.

82. Осмоловская, И.М. Дифференцированное обучение: некоторые вопросы теории и практики / И.М. Осмоловская // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 1999. – №. 5 (14).
83. Остыловская, О.А. Формирование научно-исследовательской компетентности будущих бакалавров направления подготовки «Прикладная информатика» в процессе обучения математике: автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Остыловская Оксана Анатольевна. – Красноярск: СФУ, 2017.
84. Оценка знаний и умений: Международная программа PISA / Г.С. Ковалева, Э.А. Красновский, Л.П. Краснокутская, К.А. Краснянская // Школьные технологии. – 2002. – №. 6. – С. 203-217.
85. Паспорт приоритетного проекта «Современная цифровая образовательная среда в Российской Федерации» [Электронный ресурс] : [утв. президиумом Совета при Президенте РФ по стратегическому развитию и приоритетным проектам, протокол от 25.10.2016 N 9]. – Режим доступа: <http://static.government.ru/media/files/8SiLmMBgjAN89vZbUUtmuF5lZYfTvOAG.pdf/>. – (Дата обращения: 31.01.2019).
86. Пидкасистый, П.И. Самостоятельная познавательная деятельность школьников в обучении / П.И. Пидкасистый. – М.: Педагогика, 1980. – Т. 240.
87. Плахова, В.Г. Математическая компетенция как основа формирования у будущих инженеров профессиональной компетентности / В.Г. Плахова // Известия Российского государственного педагогического университета им. АИ Герцена. – 2008. – №. 82-2.
88. Постановление Правительства РФ от 4 октября 2000 г. N 751 "О национальной доктрине образования в Российской Федерации" (Постановлением Правительства РФ от 29 марта 2014 г. N 245 настоящее постановление признано утратившим силу) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://base.garant.ru/182563/>. – (Дата обращения: 31.01.2019).
89. Постановление Правительства РФ от 26 декабря 2017 г. N 1642 «Об утверждении государственной программы Российской Федерации "Развитие образования"» [Электронный ресурс]. – Режим доступа:

<http://rulaws.ru/government/Postanovlenie-Pravitelstva-RF-ot-26.12.2017-N-1642/>. – (Дата обращения: 31.01.2019).

90. Приказ Минобрнауки РФ от 09.11.2009 N 553 (ред. от 31.05.2011) «Об утверждении и введении в действие федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению подготовки 230100 Информатика и вычислительная техника (квалификация (степень) "бакалавр")» (Зарегистрировано в Минюсте РФ 16.12.2009 N 15640) // СПС КонсультантПлюс. – 12 с.
91. Приказ Минобрнауки РФ от 12.01.2016 N 5 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника (уровень бакалавриата)» (Зарегистрировано в Минюсте РФ 09.02.2016 N 41030) // СПС КонсультантПлюс. – 10 с.
92. Приказ Минобрнауки России от 05.04.2017 N 301 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры» (Зарегистрировано в Минюсте России 14.07.2017 N 47415) // СПС КонсультантПлюс.
93. Приказ Минобрнауки РФ от 19.09.2017 г. N 929 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника» (Зарегистрировано в Минюсте РФ 10.10.2017 N 48489) // СПС КонсультантПлюс. – 21 с.
94. Проектирование индивидуального образовательного маршрута: проблема готовности субъекта / В.К. Игнатович, С.С. Игнатович, В.М. Гребенникова, П.Б. Бондарев. – М.: Ритм, 2015.
95. Профессия «тьютор» / Т.М. Ковалева, Е.И. Кобыща, С.Ю. Попова [и др.]. – Тверь: СФК-офис, 2012. – 246 с.

96. Психология профессионального образования : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности "Профессиональное обучение (по отраслям)" / Э.Ф. Зеер. – М.: Академия, 2009.
97. Равен, Дж. Компетентность в современном обществе: выявление, развитие и реализация / Дж. Равен. – М.: Когито-центр, 2002. – 396 с.
98. Рассоха, Е.Н. Формирование математической культуры инженера как педагогическая проблема / Е.Н. Рассоха // Вестник Оренбургского государственного университета. – 2002. – №. 7.
99. Результаты международного сравнительного исследования PISA в России / Г.С. Ковалева, Э.А. Красновский, Л.П. Краснокутская, К.А. Краснянская // Вопросы образования. – 2004. – №. 1. – С. 114-156.
100. Российская педагогическая энциклопедия : в 2 т. Т.1 / гл. ред. В.В. Давыдов. – М.: Большая Российская энциклопедия, 2011.
101. Сазонова, Л.А. Развитие математического мышления учащегося в модульном обучении : автореф. дисс....канд. пед. наук : 13.00.02 / Л.А. Сазонова. – Оренбург, 2006. – 24 с.
102. Сергеева, Е.В. Критерии, определяющие уровень развития математической компетентности студентов / Е.В. Сергеева, // Мир науки. – 2016. – Т. 4. – №. 1. – С. 24-24.
103. Сергеева, И.В. Цифровой педагог в онлайн образовании / И.В. Сергеева // Научные труды Института непрерывного профессионального образования. – 2016. – №. 6. – С. 117-122.
104. Серебрякова, И.В. Модель педагогического содействия освоению будущими менеджерами компетенции математического моделирования / И.В. Серебрякова // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Образование. Педагогические науки. – 2014. – Т. 6. – №. 3. – С. 54-63.
105. Серебрякова, И.В. Современные задачи менеджмента в области математического моделирования / И. В. Серебрякова // Вестник Южно-

- Уральского государственного университета. Серия: Образование. Педагогические науки. – 2013. – Т. 5. – №. 2. – С. 98-104.
106. Скаткин М.Н. Дидактика средней школы / М.Н. Скаткин, И.Я. Лернер. – М.: Просвещение. – 1982.
107. Скаткин, М.Н. Проблемы современной дидактики / М.Н. Скаткин. – М.: Педагогика, 1984.
108. Слостенин, В.А. Педагогика : учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В.А. Слостенин, И.Ф. Исаев, Е.Н. Шиянов // под ред. В.А. Слостенина. – М.: Издательский центр "Академия", 2002. – 576 с.
109. Совершенствование подготовки будущих специалистов в вузе на основе внедрения технологии геймификации / Е.В. Елисеева, Л.А. Зятева, Г.С. Исакова [и др.] // Проблемы современного педагогического образования. – 2016. – №. 53-3. – С. 178-185.
110. Спириин, Л.Ф. Теория и технология решения педагогических задач / Л.Ф. Спириин. – М.: Изд-во "Российское педагогическое агентство", 1997. – 174 с.
111. Стародубцев, В.А. Персонализированные МООК в смешанном обучении / В.А. Стародубцев // Высшее образование в России. – 2015. – №. 10.
112. Стельмах, Я.Г. Формирование профессиональной математической компетентности студентов – будущих инженеров : автореф. дис. ... канд. пед. наук. : 13.00.02 / Я.Г Стельмах. – Самара, 2011. – 21 с.
113. Стратегии развития электронного обучения в техническом вузе / М.А. Соловьев, С. Качин, С.Б. Велединская, М.Ю. Дорофеева // Высшее образование в России. – 2014. – №. 6. – С. 67-76.
114. Суртаева, Н.Н. Нетрадиционные педагогические технологии: Парацентрическая технология : уч. научн. пособие / Н.Н. Суртаева. – М.: Омск, 1974. – 22 с.
115. Сысоев, П.В. Обучение по индивидуальной траектории / П.В. Сысоев // Язык и культура. – 2013. – №. 4 (24). – С. 121-131.



116. Татур, Ю.Г. Компетентностный подход в описании результатов и проектировании стандартов высшего профессионального образования / Ю.Г. Татур. – М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов. – 2004. – Т. 17.
117. Тимошина, Т.А. Опыт организации индивидуальной образовательной траектории студентов / Т.А. Тимошина // Вестник Челябинского государственного педагогического университета. – 2012. – №. 1.
118. Титов, С.А. «Геймификация» дистанционного обучения / С.А. Титов // Cloud of science. – 2013. – №. 1. – С. 21-23.
119. Указ Президента РФ от 09.05.2017 N 203 "О Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017 - 2030 годы" // СПС КонсультантПлюс.
120. Унт, И. Индивидуализация и дифференциация обучения / И. Унт. – М.: Педагогика, 1990.
121. Фандей, В.А. Смешанное обучение: современное состояние и классификация моделей смешанного обучения / В.А. Фандей // Информатизация образования и науки. – 2011. – №. 12. – С. 115-125.
122. Федосеев, А.А. К вопросу об уменьшении объема порций учебного материала при электронном обучении / А.А. Федосеев // Информатика и её применения. – 2016. – Т. 10. – №. 3. – С. 105-110.
123. Формирование математической компетентности студентов-географов на основе прикладных задач / И.С. Синицын, В.А. Тестов, С.А. Тихомиров, Т.Л. Трошина // Ярославский педагогический вестник. – 2014. – Т. 2. – №. 3. – С. 105-110.
124. Харитонова, Е.В. Об определении понятий «компетентность» и «компетенция» [Электронный ресурс] / Е.В. Харитонова // Успехи современного естествознания. - 2007. - № 3. - С. 67. – Режим доступа: <http://www.natural-sciences.ru/ru/article/view?id=10999>. – (Дата обращения: 31.01.2019).

125. Хинчин, А.Я. Педагогические статьи: Вопросы преподавания математики. Борьба с методическими штампами / А.Я. Хинчин. – М.: КомКнига, 2006. – 208 с.
126. Ходырева, Н.Г. Становление математической компетентности будущего учителя при подготовке в педагогическом вузе / Н.Г. Ходырева // Педагогические проблемы становления субъективности школьника, студента, педагога в системе непрерывного образования. – 2001. – №. 3. – С. 67-70.
127. Холодная, М.А. Когнитивные стили. О природе индивидуального ума : 2-е изд / М.А Холодная. – СПб.: Питер, 2004. – 384 с.
128. Холодная, М.А. Психология интеллекта: парадоксы исследования / М.А. Холодная. – Томск: изд-во Томского ун-та. М.: изд.-во «Барс» . – 1995. – 250 с.
129. Холодная, М.А. Расширенный текст доклада на IV Всероссийском съезде психологов образования России «Психология и современное российское образование» [Электронный ресурс] / М.А. Холодная. – Режим доступа: [http://ipras.ru/cntnt/rus/novosti/rus\\_news1/n2742.html](http://ipras.ru/cntnt/rus/novosti/rus_news1/n2742.html). – (Дата обращения: 31.01.2019).
130. Хуторской, А.В. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования / А.В. Хуторской // Народное образование. – 2003. – № 2. – С. 58-64.
131. Хуторской, А.В. Методика личностно-ориентированного обучения. Как обучать всех по-разному? : пособие для учителя / А.В. Хуторской // М.: Изд-во Владос-Пресс. – 2005. – 383 с.
132. Хуторской, А.В. Технология проектирования ключевых и предметных компетенций [Электронный ресурс] / А.В. Хуторской // Интернет-журнал «Эйдос». – 2005. – Режим доступа: <http://www.eidos.ru/journal/2005/1212.htm>. – (Дата обращения: 31.01.2019).

133. Цибульский, Г.М. Разработка адаптивных электронных обучающих курсов в среде LMS Moodle : монография / Г.М. Цибульский, Ю.В. Вайнштейн, Р.В. Есин. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2018. – 168 с.
134. Чернякова, И.Л. Индивидуализация обучения как инновационная идея современной педагогики: историко-культурный контекст / И.Л. Чернякова // Вестник Нижегородского университета им. НИ Лобачевского. – 2009. – №. 4.
135. Чошанов, М.А. Е-дидактика: Новый взгляд на теорию обучения в эпоху цифровых технологий / М.А. Чошанов // Образовательные технологии и общество. – 2013. – Т. 16. – №. 3. – С. 684-696.
136. Шакирова, Д.У. Формирование математической компетенции студентов как фактор повышения качества профессиональной подготовки / Д.У. Шакирова, Л.Б. Усова // Личность, семья и общество: вопросы педагогики и психологии : сб. ст. по матер. X междунар. науч.-практ. конф. Часть III. – Новосибирск: СибАК, 2011. – С. 35-39.
137. Шапошникова, Н.Ю. Индивидуальная образовательная траектория студента: анализ трактовок понятия / Н.Ю. Шапошникова // Педагогическое образование в России. – 2015. – №. 5.
138. Шершнева, В.А. Комплекс профессионально направленных математических задач, способствующих повышению качества математической подготовки студентов транспортных направлений технических вузов : автореферат дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Шершнева Виктория Анатольевна. – Красноярск: Краснояр. гос. пед. ун-т, 2004. – 21 с.
139. Шершнева, В.А. Формирование математической компетентности студентов инженерного вуза на основе полипарадигмального подхода : автореферат дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / Шершнева Виктория Анатольевна. – Красноярск, 2011. – 45 с.
140. Шкерина, Л.В. Кластер математических компетенций будущих бакалавров-менеджеров как целевой компонент обучения математике / Л.В. Шкерина, О.В. Чиркова // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. – 2015. – №. 3 (33).

141. Ядровская, М.В. Модели в педагогике / М.В. Ядровская // Вестник Томского государственного университета. – 2013. – №. 366. – С. 139-143.
142. Ядровская, М.В. Средства моделирования в обучении / М.В. Ядровская // Вестник Северо-Восточного федерального университета им. МК Аммосова. – 2010. – Т. 7. – №. 1.
143. Якиманская, И.С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе / И.С. Якиманская. – М., 1996. – 96 с.
144. Ярославцева, Е.И. Человек в цифровом пространстве - допуск к образованию или просвещению? / Е.И. Ярославцева // Высшее образование для XXI века. Доклады и материалы. Симпозиум «Высшее образование и развитие человека», 2015. – С. 27-36.
145. Alderfer, C.P. Existence, relatedness, and growth: Human needs in organizational settings / C.P. Alderfer.– 1972.
146. Allen, I.E. Changing course: Ten years of tracking online education in the United States / I.E. Allen, J. Seaman. – Newburyport : Sloan Consortium, 2013.
147. Bartle, R.A. Designing virtual worlds / R.A. Bartle. – New Riders, 2004.
148. Brinton, C.G. Individualization for education at scale: MIIС design and preliminary evaluation / C.G. Brinton [et al.] // IEEE Transactions on Learning Technologies. – 2015. – Vol. 8. – №. 1. – P. 136-148.
149. Brown, A.L. Knowing when, where, and how to remember: a problem of metacognition / A.L Brown // Advances in Instructional Psychology. – New Jersey, 1978. – P. 77–165.
150. Brusilovsky, P. Adaptive and Intelligent Technologies for Web-based Education / P. Brusilovsky //Kunstliche Intelligenz. – 1999. – Vol. 13, № 4. – P. 19-25.
151. Brusilovsky, P. Adaptive educational hypermedia: from generation to generation / P. Brusilovsky // In Proceedings of 4th Hellenic Conference on Information and Communication Technologies in Education, Athens, Greece, 2004. – P. 19-33.

152. Carver, C.A. Enhancing student learning through hypermedia courseware and incorporation of student learning styles / C.A. Carver, R.A. Howard, W.D. Lane // IEEE transactions on Education. – 1999. – Vol. 42. – №. 1. – P. 33-38.
153. Cheng, Y.C. New paradigm for re-engineering education: Globalization, localization and individualization / Y.C. Cheng. – Springer Science & Business Media, 2006. – Vol. 6.
154. Clements, D.H. Learning trajectories in mathematics education / D.H. Clements, J. Sarama // Mathematical thinking and learning. – 2004. – Vol. 6. – №. 2. – P. 81-89.
155. Dale, E. Audiovisual methods in teaching, 3rd edition / E. Dale // New York : The Dryden Press; Holt, Rinehart and Winston. – 1969.
156. Daro, P. Learning trajectories in mathematics: A foundation for standards, curriculum, assessment, and instruction / P. Daro, F.A. Mosher, T.B. Corcoran. – 2011.
157. Flavell, J.H. Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry / J.H. Flavell // American Psychologist. – 1979. – Vol. 34. – № 10. – P. 906–911.
158. Fogg, B.J. A behavior model for persuasive design / B.J. Fogg // Proceedings of the 4th international Conference on Persuasive Technology. – ACM, 2009. – 40 p.
159. Goepel, J. Constructing the Individual Education Plan: confusion or collaboration? / J. Goepel // Support for learning. – 2009. – Vol. 24. – №. 3. – P. 126-132.
160. Hartman, H.J. Developing students metacognitive knowledge and skills / H.J. Hartman // Metacognition in learning and instruction. – Dordrecht: Springer, 2001. – P. 33-68.
161. Hicks, K. Understanding The Top Learning Management Systems [Electronic resource]. – Режим доступа: <http://www.edu-demic.com/the-20-best-learning-management-systems>. – (Дата обращения: 31.01.2019).

162. Hilbert, M. How to Measure «How Much Information»? Theoretical, Methodological, and Statistical Challenges for the Social Sciences / M. Hilbert // International Journal of Communication. – 2012. – Vol. 6. – P. 1042-1055.
163. Hirsh, Å. The individual education plan: a gendered assessment practice? / Å. Hirsh // Assessment in Education: Principles, Policy & Practice. – 2012. – Vol. 19. – №. 4. – P. 469-485.
164. Ivars P. Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse / P. Ivars [et al.]. – 2018.
165. Kapp, K.M. The Gamification of Learning and Instruction. Fieldbook: Ideas into Practice / K.M. Kapp, L. Blair, R Blair. – John Wiley & Sons, 2013. – 480 p.
166. Kapp, K.M. The Gamification of Learning and Instruction: Game-based Methods and Strategies for Training and Education. Implications and Importance to the Future of Learning / K.M. Kapp. – Pfeiffer Publ., 2012. – 49 p.
167. Kause, L., Quality Standards in E-Learning: Benefits and Implementation in Practice / L. Kause, Ch. Strake // Online Educa Berlin : 11th International Conference of Technology Supported Learning and Training: Book of Abstracts. – Berlin, 2005.
168. Lazarov, B. Application of some cybernetic models in building individual educational trajectory / B. Lazarov // Information Models and Analyses. – 2013. – Vol. 2. – №. 1. – C. 90-99.
169. Lee, J.J. Gamification in Education: What, How, Why Bother? / J.J. Lee, J. Hammer // Academic Exchange Quarterly. – 2011. – Vol.15. – №2.
170. Levene, H. Robust tests for equality of variances / H. Levene // Contributions to probability and statistics. Essays in honor of Harold Hotelling. – 1961. – C. 279-292.
171. Lim, C.P. Innovative Practices in Pre-Service Teacher Education / C.P. Lim [et al.] // Sense Publication. – 2009.

172. Lyman, P. How much information / P. Lyman, H.R. Varian. – School of Information Management and Systems at the University of California at Berkeley. – 2003.
173. Manz, C.C. Self-leadership: Toward an expanded theory of self-influence processes in organizations / C.C. Manz // *Academy of Management review*. – 1986. – T. 11. – №. 3. – P. 585-600.
174. Masie, E. Nano-learning: Miniaturization of design / E. Masie // *Chief Learning Officer*. – 2006. – Vol. 5. – №. 1.
175. Maslow, A.H. Motivation and personality / A.H. Maslow [et al.]. – 1970. – Vol. 2.
176. Miller, G.A. The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information / G.A. Miller // *Psychological review*. – 1956. – Vol. 63. – №. 2. – P. 81-97.
177. Mosel, S. Self directed learning with personal publishing and microcontent / S. Mosel // *Microlearning 2005 Conference, Innsbruck*. – 2005. – P. 99-107.
178. Paris, S.G. How metacognition can promote academic learning and instruction / S.G Paris, P. Winograd // *Dimensions of thinking and cognitive instruction*. – 1990. – Vol. 1. – P. 15-51.
179. Paris, S.G. Promoting metacognition and motivation of exceptional children / S.G Paris, P. Winograd // *Remedial and special Education*. – 1990. – Vol. 11. – №. 6. – P. 7-15.
180. Pressley, M. Self-regulated learning: Monitoring learning from text / M. Pressley, E.S. Ghatala // *Educational psychologist*. – 1990. – Vol. 25. – №. 1. – P. 19-33.
181. Pretti-Frontczak, K. Enhancing the quality of individualized education plan (IEP) goals and objectives / K. Pretti-Frontczak, D. Bricker // *Journal of early intervention*. – 2000. – Vol. 23. – №. 2. – P. 92-105.
182. Reiners, T. Gamification in Education and Business. Switzerland / T. Reiners, L.C. Wood. – Springer International Publ., 2015. – 165 p.
183. Shapiro S.S. An approximate analysis of variance test fo normality / S.S. Shapiro, R.S. Francia // *J. Amer. Statist. Assoc.*, 337, 1972. – P.215-216.

184. The pediatrician's role in development and implementation of an Individual Education Plan (IEP) and/or an Individual Family Service Plan (IFSP) / Committee on Children With Disabilities [et al.] // *Pediatrics*. – 1999. – Vol. 104. – №. 1. – P. 124-127.
185. US Department of Education, National Center for Education Statistics. Defining and assessing learning: Exploring competency-based initiatives // Council of the National Postsecondary Education Cooperative Working Group on Competency-Based Initiatives. – 2002. – 190 p.
186. Van der Linden, W.J. Elements of adaptive testing / W.J. Van der Linden. – New York : Springer, 2010. – 437 p.
187. Velde, C. Crossing borders: an alternative conception of competence / C. Velde // *Proceedings of the XXVII Annual SCUTREA Conference, 1997*. – P. 27-35.
188. Weishaar, M.K. The regular educator's role in the individual education plan process / M.K. Weishaar // *The Clearing House*. – 2001. – Vol. 75. – №. 2. – P. 96-98.
189. Werbach, K. For the Win: How Game Thinking can Revolutionize your Business / K. Werbach, D. Hunter. – Wharton Digital Press, 2012.
190. White, R.W. Motivation reconsidered: The concept of competence / R.W. White // *Psychological review*. – 1959. – Vol. 66. – №. 5. – 297 p.
191. Wiggins, G. Understanding by design / G. Wiggins, G.P. Wiggins, J. McTighe. – Ascd, 2005.
192. Yang, T.C. Development of an adaptive learning system with multiple perspectives based on students' learning styles and cognitive styles / T.C. Yang, G.J. Hwang, S.J.-H. Yang // *Educational Technology & Society*. – 2013. – Vol. 16. – №. 4. – P. 185-200.
193. Zichermann, G. «Gamification - The New Loyalty» [Electronic resource] / The gamification blog. – Режим доступа: [http://www. Gamification.co](http://www.Gamification.co). – (Дата обращения: 31.01.2019).



## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение А. Лекция-тренажер «Основные понятия выборочного метода»

#### *Редакция III степени детализации*

Теоретический блок лекции-тренажера 1:

Задачи *математической статистики* являются в некотором смысле «обратными» к задачам теории вероятности. В теории вероятностей мы, зная природу некоторого явления, выясняем, как будут вести себя (как распределены) те или иные изучаемые характеристики, которые можно наблюдать в экспериментах. В математической статистике, наоборот – исходными являются экспериментальные данные, а требуется вынести то или иное суждение о закономерностях и природе рассматриваемого явления

Итак, центральным объектом нашего изучения будут статистические данные, которые нам прежде всего необходимо научиться описывать. Этим мы и займемся в данной лекции.

#### **Выборка из генеральной совокупности**

Рассмотрим случайный эксперимент следующего типа: задано некоторое множество, содержащее конечное число объектов; наш эксперимент заключается в том, что мы выбираем наугад какой-нибудь элемент этого множества и регистрируем некую численную характеристику этого объекта  $\xi$ . Предполагается при этом, что эксперимент организован так, что вероятность быть выбранным одинакова для всех элементов.

Будем называть заданное множество *генеральной совокупностью*, а  $n$  членов этой совокупности, полученных при  $n$  повторениях случайного эксперимента, назовем случайной выборкой из генеральной совокупности. Часто мы интересуемся не самими наблюдаемыми объектами, а только значениями величины  $\xi$  и их распределением среди членов генеральной совокупности. В таких случаях удобно рассматривать генеральную совокупность как состоящую не из самих объектов, а из значений случайной величины  $\xi$ .

Последовательность  $n$  наблюдаемых значений  $x_1, \dots, x_n$  случайной величины  $\xi$  тогда будет рассматриваться как случайная выборка из этой совокупности значений  $\xi$ .

Итак, *выборка* – это множество  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$  отдельных наблюдаемых значений случайной величины из ее генеральной совокупности. Числа  $x_i$  называются *элементами выборки*, а число  $n$  – *объемом выборки*.

Для того, чтобы по выборке можно было достаточно полно судить о случайной величине, она должна хорошо представлять генеральную совокупность. Во-первых, должна соблюдаться случайность выбора (*свойство репрезентативности*). Во-вторых, все эксперименты должны быть независимы и не должны изменять случайную величину (*свойство случайности*). Например, не изменяют случайную величину выборки с возвращением. Однако, если объем генеральной совокупности достаточно велик, а выборка составляет незначительную ее часть, то различие между выборками с возвращением и без возвращения стирается.

Практический блок лекции-тренажера 1 (таблица А.1):

Таблица А.1 – Выборка из генеральной совокупности 1

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам							
Выборкой объема 8 из генеральной совокупности {1;8} может являться...	<table border="1"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>1</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td><math>\omega_i</math></td> <td>0.25</td> <td>0.75</td> </tr> </table>	$x_i$	1	8	$\omega_i$	0.25	0.75	<b>Верно.</b>	
	$x_i$	1	8						
	$\omega_i$	0.25	0.75						
	<table border="1"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>1</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td><math>\omega_i</math></td> <td><math>\frac{1}{3}</math></td> <td><math>\frac{2}{3}</math></td> </tr> </table>	$x_i$	1	8	$\omega_i$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	<b>Неверно.</b> Объем данной выборки не может быть равен 8.	
$x_i$	1	8							
$\omega_i$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$							
<table border="1"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>1</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td><math>\omega_i</math></td> <td>0.2</td> <td>0.8</td> </tr> </table>	$x_i$	1	8	$\omega_i$	0.2	0.8	<b>Неверно.</b> Объем данной выборки не может быть равен 8.		
$x_i$	1	8							
$\omega_i$	0.2	0.8							
<table border="1"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>1</td> <td>4</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td><math>\omega_i</math></td> <td>0.5</td> <td>0.25</td> <td>0.25</td> </tr> </table>	$x_i$	1	4	8	$\omega_i$	0.5	0.25	0.25	<b>Неверно.</b> Элемент 4 не принадлежит генеральной совокупности.
$x_i$	1	4	8						
$\omega_i$	0.5	0.25	0.25						

Теоретический блок лекции-тренажера 2:

### Табличная форма записи выборки

Обычно выборки записывают в виде одной из таблиц:

$x_i$	$x_1$	$x_2$	...	$x_k$
$n_i$	$n_1$	$n_2$	...	$n_k$

или

$x_i$	$x_1$	$x_2$	...	$x_k$
$\omega_i = \frac{n_i}{n}$	$\omega_1$	$\omega_2$	...	$\omega_k$

где  $n_i$  – частота, т.е. количество раз, которое значение  $x_i$  встретилось в выборке,  $\omega_i$  – относительная частота встречаемости  $x_i$ .

Для частот и относительных частот выполняются ограничения

$$\sum_{i=1}^k n_i = n, \quad \sum_{i=1}^k \omega_i = 1.$$

**Вопрос:** Какое из неравенств верно  $k \geq n$  или  $k \leq n$ ? В каком случае неравенство превращается в равенство?

#### Пример

Пусть в результате эксперимента получена выборка

$\mathbf{x} = (-1; 2; -3; 2; -1; 0; -2; 1; 0; 0)$  из значений случайной величины  $X$ . Объем этой выборки будет равен 10.

Записать нашу выборку можно в виде таблиц:

$x_i$	-3	-2	-1	0	1	2
$n_i$	1	1	2	3	1	2

или

$x_i$	-3	-2	-1	0	1	2
$\omega_i$	0.1	0.1	0.2	0.3	0.1	0.2

*Замечание*

Пусть в результате  $n$  экспериментов получена выборка  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ . Если провести другую серию из  $n$  экспериментов, то получится другая выборка  $\mathbf{x}' = (x'_1, \dots, x'_n)$ . В связи с этим выборку объема  $n$  из генеральной совокупности можно рассматривать как  $n$ -мерную случайную величину  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ , у которой компоненты  $X_i$  – независимые одномерные случайные величины, распределенные по тому же закону, что и исходная случайная величина  $\xi$ .

При таком подходе случайный вектор  $X$  называется *выборкой из некоторого распределения*, а  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{x}'$  называют *реализациями этой выборки*.

Практический блок лекции-тренажера 2 (таблица А.2):

Таблица А.2 – Табличная форма записи выборки 1

Тестовое задание				Варианты ответа	Комментарии к вариантам								
Выборка <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td><math>X</math></td> <td>0</td> <td>1.5</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td><math>\omega_i</math></td> <td>10</td> <td>10</td> <td>6</td> </tr> </table> была извлечена из генеральной совокупности...				$X$	0	1.5	8	$\omega_i$	10	10	6	$\{x : x \in \mathbf{R},  x  \leq 10\}$	<b>Верно.</b>
				$X$	0	1.5	8						
				$\omega_i$	10	10	6						
				$\{0; 1; \dots; 8\}$	<b>Неверно.</b> Элемент 1.5 не принадлежит этой генеральной совокупности.								
множество всех натуральных чисел	<b>Неверно.</b> Элементы 0 и 1.5 не являются натуральными числами.												
				множество всех положительных чисел	<b>Неверно.</b> Число 0 не является положительным.								

Теоретический блок лекции-тренажера 3:

### Мода

*Модой* (Обозначение  $Mo$ ) выборки называется такой элемент, который встречается в выборке с наибольшей частотой.

Особенности вычисления моды:

1. Если все элементы выборки имеют одинаковую частоту, то говорят, что выборка *не имеет* моды.

2. Если две соседние варианты в отсортированной по неубыванию выборке имеют одинаковую доминирующую частоту, то мода вычисляется как среднее арифметическое этих вариантов.

3. Если в отсортированной по неубыванию выборке две несоседние варианты имеют одинаковую доминирующую частоту, то такая выборка называется *бимодальной*. Если таких вариантов более двух, то выборка *полимодальная*.

### Пример

В выборке  $x = \{-2; 0; 3; 1; 0; 4; 1; 0\}$ ,  $Mo = 0$ .

В выборке  $x = \{-2; 0; 3; 1; 0; 1; 1; 0\}$ ,  $Mo = \frac{0+1}{2} = 0.5$ .

Выборка  $x = \{-2; 0; 3; 3; 0; 1; 3; 0\}$ ,  $Mo_1 = 0$ ,  $Mo_2 = 3$  – выборка является бимодальной.

Практический блок лекции-тренажера 3 (таблица А.3):

Таблица А.3 – Мода 1

Тестовое задание						Варианты ответа	Комментарии к вариантам												
Для выборки <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td><math>X</math></td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td><math>\omega_i</math></td> <td>1/4</td> <td>1/4</td> <td>1/4</td> <td>1/6</td> <td>1/6</td> </tr> </table>						$X$	0	2	4	6	8	$\omega_i$	1/4	1/4	1/4	1/6	1/6	$Mo = 1$	<b>Верно.</b>
						$X$	0	2	4	6	8								
						$\omega_i$	1/4	1/4	1/4	1/6	1/6								
						существует 2 моды $Mo_1 = 0$ , $Mo_2 = 2$	<b>Неверно.</b> Повторите, как вычисляется мода, в случае, если соседние две варианты в отсортированной выборке имеют одинаковую доминирующую частоту.												
моды не существует	<b>Неверно.</b> Одно из значений случайной величины встречается в выборке чаще других.																		
						$Mo = \frac{1}{4}$	<b>Неверно.</b> Мода – это один из элементов выборки либо среднее арифметическое элементов.												

### *Редакция II степени детализации*

Теоретический блок лекции-тренажера 1:

Задачи *математической статистики* являются в некотором смысле «обратными» к задачам теории вероятности. В теории вероятностей мы, зная природу некоторого явления, выясняем, как будут вести себя (как распределены) те или иные изучаемые характеристики, которые можно наблюдать в экспериментах. В математической статистике, наоборот – исходными являются экспериментальные данные, а требуется вынести то или иное суждение о закономерностях и природе рассматриваемого явления

Итак, центральным объектом нашего изучения будут статистические данные, которые нам прежде всего необходимо научиться описывать. Этим мы и займемся в данной лекции.

#### **Выборка из генеральной совокупности**

Рассмотрим случайный эксперимент следующего типа: задано некоторое множество, содержащее конечное число объектов; наш эксперимент заключается в том, что мы выбираем наугад какой-нибудь элемент этого множества и регистрируем некую численную характеристику этого объекта  $\xi$ . Предполагается при этом, что эксперимент организован так, что вероятность быть выбранным одинакова для всех элементов.

Будем называть заданное множество *генеральной совокупностью*, а  $n$  членов этой совокупности, полученных при  $n$  повторях случайного эксперимента, назовем случайной выборкой из генеральной совокупности. Часто мы интересуемся не самими наблюдаемыми объектами, а только значениями величины  $\xi$  и их распределением среди членов генеральной совокупности. В таких случаях удобно рассматривать генеральную совокупность как состоящую не из самих объектов, а из значений случайной величины  $\xi$ .

Последовательность  $n$  наблюдаемых значений  $x_1, \dots, x_n$  случайной величины  $\xi$  тогда будет рассматриваться как случайная выборка из этой совокупности значений  $\xi$ .

Итак, *выборка* – это множество  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$  отдельных наблюдаемых значений случайной величины из ее генеральной совокупности. Числа  $x_i$  называются *элементами выборки*, а число  $n$  – *объемом выборки*.

Пусть генеральная совокупность некоторого эксперимента есть множество  $G = [0, 10]$  (т.е. множество всевозможных действительных чисел от 0 до 10).

Некоторые примеры выборок из этой генеральной совокупности:

$$\mathbf{x} = \{1, 0, 1, 0, 2, 1, 5\} \text{ (объем выборки равен 7).}$$

$$\mathbf{y} = \left\{ 0.5, \frac{1}{3}, 0, 1, 10, \pi \right\} \text{ (объем выборки равен 6).}$$

Для того, чтобы по выборке можно было достаточно полно судить о случайной величине, она должна хорошо представлять генеральную совокупность. Во-первых, должна соблюдаться случайность выбора (*свойство репрезентативности*).

### Пример

Предположим, генеральная совокупность эксперимента – это все студенты СФУ (предположим, что их 30000). Эксперимент заключается в том, что студенты сдают нормативы ГТО, по которым определяется степень их физической подготовки. Выборка, состоящая из 500 студентов Института физкультуры, спорта и туризма, гораздо хуже представляет совокупность, чем выборка из тех же 500 человек, в которую войдут по 25 студентов из каждого, входящего в СФУ института. Причина вполне очевидна. Следовательно, в первом случае репрезентативность выборки низкая, а во втором случае репрезентативность высокая (при прочих равных условиях).

Во-вторых, все эксперименты должны быть независимы и не должны изменять случайную величину (*свойство случайности*). Например, не изменяют случайную величину выборки с возвращением. Однако, если объем генеральной совокупности достаточно велик, а выборка составляет незначительную ее часть, то различие между выборками с возвращением и без возвращения стирается.

### Пример

В урне находится 20 красных и 10 зеленых шарика. Однако экспериментатору об этом неизвестно. Он хочет определить процентное соотношение красных и зеленых шаров, наугад достав из урны 10 шариков.

Он может это сделать двумя способами:

1. Изъять из урны сразу 10 шаров.
2. Изымать из урны по одному шару, возвращать его в урну, перемешивать и только затем доставать следующий.

Какой из способов не изменяет генеральную совокупность и, следовательно, позволяет получить случайную выборку?

Практический блок лекции-тренажера 1 (таблица А.4):

Таблица А.4 – Выборка из генеральной совокупности 2

Тестовое задание	Варианты ответа					Комментарии к вариантам
Выборкой объема 15 из генеральной совокупности $\{x :  x  \leq 5, x \in \mathbf{N}\}$ может являться...	$x_i$	1	2	3	4	<b>Неверно.</b> Объем этой выборки не может быть равен 15.
	$\omega_i$	0.1	0.2	0.3	0.4	
	$x_i$	0	2	3	5	<b>Неверно.</b> Элемент 0 не входит в указанную генеральную совокупность.
	$\omega_i$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	
$x_i$	1	2	3	4	<b>Неверно.</b> Объем этой выборки не может быть равен 15.	
$\omega_i$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$		
$x_i$	1	2	3	4	<b>Верно.</b>	
$\omega_i$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$		

Теоретический блок лекции-тренажера 2:

### Табличная форма записи выборки

Обычно выборки записывают в виде одной из таблиц:

$x_i$	$x_1$	$x_2$	...	$x_k$
$n_i$	$n_1$	$n_2$	...	$n_k$

ИЛИ



$x_i$	$x_1$	$x_2$	...	$x_k$
$\omega_i = \frac{n_i}{n}$	$\omega_1$	$\omega_2$	...	$\omega_k$

где  $n_i$  – частота, т.е. количество раз, которое значение  $x_i$  встретилось в выборке,  $\omega_i$  – относительная частота встречаемости  $x_i$ .

Для частот и относительных частот выполняются ограничения

$$\sum_{i=1}^k n_i = n, \quad \sum_{i=1}^k \omega_i = 1.$$

Обратите внимание, что количество различных значений элементов выборки  $k$  (т.е. число элементов в верхней строке таблицы) в общем случае не совпадает с объемом выборки  $n$ . Выполняется следующее соотношение:  $k < n$ , при этом  $k = n$  только если все элементы выборки различны.

### Пример

Пусть в результате эксперимента получена выборка

$\mathbf{x} = (-1; 2; -3; 2; -1; 0; -2; 1; 0; 0)$  из значений случайной величины  $X$ . Объем этой выборки будет равен 10.

Найдем частоты  $n_i$  и относительные частоты  $\omega_i$ . Элемент  $x_1 = -3$  встретился в выборке 1 раз, поэтому  $n_1 = 1$ , а  $\omega_1 = \frac{n_1}{n} = \frac{1}{10}$ . А, например, элемент  $x_4 = 0$  встретился в выборке 3 раза, поэтому  $n_4 = 3$ ,  $\omega_4 = \frac{n_4}{n} = \frac{3}{10} = 0.3$ .

Записать нашу выборку можно в виде таблиц:

$x_i$	-3	-2	-1	0	1	2
$n_i$	1	1	2	3	1	2

ИЛИ

$x_i$	-3	-2	-1	0	1	2
$\omega_i$	0.1	0.1	0.2	0.3	0.1	0.2

*Замечание*

Пусть в результате  $n$  экспериментов получена выборка  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ . Если провести другую серию из  $n$  экспериментов, то получится другая выборка  $\mathbf{x}' = (x'_1, \dots, x'_n)$ . В связи с этим выборку объема  $n$  из генеральной совокупности можно рассматривать как  $n$ -мерную случайную величину  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ , у которой компоненты  $X_i$  – независимые одномерные случайные величины, распределенные по тому же закону, что и исходная случайная величина  $\xi$ .

При таком подходе случайный вектор  $X$  называется *выборкой из некоторого распределения*, а  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{x}'$  называют *реализациями этой выборки*.

Практический блок лекции-тренажера 2 (таблица А.5):

Таблица А.5 – Табличная форма записи выборки 2

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам												
Таблица <table border="1"> <tr> <td><math>X</math></td> <td>-3</td> <td>-1.5</td> <td>0</td> <td>2.5</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td><math>\omega_i</math></td> <td>0.1</td> <td>0.2</td> <td>0.2</td> <td>0.3</td> <td>0.2</td> </tr> </table> может задавать	$X$	-3	-1.5	0	2.5	5	$\omega_i$	0.1	0.2	0.2	0.3	0.2	выборку объема 15 из множества $[-5;5]$ .	<b>Неверно.</b> Данная выборка не может иметь объем, равный 15.
	$X$	-3	-1.5	0	2.5	5								
	$\omega_i$	0.1	0.2	0.2	0.3	0.2								
	выборку объема 10 из множества всех действительных чисел.	<b>Верно.</b>												
выборку объема 20 из множества натуральных чисел.	<b>Неверно.</b> Элементы -3; -1.5; 0; 2.5 не входят в указанную генеральную совокупность.													
	выборку объема 33 из множества $ x  \leq 5$ .	<b>Неверно.</b> Данная выборка не может иметь объем 33.												

Теоретический блок лекции-тренажера 3:

### Мода

*Модой* (Обозначение  $M_o$ ) выборки называется такой элемент, который встречается в выборке с наибольшей частотой.

Особенности вычисления моды:

1. Если все элементы выборки имеют одинаковую частоту, то говорят, что выборка *не имеет* моды.

2. Если две соседние варианты в отсортированной по неубыванию выборке имеют одинаковую доминирующую частоту, то мода вычисляется как среднее арифметическое этих вариантов.

3. Если в отсортированной по неубыванию выборке две несоседние варианты имеют одинаковую доминирующую частоту, то такая выборка называется *бимодальной*. Если таких вариантов более двух, то выборка *полимодальная*.

### Пример

В выборке  $x = \{-2; 0; 3; 1; 0; 4; 1; 0\}$ ,  $Mo = 0$ .

В выборке  $x = \{-2; 0; 3; 1; 0; 1; 1; 0\}$  попадает под пункт 2, поэтому  $Mo = \frac{0+1}{2} = 0.5$ .

Выборка  $x = \{-2; 0; 3; 3; 0; 1; 3; 0\}$  попадает под пункт 3 и является бимодальной:  
 $Mo_1 = 0$ ,  $Mo_2 = 3$ .

Практический блок лекции-тренажера 3 (таблица А.6):

Таблица А.6 – Мода 2

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
Выборка 0;1;3;5;7;-2;2;6;-1...	является бимодальной	<b>Неверно.</b> В выборке не имеется значений, встречающихся чаще других.
	не имеет моды	<b>Верно.</b>
	имеет более, чем 2 моды	<b>Неверно.</b> В выборке не имеется значений, встречающихся чаще других.
	имеет одну моду	<b>Неверно.</b> В выборке не имеется значений, встречающихся чаще других.

### *Редакция I степени детализации*

Теоретический блок лекции-тренажера 1:

Задачи *математической статистики* являются в некотором смысле «обратными» к задачам теории вероятности. В теории вероятностей мы, зная природу некоторого явления, выясняем, как будут вести себя (как распределены) те или иные изучаемые характеристики, которые можно наблюдать в экспериментах. В математической статистике, наоборот – исходными являются экспериментальные данные, а требуется вынести то или иное суждение о закономерностях и природе рассматриваемого явления

Итак, центральным объектом нашего изучения будут статистические данные, которые необходимо научиться описывать. Этим мы и займемся в данной лекции.

#### **Выборка из генеральной совокупности**

Рассмотрим случайный эксперимент следующего типа: задано некоторое множество, содержащее конечное число объектов; наш эксперимент заключается в том, что мы выбираем наугад какой-нибудь элемент этого множества и регистрируем некую численную характеристику этого объекта  $\xi$ . Предполагается при этом, что эксперимент организован так, что вероятность быть выбранным одинакова для всех элементов.

Будем называть заданное множество *генеральной совокупностью*, а  $n$  членов этой совокупности, полученных при  $n$  повторях случайного эксперимента, назовем случайной выборкой из генеральной совокупности. Часто мы интересуемся не самими наблюдаемыми объектами, а только значениями величины  $\xi$  и их распределением среди членов генеральной совокупности. В таких случаях удобно рассматривать генеральную совокупность как состоящую не из самих объектов, а из значений случайной величины  $\xi$ .

Последовательность  $n$  наблюдаемых значений  $x_1, \dots, x_n$  случайной величины  $\xi$  тогда будет рассматриваться как случайная выборка из этой совокупности значений  $\xi$ .

### Пример

Чтобы проиллюстрировать понятия «генеральная совокупность» и «выборка», рассмотрим следующий эксперимент:

Пусть имеется урна со 100 билетами, каждый из которых пронумерован (от 1 до 100). Случайным образом из урны достается билет, его номер  $\xi$  записывается, после чего билет возвращается в урну. Эксперимент проводится 5 раз, в результате чего извлекаются билеты с номерами 2, 45, 3, 13, 81.

Генеральная совокупность данного эксперимента – множество из 100 билетов. Выборка из этой генеральной совокупности – 5 извлеченных билетов.

Генеральная совокупность случайной величины  $\xi$  – это множество  $1, 2, \dots, 100$ , выборка из генеральной совокупности  $\xi$  – множество  $(2, 45, 3, 13, 81)$ .

Итак, *выборка* – это множество  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$  отдельных наблюдаемых значений случайной величины из ее генеральной совокупности. Числа  $x_i$  называются *элементами выборки*, а число  $n$  – *объемом выборки*.

Пусть генеральная совокупность некоторого эксперимента есть множество  $G = [0, 10]$  (т.е. множество всевозможных действительных чисел от 0 до 10).

Некоторые примеры выборок из этой генеральной совокупности:

$\mathbf{x} = \{1, 0, 1, 0, 2, 1, 5\}$  (обратите внимание, что не все элементы выборки различны. Объем выборки равен 7, а различных элементов в ней всего 4).

$\mathbf{y} = \left\{ 0.5, \frac{1}{3}, 0, 1, 10, \pi \right\}$  (объем выборки равен 6).

Для того, чтобы по выборке можно было достаточно полно судить о случайной величине, она должна хорошо представлять генеральную совокупность. Во-первых, должна соблюдаться случайность выбора (*свойство репрезентативности*).

### Пример

Предположим, генеральная совокупность эксперимента – это все студенты СФУ (предположим, что их 30000). Эксперимент заключается в том, что студенты

сдают нормативы ГТО, по которым определяется степень их физической подготовки. Выборка, состоящая из 500 студентов Института физкультуры, спорта и туризма, гораздо хуже представляет совокупность, чем выборка из тех же 500 человек, в которую войдут по 25 студентов из каждого, входящего в СФУ института. Причина вполне очевидна. Следовательно, в первом случае репрезентативность выборки низкая, а во втором случае репрезентативность высокая (при прочих равных условиях).

Широко известен исторический пример, когда нерепрезентативность выборки привела к ошибочным выводам – были неверно предсказаны результаты президентских выборов в США в 1936 году. Об этом примере можно прочитать здесь (<https://studopedia.org/9-136328.html>).

Во-вторых, все эксперименты должны быть независимы и не должны изменять случайную величину (*свойство случайности*). Например, не изменяют случайную величину выборки с возвращением. Однако, если объем генеральной совокупности достаточно велик, а выборка составляет незначительную ее часть, то различие между выборками с возвращением и без возвращения стирается.

### **Пример**

В урне находится 20 красных и 10 зеленых шарика. Однако экспериментатору об этом неизвестно. Он хочет определить процентное соотношение красных и зеленых шаров, наугад достав из урны 10 шариков.

Он может это сделать двумя способами:

1. Изъять из урны сразу 10 шаров.
2. Изымать из урны по одному шару, возвращать его в урну, перемешивать и только затем доставать следующий.

Какой из способов не изменяет генеральную совокупность и, следовательно, позволяет получить случайную выборку?

Практический блок лекции-тренажера 1 (таблица А.7):

Таблица А.7– Выборка из генеральной совокупности 3

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
Выборкой объема 12 из генеральной совокупности $\{-12, -11, \dots, 11, 12\}$ <b>может</b> являться следующее множество....	-12; -12; -11; 11; 12; 12	<b>Неверно.</b> Объем этой выборки не равен 12.
	-12; -7.5; -5; -4; 3; -5; 12; 2.5; 2; 10; 11; 12	<b>Неверно.</b> Элементы -7.5; 2.5 не входят в указанную генеральную совокупность, т.к. они не являются целыми числами.
	-0.5; 0; 1; 2; 0,5; -2; -1; 0; 0; 0; 1; -2	<b>Неверно.</b> Элементы -0.5; 0.5 не входят в указанную генеральную совокупность, т.к. не являются целыми.
	12; 0 ; 10; 1; 3; 4; 2; 1; 6; 3; 8; 7	<b>Верно.</b>

Теоретический блок лекции-тренажера 2:

### Табличная форма записи выборки

Обычно выборки записывают в виде одной из таблиц:

$x_i$	$x_1$	$x_2$	...	$x_k$
$n_i$	$n_1$	$n_2$	...	$n_k$

или

$x_i$	$x_1$	$x_2$	...	$x_k$
$\omega_i = \frac{n_i}{n}$	$\omega_1$	$\omega_2$	...	$\omega_k$

где  $n_i$  – частота, т.е. количество раз, которое значение  $x_i$  встретилось в выборке,

$\omega_i$  – относительная частота встречаемости  $x_i$ .

Для частот и относительных частот выполняются ограничения

$$\sum_{i=1}^k n_i = n, \quad \sum_{i=1}^k \omega_i = 1.$$

Обратите внимание, что количество различных значений элементов выборки  $k$  (т.е. число элементов в верхней строке таблицы) в общем случае не совпадает с

объемом выборки  $n$ . Выполняется следующее соотношение:  $k < n$ , при этом  $k = n$  только если все элементы выборки различны.

### Пример

Пусть в результате эксперимента получена выборка  $\mathbf{x} = (-1; 2; -3; 2; -1; 0; -2; 1; 0; 0)$  из значений случайной величины  $X$ . Объем этой выборки будет равен 10, так как в  $\mathbf{x}$  10 элементов.

При этом различных элементов всего 6:  $-3; -2; -1; 0; 1; 2$ .

Найдем частоты  $n_i$  и относительные частоты  $\omega_i$ . Элемент  $x_1 = -3$  встретился в выборке 1 раз, поэтому  $n_1 = 1$ , а  $\omega_1 = \frac{n_1}{n} = \frac{1}{10}$ . А, например, элемент  $x_4 = 0$

встретился в выборке 3 раза, поэтому  $n_4 = 3$ ,  $\omega_4 = \frac{n_4}{n} = \frac{3}{10} = 0.3$ .

Записать нашу выборку можно в виде таблиц:

$x_i$	-3	-2	-1	0	1	2
$n_i$	1	1	2	3	1	2

или

$x_i$	-3	-2	-1	0	1	2
$\omega_i$	0.1	0.1	0.2	0.3	0.1	0.2

### Замечание

Пусть в результате  $n$  экспериментов получена выборка  $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)$ . Если провести другую серию из  $n$  экспериментов, то получится другая выборка  $\mathbf{x}' = (\mathbf{x}'_1, \dots, \mathbf{x}'_n)$ . В связи с этим выборку объема  $n$  из генеральной совокупности можно рассматривать как  $n$ -мерную случайную величину  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ , у которой компоненты  $X_i$  – независимые одномерные случайные величины, распределенные по тому же закону, что и исходная случайная величина  $\xi$ .

При таком подходе случайный вектор  $X$  называется *выборкой из некоторого распределения*, а  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{x}'$  называют *реализациями этой выборки*.

Практический блок лекции-тренажера 2 (таблица А.8):



Таблица А.8 – Табличная форма записи выборки 3

Тестовое задание				Варианты ответа	Комментарии к вариантам								
Выборка <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td><math>X</math></td> <td>1</td> <td>6.5</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td><math>n_i</math></td> <td>10</td> <td>1</td> <td>4</td> </tr> </table>				$X$	1	6.5	9	$n_i$	10	1	4	$\{x: x \in \mathbf{N}, x < 10\}$	<b>Неверно.</b> Элемент $x_2 = 6.5$ не принадлежит данной генеральной совокупности.
				$X$	1	6.5	9						
				$n_i$	10	1	4						
				$[1, 10]$	<b>Верно.</b>								
$\{x:  x  \leq 5\}$	<b>Неверно.</b> Элементы 6.5; 9 не принадлежат этой генеральной совокупности.												
				$\{-10, -9, \dots, 8, 9, 10\}$	<b>Неверно.</b> Элемент 6.5 не принадлежит этой генеральной совокупности.								

Теоретический блок лекции-тренажера 3:

### Мода

*Модой* (Обозначение  $M_o$ ) выборки называется такой элемент, который встречается в выборке с наибольшей частотой.

Особенности вычисления моды:

1. Если все элементы выборки имеют одинаковую частоту, то говорят, что выборка *не имеет* моды.

2. Если две соседние варианты в отсортированной по неубыванию выборке имеют одинаковую доминирующую частоту, то мода вычисляется как среднее арифметическое этих вариантов.

3. Если в отсортированной по неубыванию выборке две несоседние варианты имеют одинаковую доминирующую частоту, то такая выборка называется *бимодальной*. Если таких вариантов более двух, то выборка *полимодальная*.

### Пример

В выборке  $x = \{-2; 0; 3; 1; 0; 4; 1; 0\}$  чаще всего встречается число 0, поэтому  $M_o = 0$ .

В выборке  $x = \{-2; 0; 3; 1; 0; 1; 1; 0\}$  по 3 раза встречаются числа 0 и 1, которые в отсортированной выборке  $\{-2; 0; 0; 0; 1; 1; 1; 3\}$  являются соседними вариантами, поэтому  $Mo = \frac{0+1}{2} = 0.5$ .

Выборка  $x = \{-2; 0; 3; 3; 0; 1; 3; 0\}$  является бимодальной, т.к. наиболее часто встречающиеся в ней числа не являются соседними вариантами в отсортированной выборке  $\{-2; 0; 0; 0; 1; 3; 3; 3\}$ . Получаем, что  $Mo_1 = 0$ , а  $Mo_2 = 3$ .

Практический блок лекции-тренажера 3 (таблица А.9-10):

Таблица А.9 – Мода 3

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
Выборка 4; -3; 2; 3; 1; 0; 1; 3 ...	является бимодальной	<b>Верно.</b>
	не имеет моды	<b>Неверно.</b> В выборке имеются значения, встречающиеся чаще других.
	имеет более, чем 2 моды	<b>Неверно.</b>
	имеет одну моду	<b>Неверно.</b> В выборке более, чем одно значение имеет одинаковую доминирующую частоту.

Таблица А.10 – Мода 4

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам												
Для выборки <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>X</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>10</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td><math>\omega_i</math></td> <td>1/6</td> <td>1/3</td> <td>1/6</td> <td>1/6</td> <td>1/6</td> </tr> </table>	X	0	1	2	10	20	$\omega_i$	1/6	1/3	1/6	1/6	1/6	$Mo = 1$	<b>Верно.</b>
	X	0	1	2	10	20								
	$\omega_i$	1/6	1/3	1/6	1/6	1/6								
	$Mo = 2$	<b>Неверно.</b> Частота встречаемости элемента, равного 2, всего 1/6. В выборке имеется элемент с большей частотой встречаемости.												
моды не существует	<b>Неверно.</b> Одно из значений случайной величины встречается в выборке чаще других													
	$Mo = \frac{1}{3}$	<b>Неверно.</b> Мода – это элемент выборки, а не частота этого элемента.												

**Приложение Б. Поэтапная задача-тренажер «Метод максимального правдоподобия для оценки неизвестного параметра однопараметрического семейства распределений»**

**Задание:** Время безотказной работы изделия является случайной величиной и имеет показательное распределение. В таблице Б.1 приведены данные по времени работы в часах на 1000 изделий. Методом максимального правдоподобия найти точечную оценку известного параметра  $\lambda$  показательного распределения.

Таблица Б.1 – Выборка

$t_i, ч$	5	15	25	35	45	55	65
$n_i, шт$	365	245	150	100	70	45	25

**Шаг 1.** Принцип максимального правдоподобия заключается в следующем: лучшими оценками неизвестных параметров является те, которые максимизируют вероятность получения заданной выборки. Для построения функции правдоподобия необходимо определить является ли показательное распределение  $E_\lambda$  дискретным или непрерывным (таблица Б.2-3), так как функция правдоподобия – это функция  $f(x, \theta) = f_\theta(x_1) \cdot f_\theta(x_2) \cdot \dots \cdot f_\theta(x_n)$ ,

где  $f_\theta = \begin{cases} \text{плотность распределения } P_\theta, \text{ если } P_\theta \text{ непрерывно} \\ \text{вероятность } P(\varepsilon = t), \text{ если } P_\theta \text{ дискретно} \end{cases}$ .

Таблица Б.2 – Показательное распределение

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
Показательное распределение $E_\lambda$ является ...	Дискретным	<b>Неверно.</b> см. <i>показательное распределение.</i>
	Непрерывным	<b>Верно.</b>

Таблица Б.3 – Плотность распределения показательного распределения

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
Плотность распределения показательного распределения $E_\lambda$ имеет вид...	$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}, \forall x$	<b>Неверно.</b> Через $F(x)$ обозначается функция распределения.
	$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, x \geq 0 \\ 0, x < 0 \end{cases}$	<b>Неверно.</b> Через $F(x)$ обозначается функция распределения, которая

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
		связана с плотностью распределения соотношением $f(x) = F'(x)$ .
	$f(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda x}, \forall x$	<b>Неверно.</b> Для аргумента $x < 0$ плотность распределения $E_\lambda$ равна 0.
	$f(x) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda x}, x \geq 0 \\ 0, x < 0 \end{cases}$	<b>Верно.</b>

**Шаг 2.** Составим функцию правдоподобия  $f(x, \theta)$  (таблица Б.4).

Таблица Б.4 – Плотность распределения показательного распределения

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
Функция правдоподобия $f(x, \lambda)$ для $E_\lambda$ примет вид...	$f(x, \lambda) = \lambda \cdot (n-1) \sum_{i=1}^{n-1} e^{-\lambda x_i}$	<b>Неверно.</b> см. функция правдоподобия, кроме того обратите внимание на индекс $i$ .
	$f(x, \lambda) = \lambda \cdot n \sum_{i=1}^n e^{-\lambda x_i}$	<b>Неверно.</b> см. функция правдоподобия.
	$f(x, \lambda) = \lambda^n \prod_{i=1}^n e^{-\lambda x_i}$	<b>Верно.</b>
	$f(x, \lambda) = \lambda^{n-1} \prod_{i=1}^{n-1} e^{-\lambda x_i}$	<b>Неверно.</b> Обратите внимание на индекс $i$ .

**Шаг 3.** Найдем логарифмическую функцию правдоподобия, так как зачастую удобнее максимизировать именно ее благодаря свойствам логарифма (таблица Б.5).

Таблица Б.5 – Плотность распределения показательного распределения

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
Логарифмическая функция правдоподобия $L(x, \lambda)$ равна...	$n \cdot \ln \lambda - \lambda \prod_{i=1}^n x_i$	<b>Неверно.</b> Повторите свойства логарифмов.
	$n \cdot \ln \lambda - \lambda \sum_{i=1}^n x_i$	<b>Верно.</b>

**Шаг 4.** Для нахождения точки максимума необходимо продифференцировать логарифмическую функцию правдоподобия по переменной  $\lambda$ , так как значение точечной оценки максимального правдоподобия удовлетворяет необходимому условию экстремума  $\frac{dL(x, \lambda)}{d\lambda}$ , это соотношение называется уравнением правдоподобия (таблица Б.6).

Таблица Б.6 – Уравнение правдоподобия

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
Уравнение правдоподобия для $L(x, \lambda)$ имеет вид...	$\lambda^{n-1} \cdot e^{-\lambda} \sum_{i=1}^n x_i \left( n - \lambda \sum_{i=1}^n x_i \right) = 0$	<b>Неверно.</b> Вы находите уравнение правдоподобия для $f(x, \lambda)$ , а необходимо для $L(x, \lambda)$ .
	$\frac{n}{\lambda} - \sum_{i=1}^n x_i = 1$	<b>Неверно.</b> Данное уравнение правдоподобия не удовлетворяет необходимому условию экстремума.
	$\frac{n}{\lambda} - \sum_{i=1}^n x_i = 0$	<b>Верно.</b>
	$\frac{n}{\lambda} - \sum_{i=1}^n x_i$	<b>Неверно.</b> Данное выражение не является уравнением.

**Шаг 5.** Решим уравнение правдоподобия (таблица Б.7).

Таблица Б.7 – Критическая точка

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
Определим критическую точку $\hat{\lambda}$ , решив уравнение правдоподобия	$\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{x}_g}$	<b>Верно.</b>
	$\hat{\lambda} = \bar{x}_g$	<b>Неверно</b>

**Шаг 6.** Для того чтобы определить действительно ли  $\hat{\lambda}$  является точкой максимума необходимо проверить знак второй производной логарифмической функции правдоподобия (таблица Б.8-9).

Таблица Б.8 – Достаточное условие экстремума

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
$\hat{\lambda}$ является точкой максимума логарифмической функции правдоподобия, если...	$\left. \frac{d^2 L(x, \lambda)}{d\lambda^2} \right _{\lambda = \hat{\lambda}} = 0$	<b>Неверно.</b> При выполнении условия $\left. \frac{d^2 L(x, \lambda)}{d\lambda^2} \right _{\lambda = \hat{\lambda}} < 0$ , $\hat{\lambda}$ является точкой максимума $L(x, \lambda)$ и является оценкой правдоподобия.
	$\left. \frac{d^2 L(x, \lambda)}{d\lambda^2} \right _{\lambda = \hat{\lambda}} > 0$	<b>Неверно.</b> Неравенство не удовлетворяет достаточному условию $\exists$ экстремума.
	$\left. \frac{d^2 L(x, \lambda)}{d\lambda^2} \right _{\lambda = \hat{\lambda}} < 0$	<b>Верно.</b>

Таблица Б.9 – Оценка неизвестного параметра  $E_\lambda$ 

Тестовое задание	Варианты ответа	Комментарии к вариантам
Найдите оценку неизвестного параметра $\lambda$ для заданных условий задачи.	$\hat{\lambda} = 0.05$	<b>Верно.</b>
	$\hat{\lambda} \neq 0.05$	<b>Неверно.</b>

## Приложение В. Модифицированный опросник «Шкала академической мотивации»

**Инструкция:** Пожалуйста, внимательно прочитайте каждое утверждение (таблица В.1). Используя шкалу от 1 до 5, укажите ответ, который наилучшим образом соответствует тому, что Вы думаете о причинах Вашей вовлеченности в математическую деятельность в университете. Отвечайте, используя следующие варианты ответа:

совсем не соответствует	скорее не соответствует	ничто среднее	скорее соответствует	вполне соответствует
1	2	3	4	5

Почему Вы в настоящее время ходите на занятия по математическим дисциплинам в университете?

Таблица В.1 – Бланк методики «Шкала академической мотивации»

№	Утверждение	1	2	3	4	5
1	Мне интересно учиться.					
2	Учёба доставляет мне удовольствие, я люблю решать трудные математические задачи.					
3	Потому что я получаю удовольствие, превосходя самого себя в учебных достижениях.					
4	Потому что я хочу доказать самому(ой) себе, что я способен(на) успешно обучаться в университете					
5	Потому что мне стыдно плохо учиться по математике.					
6	У меня нет другого выбора, так как посещаемость занятий отмечается.					
7	Честно говоря, не знаю, мне кажется, что я здесь просто теряю время.					
8	Мне нравится учиться математике, потому что это интересно.					
9	Я чувствую удовлетворение, когда нахожусь в процессе решения сложных математических задач.					
10	Математика дает мне возможность почувствовать удовлетворение в моем совершенствовании					

11	Потому что, когда я хорошо учусь, я чувствую себя значимым человеком.					
12	Потому что совесть заставляет меня учиться.					
13	Чтобы избежать проблем с деканатом и сессией.					
14	Раньше я понимал(а), зачем изучаю математику, а теперь не уверен(а), стоит ли продолжать.					
15	Мне просто нравится учиться и узнавать новое в математической области.					
16	Мне нравится решать трудные математические задачи и прикладывать интеллектуальные усилия.					
17	Ради удовольствия, которое приносит мне достижение новых успехов в математике.					
18	Чтобы доказать самому(ой) себе, что я умный человек.					
19	Потому что учиться – это моя обязанность, которой я не могу пренебречь.					
20	Потому что близкие меня будут осуждать, если я стану плохо учиться.					
21	Ходить-то я хожу, но не уверен(а), что мне это действительно надо.					
22	Я действительно получаю удовольствие от изучения нового математического материала на занятиях.					
23	Я просто люблю учиться, решать сложные математические задачи и чувствовать себя компетентным(ой).					
24	Мне приятно осознавать, как растет моя компетентность и мои знания в области математики.					
25	Потому что я хочу показать самому себе, что я могу быть успешным(ой) в учебе.					
26	Потому что, поступив в университет, я должен посещать занятия и учиться.					
27	У меня нет выбора, иначе я не смогу в будущем иметь достаточно обеспеченную жизнь.					
28	Хожу по привычке, зачем, откровенно говоря, точно не знаю.					



Баллы начисляются в соответствии с бланком методики:

- Познавательная мотивация – 1, 8, 15, 22,
- Мотивация достижения – 2, 9, 16, 23,
- Мотивация саморазвития – 3, 10, 17, 24,
- Мотивация самоуважения – 4, 11, 18, 25,
- Интроецированная мотивация – 5, 12, 19, 26,
- Экстернальная мотивация – 6, 13, 20, 27,
- Амотивация – 7, 14, 21, 28.

В итоговом варианте опросник состоит из семи шкал:

1. Шкала мотивации познания направлена на диагностику стремления узнать новое, понять изучаемый предмет, связанного с переживанием интереса и удовольствия в процессе познания.
2. Шкала мотивации достижения измеряет стремление добиваться максимально высоких результатов в учебе, испытывать удовольствие в процессе решения трудных задач. Эти две шкалы опросника в целом соответствуют шкалам AMS-C.
3. Шкала саморазвития является оригинальной и измеряет выраженность стремления к развитию своих способностей, своего потенциала в рамках учебной деятельности, достижению ощущения мастерства и компетентности.
4. Шкала мотивации самоуважения измеряет желание учиться ради ощущения собственной значимости и повышения самооценки за счет достижений в учебе, она соответствует потребности в уважении и самоуважении, выделяемой А. Маслоу, а также близким типам потребностей, описанных другими авторами (С. Хартер).
5. Шкала интроецированной мотивации измеряет побуждение к учебе, обусловленное ощущением стыда и чувства долга перед собой и другими значимыми людьми.

6. Шкала экстеральной мотивации оценивает ситуацию вынужденности учебной деятельности, обусловленную необходимостью для учащегося следовать требованиям, диктуемым социумом: он учится, чтобы избежать возможных проблем, при этом потребность в автономии максимально фрустрируется.
7. Шкала амотивации измеряет отсутствие интереса и ощущения осмысленности учебной деятельности, она соответствует шкале амотивации опросника AMS-C.

## Приложение Г. Модифицированный опросник рефлексивности А.В. Карпова

**Инструкция:** Вам предстоит дать ответы на несколько утверждений опросника (таблица Г.1). В бланке ответов напротив номера вопроса проставьте, пожалуйста, цифру, соответствующую варианту Вашего ответа:

<b>полностью не согласен</b>	<b>не согласен</b>	<b>скорее не согласен</b>	<b>не могу определиться</b>	<b>скорее согласен</b>	<b>согласен</b>	<b>полностью согласен</b>
1	2	3	4	5	6	7

Не задумывайтесь подолгу над ответами. Помните, что правильных или неправильных ответов в данном случае быть не может.

Таблица Г.1 – Бланк опросника рефлексивности А.В. Карпова

№	Утверждение	1	2	3	4	5	6	7
1	Прочитав хорошую книгу или интересную заметку, я всегда потом долго думаю о ней; хочется ее с кем-нибудь обсудить.							
2	Когда меня вдруг неожиданно о чем-то спросят, я могу ответить первое, что пришло в голову.							
3	Прежде чем решить сложную математическую задачу, я обычно мысленно составляю план ее решения.							
4	Совершив какую-то вычислительную ошибку, я долго потом не могу отвлечься от мыслей о ней.							
5	Когда я размышляю над решением задачи или беседую с другим человеком, мне бывает интересно вдруг вспомнить, что послужило началом цепочки мыслей и рассуждений.							
6	Приступая к трудному математическому заданию, я стараюсь не думать о предстоящих сложностях.							
7	При решении математической задачи главное для меня – представить конечную цель математической деятельности.							
8	Бывает, что я не могу понять, почему кто-либо недоволен мною.							
9	Я часто ставлю себя на место другого человека.							
10	Для меня важно в деталях представлять себе ход предстоящей работы.							

11	Мне было бы трудно решать сложную математическую задачу, если бы я заранее не составил план её решения.								
12	Я предпочитаю активно решать задачи, а не размышлять над причинами своих ошибок.								
13	Я довольно легко принимаю решение заняться трудным проектом.								
14	Как правило, выполняя проект, я прокручиваю в голове его замысел, уточняя детали, рассматривая все варианты.								
15	Я беспокоюсь о своем будущем.								
16	Думаю, что во множестве ситуаций надо действовать быстро, руководствуясь первой пришедшей в голову мыслью.								
17	Порой я принимаю необдуманные решения.								
18	После спора о способе решения задачи, я, бывает, продолжаю вести его мысленно, приводя все новые и новые аргументы в защиту своей точки зрения.								
19	Если происходит конфликт, то, размышляя над тем, кто в нем виноват, я в первую очередь начинаю с себя.								
20	Прежде чем принять решение, я всегда стараюсь все тщательно обдумать и взвесить.								
21	У меня бывают конфликты от того, что я порой не могу предугадать, какого поведения ожидают от меня окружающие.								
22	Бывает, что решая задачу, я как бы мысленно прохожу весь путь ее решения по шагам.								
23	Я стараюсь не задумываться над тем, какие мысли и чувства вызывают в других людях мои слова и поступки.								
24	Прежде чем сделать замечание другому человеку в коллективе при решении общей задачи, я обязательно подумаю, какими словами это лучше сделать, чтобы его не обидеть.								
25	Решая трудную математическую задачу, я думаю над ней даже тогда, когда занимаюсь другими делами.								

26	Если я с кем-то ссорюсь, то в большинстве случаев не считаю себя виноватым.										
27	Редко бывает так, что я жалею о сказанном.										

Баллы начисляются в соответствии с таблицей Г.2.

Таблица Г.2 – Начисление сырых баллов

Вариант ответа	В прямых значениях	В обратных значениях
Полностью не согласен	1 балл	7 баллов
Не согласен	2 балла	6 баллов
Скорее не согласен	3 балла	5 баллов
Не могу определиться	4 балла	4 балла
Скорее согласен	5 баллов	3 балла
Согласен	6 баллов	2 балла
Полностью согласен	7 баллов	1 балл

Баллы распределяются следующим образом:

- В прямых значениях: 1, 3, 4, 5, 9, 10, 11, 14, 15, 18, 19, 20, 22, 24, 25.
- В обратных значениях: 2, 6, 7, 8, 12, 13, 16, 17, 21, 23.

Итоговый уровень рефлексивности определяется стенами. Соответствие сырых баллов и стенов представлен в таблице Г.3.

Таблица Г.3 – Перевод в стены

Балл	до 80	100	101 -107	108 -113	114 -122	123 -130	131 -139	140 -147	148 -156	157 -171	172 и выше
Стены	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Результаты методики, равные или большие, чем 7 стенов, свидетельствуют о высокоразвитой рефлексивности. Результаты в диапазоне от 4 до 7 стенов – индикаторы среднего уровня рефлексивности. Показатели, меньшие 4-х стенов – свидетельство низкого уровня развития рефлексивности.

### Приложение Д. Бланк рефлексии в электронной среде

1. По 10ти бальной шкале оцените понятность теоретического изложения учебного материала по дисциплине «Теория вероятностей», представленного в электронном обучающем курсе?
2. По 10ти бальной шкале оцените адаптивность к Вашему уровню знаний учебного материала по дисциплине «Теория вероятностей», представленного в электронном обучающем курсе?
3. По 10ти бальной шкале оцените наличие наглядности (примеров) в учебном материале по дисциплине «Теория вероятностей», представленного в электронном обучающем курсе?
4. По 10ти бальной шкале оцените простоту навигации по электронному обучающему курсу «Теория вероятностей»?
5. Возникает ли у Вас необходимость обращаться к дополнительным источникам при изучении дисциплины «Теория вероятностей»?
  - a) Да, иногда возникает
  - b) Да, постоянно возникает
  - c) Нет, можно не обращаться к дополнительной литературе
  - d) Нет, никогда не возникает
  - e) Другое
6. С чем Вы связываете непонимание учебного материала в электронном обучающем курсе?
  - a) Недостаток знаний предыдущего материала
  - b) Высокая степень абстракции представленного материала
  - c) Низкая степень использования наглядных средств изложения
  - d) Недостаточное участие преподавателя
  - e) Другое
7. Что позволило бы, на Ваш взгляд, сделать материал более доступным для понимания?
  - a) Большая адаптация материала под Ваш уровень знаний
  - b) Использование в тексте большего числа наглядных примеров

- c) Другое
8. Какими достоинствами, на Ваш взгляд, обладает электронный обучающий курс по дисциплине «Теория вероятностей»?
- a) Возможность самостоятельно изучать материал
  - b) Возможность быстро и эффективно проверить знания
  - c) Возможность изучать материал в любое удобное время
  - d) Помогает в изучении других дисциплин
  - e) Другое
9. Какие недостатки Вы видите, работая в электронном обучающем курсе?
- a) Сложность восприятия материала с экрана
  - b) Ощущение бесконечности материала (сложность оценки объема изученного материала)
  - c) Избыточность материала при изложении конкретной темы
  - d) Недостаточное количество материала при изложении конкретной темы
  - e) Отсутствие преподавателя
  - f) Другое
10. Есть ли необходимость в перестройке электронного обучающего курса по дисциплине «Теория вероятностей», в котором Вы работаете?
- a) Да, так как определения подаются в очень сложной формулировке
  - b) Да, в существующих редакциях используются не самые удачные примеры
  - c) Да, неудачная форма представления материала
  - d) Ничего менять не нужно
  - e) Другое
11. Как Вы считаете, изучение математической дисциплины в электронном обучающем курсе способствует лучшему усвоению предмета, в сравнении с традиционным обучением?
- a) Да
  - b) Нет
  - c) Другое

## Приложение Е. Акт о внедрении результатов диссертационной работы

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»



660041, РОССИЯ, Красноярск, проспект Свободный, 79  
телефон (391)2-44-82-13, тел./факс (391)2-44-86-25  
http://www.sfu-kras.ru, e-mail: office@sfu-kras.ru

№ \_\_\_\_\_  
на № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по образовательной  
деятельности ФГАОУ ВО «Сибирский  
федеральный университет»

  
Басалаева Светлана Павловна  
«15» февраля 2019 г.



### АКТ

#### о внедрении в учебный процесс результатов диссертационной работы

Настоящим актом подтверждается, что результаты диссертационного исследования Есина Романа Витальевича на тему «Формирование математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» в электронной среде» внедрены в учебный процесс Института космических и информационных технологий по направлениям подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», 09.03.02 «Информационные системы и технологии», 09.03.04 «Программная инженерия».

Методика формирования математической компетентности бакалавров направления подготовки «Информатика и вычислительная техника» на основе индивидуальной образовательной траектории, разработанная Есиным Р.В., реализуется в электронном обучающем курсе по дисциплине «Теория вероятностей» и обеспечивает повышение качества математической подготовки студентов в области информационных технологий.

И.о. директора Института космических  
и информационных технологий



  
А.А. Кытманов