На правах рукописи

Лихачева Алена Олеговна

КОВРЫ И КОВРОВЫЕ ПОДГРУППЫ ГРУПП ШЕВАЛЛЕ ТИПОВ B_l, C_l, F_4

1.1.5 — математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика
(физико-математические науки)

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Красноярск – 2023

Работа выполнена в ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет»

Научный руководитель:
 д-р физ.-мат. наук, профессор, **Нужин Яков Нифантьевич**

Официальные оппоненты:
 Бардаков Валерий Георгиевич, д-р физ.-мат. наук, доцент, ФГБУН «Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук», лаборатория обратных задач математической физики, главный научный сотрудник

 Зенков Виктор Иванович, д-р физ.-мат. наук, профессор, ФГБУН Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук, отдел алгебры и топологии, ведущий научный сотрудник

Ведущая организация:
 ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Томский государственный университет»

Защита состоится 14 сентября 2023 года в 14:00 на заседании диссертационного совета Д 24.2.404.14 при ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет» по адресу: 660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 79/10, ауд. Р8-06.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет» https://www.sfu-kras.ru

Автореферат разослан «___» июля 2023 года.

Ученый секретарь

диссертационного совета Кравцова Ольга Вадимовна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Диссертация посвящена изучению подгрупп групп Шевалле, определяемых системой корней и наборами аддитивных подгрупп.

Далее кольцо коэффициентов K всегда предполагается ассоциативным и коммутативным. По определению набор аддитивных подгрупп кольца K

$$\mathfrak{A} = \{\mathfrak{A}_{ij} \mid 1 \leq i, j \leq n\} \tag{1}$$

с условиями

$$\mathfrak{A}_{ir}\mathfrak{A}_{rj} \subseteq \mathfrak{A}_{ij}, \quad 1 \leq i, r, j \leq n, \tag{2}$$

называется *полным матричным ковром.* Убрав из набора (1) все диагональные подмножества $\mathfrak{A}_{ii}$, мы получим *элементарный матричный ковер.* Всякий элементарный ковер $\mathfrak{A}$ определяет *элементарную ковровую* подгруппу

$$E_n(\mathfrak{A}) = \left\langle t_{ij}(\mathfrak{A}_{ij}) \mid 1 \leq i,\ j \leq n,\ i \neq j \right\rangle \subseteq SL_n(K),$$

где $t_{ij}(u)$ — элементарные трансвекции.

Ковры и ковровые подгруппы нашли различные применения в теории групп. В частности, они применялись при решении следующих задач: описание центральных и коммутаторных рядов, силовских p-подгрупп некоторых матричных групп (Ю. И. Мерзляков [23], 1964 г.); групп, лежащих между матричными группами над кольцом и его подкольцом (Н. С. Романовский [30], 1970 г.); параболических подгрупп и надгрупп диагональных подгрупп в общей и специальной линейных группах (З. И. Боревич [1], [2], 1976 г.).

Понятия ковра и ковровой подгруппы, начиная с 1976 г., переносятся на группы Шевалле разными способами.

Элементарная группа Шевалле типа A_{n-1} над коммутативным кольцом K изоморфна подгруппе специальной линейной группы $SL_n(K)$, порожденной всеми трансвекциями $t_{ij}(u)$, $u \in K$. При этом изоморфизме корневым элементам $x_r(u)$ определенным образом соответствуют трансвекции $t_{ij}(u)$. Учитывая данный изоморфизм, К. Сузуки для каждой системы корней Φ называет ковром типа Φ над кольцом K всякий набор его идеалов $\mathfrak{A} = \{\mathfrak{A}_r \mid r \in \Phi\}$ с условием

$$\mathfrak{A}_r\mathfrak{A}_s \subseteq \mathfrak{A}_{r+s}, \text{ при } r, s, r+s \in \Phi, \tag{3}$$

и описывает в терминах ковровых подгрупп параболические подгруппы групп Шевалле над локальными кольцами с некоторыми ограничениями на их мультипликативные группы [34]. Перенося эти результаты на полулокальные кольца, Н. А. Вавилов называет наборы идеалов с условиями (3) сетями, а затем, описывая параболические подгруппы скрученных групп Шевалле, вводит аналог понятия сети для данных групп [5], [6]. В 1982 В. М. Левчук заменил условия (3) в определении ковра на следующие включения

$$C_{ij,rs}\mathfrak{A}_r^i\mathfrak{A}_s^j \subseteq \mathfrak{A}_{ir+js}, \text{ при } r, s, ir+js \in \Phi,\ i>0,\ j>0, \tag{4}$$

где $C_{ij,rs}$ — структурные константы из коммутаторной формулы Шевалле

$$[x_s(u), x_r(t)] = \prod_{i,j>0} x_{ir+js}(C_{ij,rs}(-t)^i u^i), \quad ir+js \in \Phi, \tag{5}$$

которые могут принимать значения $\pm1, \pm2, \pm3$, а $\mathfrak{A}_r^i = \{a^i \mid a \in \mathfrak{A}_r\}$ [19]. При этом набор $\{\mathfrak{A}_r \mid r \in \Phi\}$ не обязан состоять только из идеалов, его элементами являются аддитивные подгруппы. Данное определение оказалось более естественным и позволило снять возникающие ранее ограничения на мультипликативную группу основного кольца в различных задачах, в частности, при описании параболических подгрупп. Отметим, что в случае, когда в системе корней, ассоциированной с группой Шевалле, все корни имеют одинаковую длину, то условия (3) и (4) совпадают, а также, что З. И. Боревич впервые в работе [3] использовал понятие матричного ковра аддитивных подгрупп при описании подгрупп линейных групп, богатых трансвекциями.

В диссертации *ковром лиева типа* называется набор аддитивных подгрупп

$$\mathfrak{A} = \{\mathfrak{A}_r \mid r \in \Phi\},$$

кольца K с условием (4), а *ковровой подгруппой* группы Шевалле типа Φ — подгруппа

$$E(\Phi, \mathfrak{A}) = \langle x_r(\mathfrak{A}_r) \mid r \in \Phi\rangle.$$

Изначально, определения ковра и ковровой подгруппы возникали как инструмент при вычислении центральных и коммутаторных рядов определенных матричных групп над кольцами, а также при описании различных промежуточных подгрупп в группах Шевалле. Например, при описании параболических подгрупп, надгрупп диагональной подгруппы и групп, лежащих между группами лиева типа над кольцом и его подкольцом. Так же, ковровые подгруппы можно рассматривать как обобщение исходных групп Шевалле и изучать их структуру. Условие ковровости (4) дает следующее полезное свойство ковровых подгрупп: при коммутировании корневых элементов из ковровой подгруппы каждый сомножитель в правой части коммутаторной формулы Шевалле (5) лежит в этой же ковровой подгруппе.

Основополагающими понятиями для ковров являются неприводимость и замкнутость. По определению ковер называется *замкнутым*, если его ковровая подгруппа не содержит новых корневых элементов, и он является *неприводимым*, если все его аддитивные подгруппы ненулевые.

В приложениях ковров и ковровых подгрупп при решении различных задач возникали собственные вопросы ковровой тематики, некоторые из которых решались по мере их поступления, а некоторые остаются открытыми до сих пор. Например, следующие два вопроса В. М. Левчука из коуровской тетради [18].

Вопрос 7.28. *Какие условия на элементарный ковер (в терминах $\mathfrak{A}_r$) необходимы и достаточны для того, чтобы ковровая подгруппа $E(\Phi, \mathfrak{A})$ группы Шевалле $E(\Phi, K)$ пересекалась с подгруппой $x_r(K)$ по $x_r(\mathfrak{A}_r)$?*

Вопрос 15.46. *Редуцируется ли вопрос 7.28 об условиях замкнутости элементарного ковра $\mathfrak{A} = \{\mathfrak{A}_r \mid r \in \Phi\}$ к лиеву рангу 1, когда K — поле? Более точно, верно ли, что для допустимости ковра $\mathfrak{A}$ необходима и достаточна допустимость подковров $\{\mathfrak{A}_\mathfrak{r}, \mathfrak{A}_{-\mathfrak{r}}\}$, $r \in \Phi$ ранга 1?*

Большой вклад в изучение собственно ковров и ковровых подгрупп внесли З. И. Боревич ([1] – [4]), Н. А. Вавилов ([4] – [9]) и В. М. Левчук ([19] – [22]). Последнее время в этом направлении активно работают В.А. Койбаев ([10] – [17], [49]) и Я.Н. Нужин ([24] – [29]).

Целью диссертационной работы является описание неприводимых ковров аддитивных подгрупп лиева типа B_l, C_l, F_4 над полями.

Основные результаты работы.

1. Построены примеры неприводимых незамкнутых ковров любого лиева типа над широкими классами коммутативных колец.

2. Доказано, что любой неприводимый ковер аддитивных подгрупп, ассоциированный с группой Шевалле лиева ранга больше единицы над локально конечным полем, с точностью до сопряжения диагональным элементом совпадает с ковром, все аддитивные подгруппы которого равны некоторому фиксированному подполю основного поля. Аналогичный результат получен для матричного полного ковра.

3. Описаны неприводимые ковры типа B_l, C_l, F_4 при $l \geq 2$ над полем F характеристики 0 и 2, хотя бы одна аддитивная подгруппа которых является R-модулем, в случае, когда F — алгебраическое расширение поля R. Доказано, что такие ковры являются замкнутыми и могут параметризоваться парой аддитивных подгрупп только при $p = 2$, причем для типов B_l и C_l одна из этих двух аддитивных подгрупп может не быть полем.

Методы исследования. В работе используются методы линейной алгебры, методы теории полей, методы теории групп.

Научная новизна. В работе впервые указаны примеры неприводимых незамкнутых ковров любого лиева типа, в которых все подковры ранга 1, за исключением одного, замкнутые. Завершено описание неприводимых ковров ранга больше 1 над полем F, хотя бы одна аддитивная подгруппа которых является R-модулем, где F — алгебраическое расширение поля R, в частности, когда F — локально конечное поле.

Практическая и теоретическая ценность. Результаты диссертации представляют теоретический интерес и могут быть применены в теории групп лиева типа. Вместе с тем, полученные результаты можно ввести в учебный процесс в виде материалов для проведения специальных курсов для студентов, магистрантов и аспирантов кафедры алгебры и математической логики Института математики и фундаментальной информатики Сибирского федерального университета и других университетов и математических центров.

Апробация работы. Основные результаты диссертации обсуждались и докладывались на Красноярском алгебраическом семинаре (Сибирский федеральный университет, 2016–2023 гг.) и следующих конференциях.

1. Международная конференция «Мальцевские чтения» (Новосибирск, 2016 г.).

2. XI школа-конференция по теории групп, посвященная 70-летию со дня рождения А. Ю. Ольшанского (Красноярск, 2016 г.).

3. Российская научная конференция «Алгебра, анализ и смежные вопросы математического моделирования» (Владикавказ, 2017 г.).

4. Международная алгебраическая конференция, посвященная 110-летию со дня рождения профессора А. Г. Куроша (Москва, 2018 г.).

5. Международная конференция «Алгебра и динамические системы», посвященная 110-летию со дня рождения С. Н. Черникова (Нальчик, 2022 г.).

6. XIV Международная школы-конференция по теории групп, посвященная памяти В. А. Белоногова, В. А. Ведерникова и Л. А. Шеметкова (Брянск, 2022 г.).

Публикации. Результаты диссертации опубликованы в работах [35] — [48]. Основные результаты диссертации опубликованы в статьях [35] — [38] в изданиях из перечня ВАК рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертации на соискание ученой степени кандидата наук.

Структура и объем работы.

Работа состоит из введения, трех глав, заключения, глоссария и списка литературы. Главы подразделяются на параграфы. Основные результаты сформулированы в виде теорем. Номер теоремы, леммы и др. включает номер параграфа, главы и порядковый номер. Список цитированной литературы состоит из 42 наименований, а список работ автора по теме диссертации из 14 наименований. Вся работа изложена на 71 страницах и включает в себя 14 рисунков.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Глава 1 содержит основные определения, необходимые для дальнейшей работы. В ней строятся примеры незамкнутых ковров над различными классами коммутативных колец. В **§§ 1.1 – 1.3** приводятся определения ковра, ковровой подгруппы, вводятся необходимые технические леммы. Примеры 1.3.4 и 1.3.5 дают отрицательный ответ на вопрос: *будет ли подгруппа M, порождённая своими пересечениями $M \cap X_r$, $r \in \Phi$, ковровой?* В **§ 1.4** приводится основная теорема главы и её доказательство.

Теорема 1.4.1. *Пусть K — коммутативное кольцо с единицей 1, $\mathbb{Z}$ — его аддитивная подгруппа, порожденная единицей 1, и в K существуют ненулевой идеал I такой, что $\mathbb{Z}+I \neq K$. Тогда для любой системы корней Φ существует неприводимый незамкнутый ковер типа Φ над K.*

Теорема 1.4.1 получена в неразделимом соавторстве с Я.Н. Нужиным и С.К. Франчук (С.К. Куклиной) [35]. Доказательство теоремы для типов B_l, C_l, F_4 проведено автором диссертации лично.

В **главе 2** рассматриваются ковры лиева типа над локально конечными полями. В **§§ 2.1 – 2.2** рассматриваются случаи, когда ранг системы равен 1 и 2. В частности, доказывается базовая лемма, необходимая для доказательства основной теоремы этой главы

Лемма 2.2.1. *Пусть $\{a, b\}$ — фундаментальная система корней для системы корней Φ типа A_2, B_2 или G_2, $\mathfrak{A} = \{\mathfrak{A}_r \mid r \in \Phi\}$ —*

неприводимый ковер типа Φ над локально конечным полем K, причем $1 \in \mathfrak{A}_{-a} \cap \mathfrak{A}_{-b}$. Тогда $\mathfrak{A}_r = P$, $r \in \Phi$, для некоторого подполя P поля K.

В **§ 2.3** рассматривается случай, когда ранг системы больше 2. Здесь же приводится основная теорема главы и её доказательство

Теорема 2.3.1. *Пусть $\mathfrak{A} = \{\mathfrak{A}_r \mid r \in \Phi\}$ — неприводимый ковер типа Φ ранга $l \geq 2$ над локально конечным полем K. Тогда с точностью до сопряжения диагональным элементом из расширенной группы Шевалле $\widehat{E}(\Phi, K)$ все аддитивные подгруппы $\mathfrak{A}_r$, $r \in \Phi$, совпадают с некоторым подполем P поля K, в частности, ковер $\mathfrak{A}$ замкнут.*

Утверждение теоремы 2.3.1 отмечается в [20, следствие 3.2], исключая следующие случаи: 1) Φ типа B_l ($l \geq 2$), C_l ($l \geq 2$), F_4 и $char K$ равна 0 или 2; 2) Φ типа G_2 и $char K$ равна 0, 2 или 3.

В **§ 2.4** рассматриваются полные неприводимые матричные ковры над локально конечными полями. Приводится доказательство теоремы

Теорема 2.4.1. *Пусть $\mathfrak{A} = \{\mathfrak{A}_{ij} \mid 1 \leq i, j \leq n\}$ — полный неприводимый матричный ковер степени $n \geq 2$ над локально конечным полем K. Тогда с точностью до сопряжения диагональным элементом из $GL_n(K)$ все аддитивные подгруппы $\mathfrak{A}_{ij}$, $1 \leq i, j \leq n$, совпадают с некоторым подполем P поля K.*

Теоремы 2.3.1 и 2.4.1 получены в неразделимом соавторстве с В.А. Койбаевым, Я.Н. Нужиным и С.К. Франчук (С.К. Куклиной) [36]. Доказательство теоремы 2.3.1 для типов B_l, C_l, F_4 проведено автором диссертации лично.

Глава 3 посвящена описанию ковров типа B_l, C_l, F_4 над полями. В **§ 3.1** рассматриваются промежуточные подгруппы групп лиева типа. В **§ 3.2** даются все необходимые леммы для доказательства основной теоремы главы. В **§ 3.3** приводится основная теорема главы и ее доказательство.

Теорема 3.3.1. *Пусть $\mathfrak{A} = \{\mathfrak{A}_r \mid r \in \Phi\}$ — неприводимый ковер типа B_l ($l \geq 2$), C_l ($l \geq 2$) или F_4 над полем F, причем хотя бы одна аддитивная подгруппа $\mathfrak{A}_r$ является R-модулем, где F — алгебраическое расширение поля R. Тогда с точностью до сопряжения диагональным элементом либо $\mathfrak{A}_r = P$ при всех $r \in \Phi$, для некоторого подполя P поля F, либо $char F = 2$, существует несовершенное подполе K поля F и*

$$\mathfrak{A}_r = \begin{cases} P, & \text{если } r \text{ — короткий корень} \\ Q, & \text{если } r \text{ — длинный корень} \end{cases}$$

для двух различных бесконечных аддитивных подгрупп P и Q поля K, удовле-

творяющих включениям

$$K^2 \leq Q < P \leq K. \tag{6}$$

и равенствам

$$P = P^{-1}, \quad Q = Q^{-1}. \tag{7}$$

Кроме того, ковер $\mathfrak{A} = \{\mathfrak{A}_r \mid r \in \Phi\}$ *является замкнутым.*

Теорема 3.3.1 получена в неразделимом соавторстве с научным руководителем Я.Н. Нужиным [37]. Случай F_4 рассмотрен автором диссертации лично [38]. Ранее В.М. Левчук [20] описал неприводимые ковры ранга больше 1 над полем F, хотя бы одна аддитивная подгруппа которых является R-модулем, где F — алгебраическое расширение поля R, в предположении, что характеристика поля F отлична от 0 и 2 для типов B_l, C_l, F_4, а для типа G_2 отлична от 0, 2 и 3. Оказалось, что с точностью до сопряжения диагональным элементом все аддитивные подгруппы этих ковров совпадают с одним промежуточным подполем между R и F. Назовем такие ковры *константными.* В этой главе решается аналогичная задача для ковров типа B_l, C_l, F_4 над полем характеристики 0 и 2. Выяснилось, что неконстантные ковры появляются только в характеристике 2 и они параметризуются парой аддитивных подгрупп, причем для типов B_l и C_l одна из этих двух аддитивных подгрупп может не быть полем, примеры таких ковров указаны в [28]. Появление неконстантных ковров для типов B_l, C_l, F_4 в характеристике 2 и для типа G_2 в характеристике 3 не было неожиданностью, это следует из работы Я. Н. Нужина [25], где для данных типов описаны группы, лежащие между группами Шевалле над различными несовершенными полями, большее из которых является алгебраическим расширением меньшего (см. также замечание на стр. 84 в монографии Р. Стейнберга [32], где указаны подгруппы в группе Шевалле, которые параметризуются двумя несовершенными полями). Тип G_2 в характеристиках 0, 2 и 3 рассмотрен в работах [31, 33]. Таким образом, в данной главе завершается описание неприводимых ковров ранга больше 1 над полем F, хотя бы одна аддитивная подгруппа которых является R-модулем, где F — алгебраическое расширение поля R. Для ранга 1 условие ковровости (4) вырождается, а ковровая подгруппа будет изоморфна некоторой подгруппе из $SL_2(F)$ или $PSL_2(F)$, порожденной элементарными трансвекциями, и в этом случае общие методы уже не работают.

Благодарность. Автор выражает искреннюю благодарность своему научному руководителю Нужину Якову Нифантьевичу за неоценимую помощь и активную поддержку на всех этапах выполнения работы. Автор благодарен всему коллективу кафедры алгебры и математической логики Института математики и фундаментальной информатики Сибирского Федерального Университета за внимание и всестороннюю помощь при написании диссертации.

Работа частично поддержана Научно-образовательным математическим центром СОГУ, финансируемым Минобрнауки РФ в рамках мероприятий по созданию и развитию региональных НОМЦ (Соглашение 075-02-2023-939), а работа над теоремой 3.3.1 поддержана Российским научным фондом (код проекта: 22-21-00733).

Список литературы

[1] Боревич З. И. О параболических подгруппах в линейных группах над полулокальным кольцом // Вестник ЛГУ, т. 13 (1976), № 3, с. 16–24.

[2] Боревич З. И. О параболических подгруппах в специальной линейной группе над полулокальным кольцом // Вестник ЛГУ, т. 19 (1976), № 4, с. 29–34.

[3] Боревич З. И. О подгруппах линейных групп, богатых трансвекциями // Записки научных семинаров ЛОМИ АН СССР,т. 75 (1978), с. 22–31.

[4] Боревич З. И., Вавилов Н. А. О подгруппах полной линейной группы над коммутативным кольцом // Доклады АН СССР, т. 267 (1982), с. 777–778.

[5] Вавилов Н. А. О параболических подгруппах групп Шевалле над полулокальным кольцом // Зап. науч. сем. ЛОМИ АН СССР, 75(1978), с. 43–58.

[6] Вавилов Н. А. О параболических подгруппах групп Шевалле скрещенного типа над полулокальным кольцом // Записки научных семинаров ЛОМИ АН СССР, т. 94 (1979), с. 21–36.

[7] Вавилов Н. А., Плоткин Е. Б. Сетевые подгруппы групп Шевалле // Зап. научн. сем. ЛОМИ, т. 94 (1979), с. 40–49.

[8] Вавилов Н. А., Плоткин Е. Б. Сетевые подгруппы групп Шевалле. II. Разложение Гаусса // Зап. научн. сем. ЛОМИ, т. 114 (1982), с. 62–76.

[9] Вавилов Н. А. Весовые элементы групп Шевалле //Алгебра и анализ, т. 20 (2008), № 1, с. 34–85

[10] Дряева Р. Ю., Койбаев В. А. Элементарная сеть, ассоциированная с элементарной группой // Владикавк. матем. журн., т. 18 (2016), № 3, с. 31–34.

[11] Дряева Р. Ю., Койбаев В. А., Нужин Я. Н. Полные и элементарные сети над полем частных кольца главных идеалов // Зап. научн. сем. ПОМИ, т. 455 (2017), с. 42–51.

[12] Койбаев В. А. Сети, ассоциированные с элементарными сетями // Владикавказ: Владикавказский матем. журн., т. 12 (2010), № 4, с. 39–43

[13] Койбаев В. А. Элементарные сети в линейных группах // Труды института математики и механики УрО РАН, т. 17 (2011), № 4, с. 134–141.

[14] Койбаев В. А. Разложение трансвекции в элементарной группе // Журн. СФУ. Сер. Матем. и физ., т. 5 (2012), № 3, с. 388–392

[15] Койбаев В. А. Вложение элементарной сети в промежуток сетей // Зап. научн. сем. ПОМИ, т. 484 (2019), с. 115–120.

[16] Койбаев В. А., Нужин Я. Н. Подгруппы групп Шевалле и кольца Ли, определяемые набором аддитивных подгрупп основного кольца // Фундамент. и прикл. матем., т. 18 (2013), № 1, с. 75–84.

[17] Койбаев В. А., Нужин Я. Н. k-Инвариантные сети над алгебраическим расширением поля k // Сибирский математический журнал, т. 58 (2017), № 1, с. 143–147

[18] Коуровская тетрадь. Нерешенные вопросы теории групп. 18-е изд. Новосибирск: ИМ СО РАН, 2014, 253 с.

[19] Левчук В. М. Параболические подгруппы некоторых ABA-групп. // Матем. заметки, Красноярск, т. 31 (1982), № 4, с. 509–525.

[20] Левчук В. М. О порождающих множествах корневых элементов групп Шевалле над полем // Алгебра и логика, т. 22 (1983), № 5, с. 504-517.

[21] Левчук В. М. Центральные ряды и ряды коммутантов некоторых подгрупп групп Шевалле // Докл. АН СССР, т. 313 (1990), № 4, с. 799–802.

[22] Левчук В. М. Коммутаторное строение некоторых подгрупп групп Шевалле // Укр. мат . журн., т. 44 (1992), № 6, с. 786–795.

[23] Мерзляков Ю. И. Центральные ряды и ряды коммутантов матричных групп // Алгебра и логика. Семинар, т. 3 (1964), № 4, с. 49–59

[24] Нужин Я. Н. Факторизация ковровых подгрупп групп Шевалле над коммутативными кольцами. // Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics, Красноярск, т. 4 (2011), № 4, с. 527–535

[25] Нужин Я. Н. Группы, лежащие между группами Шевалле типа B_l, C_l, F_4, G_2 над несовершенными полями характеристики 2 и 3. // Сиб. матем. журн., т. 54 (2013), № 1, с. 157–162.

[26] Нужин Я. Н. Разложение Леви для ковровых подгрупп групп Шевалле над полем // Алгебра и логика, т. 55 (2016), № 5, с. 558–570.

[27] Нужин Я. Н. Определяющие соотношения для ковровых подгрупп групп Шевалле над полями // Сиб. матем. журн., т. 63 (2022) № 5, с. 1095–1103

[28] Нужин Я. Н., Степанов А.В. Подгруппы групп Шевалле типов B_l и C_l, содержащие группу над подкольцом, и связанные с ними ковры // Алгебра и анализ, т. 31 (2019), № 4, с. 198–224.

[29] Нужин Я. Н., Степанов А.В. Разложение Брюа для ковровых подгрупп групп Шевалле над полями // Алгебра и логика, т. 60 (2021), № 5, с. 497–509

[30] Романовский Н. С. О подгруппах общей и специальной линейных групп над кольцом // Математические заметки, т. 9 (1971), № 6, с. 699–708.

[31] Франчук С. К. О неприводимых коврах аддитивных подгрупп типа G2 над полями характеристики p>0 // Владикавк. матем. журн., т. 22 (2000), № 1, с. 78–84

[32] Стейнберг Р. Лекции о группах Шевалле // Москва: Мир, 1975, 261 с.

[33] Nuzhin Ya. N., Troyanskaya E. N. Irreducible carpets of additive subgroups of type G2 over a field of characteristic 0 // Журн. СФУ. Сер. Матем. и физ., т. 15 (2022), № 5, с. 610–614

[34] Suzuki K., On parabolic subgroups of Chevalley groups over local rings // Tohoku Math. J., vol. 29 (1976), № 1, p. 57–66

Работы автора по теме диссертации
Издания из перечня ВАК

[35] Куклина С. К., Лихачева А. О, Нужин Я. Н О замкнутости ковров лиева типа над коммутативными кольцами // Труды ИММ УрО РАН.— Екатеринбург, т. 21 (2015), № 3, с. 192–197

[36] Койбаев В. А., Куклина С. К., Лихачева А. О, Нужин Я. Н Подгруппы групп Шевалле над локально конечным полем, определяемые набором аддитивных подгрупп // Математические заметки, т. 102 (2017), № 6, с. 857–865.

[37] Лихачева А. О., Нужин Я. Н. Неприводимые ковры лиева типа B_l, C_l и F_4 над полями // Сибирские электронные математические известия, т. 20 (2023), № 1, с. 124–131.

[38] Лихачева А. О. О неприводимых коврах аддитивных подгрупп типа F_4 // Владикавк. матем. журн., т. 25 (2023), № 2, с. 117–123.

Прочие работы автора по теме диссертации

[39] Куклина С. К., Лихачева А. О Примеры незамкнутых ковров аддитивных подгрупп // Молодежь и наука: сборник материалов X Юбилейной Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых с международным участием, посвященной 80-летию образования Красноярского края, Красноярск: СФУ, 2014, с. 76–78 [Электронный ресурс]

[40] Куклина С. К., Лихачева А. О, Нужин Я. Н. Примеры незамкнутых ковров // Алгебра и приложения: труды международной конференции по алгебре, посвященной 100-летию со дня рождения Л. А. Калужнина, Нальчик: издательство КБГУ, 2014, с. 74–77.

[41] Лихачева А. О. О замкнутости ковров типа B_2 над коммутативными кольцами // Сборник материалов международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Молодежь и наука: проспект Свободный- 2015», посвященной 70-летию Великой Победы, Красноярск: СФУ, 2015, с. 13–14. [Электронный ресурс]

[42] Лихачева А. О. О замкнутости ковров аддитивных подгрупп над локально конечным полем //Сборник материалов международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Проспект Свободный - 2016», посвященной Году образования в Содружестве Независимых Государств. «Математика, информатика: алгебра, математическая логика и дискретная математика», Красноярск: СФУ, 2016, с. 42 [Электронный ресурс]

[43] Куклина С. К., Лихачева А. О., Нужин Я. Н. О замкнутости ковров аддитивных подгрупп над локально конечным полем // Тезисы докладов Международной XI школы-конференции по теории групп, посвященной 70-летию А.Ю. Ольшанского, Красноярск: СФУ, 2016, с. 36–37

[44] Куклина С. К., Лихачева А. О., Нужин Я. Н. О неприводимых коврах аддитивных подгрупп над локально конечными полями // Тезисы докладов Международной конференции, Мальцевские чтения, Новосибирск: Издательство Института математики, 2016, с. 93.

[45] Лихачева А. О. О неприводимых коврах аддитивных подгрупп типа F_4 // Сборник тезисов докл. 2-й всероссийской научной конференции «Алгебра, анализ и смежные вопросы математического моделирования», Владикавказ: Северо-Осетинский государственный университет имени К.Л. Хетагурова, 2017, с. 54–55.

[46] Лихачева А. О. О неприводимых коврах аддитивных подгрупп типа F_4 // Тезисы докладов Международной конференции «Алгебра и динамические системы», посвященной 110-летию со дня рождения С.Н. Черникова, Нальчик: Издательство «Принт-центр», 2022, с. 79–80.

[47] Лихачева А. О, Нужин Я. Н. Неприводимые ковры лиева типа B_l, C_l и F_4 над полями // Тезисы докладов XIV Международной школы-конференции по теории групп, посвященной памяти В.А. Белоногова, В.А. Ведерникова и Л.А. Шеметкова, Брянск, 2022, с. 40–41.

[48] Likhacheva A. O. On irreducible carpets of additive subgroups of type F_4 // Тезисы докладов, представленных на международную алгебраическую конференцию, посвященную 110-летию со дня рождения профессора А. Г. Куроша — Москва: издательство МГУ, 2018, с. 250–251.

Другие публикации автора

[49] Икаев С. С., Койбаев В. А., Лихачева А. О. Строение сетей над квадратичными полями // Владикавк. матем. журн., т. 24 (2022), № 3, с. 87–95