На правах рукописи

Коцеева Анна Константиновна

НОВЫЕ КОНСТАНТЫ В ПРЕДТАБЛИЧНЫХ СУПЕРИНТУИЦИОНИСТСКИХ ЛОГИКАХ

01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Красноярск – 2015

Работа выполнена в Государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования города Москвы «Московский городской психолого-педагогический университет»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, доцент
Яшин Александр Данилович

Официальные оппоненты: Одинцов Сергей Павлович,
доктор физико-математических наук, профессор
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук», лаборатория логических систем, ведущий научный сотрудник;

Голованов Михаил Иванович,
кандидат физико-математических наук, доцент
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Сибирский федеральный университет», Институт математики и фундаментальной информатики, доцент;

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Защита диссертации состоится " 29 " мая 2015 года в 11.00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.099.02 при ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет» по адресу: 660041, г. Красноярск, пр. Свободый, 79, ауд. 8-06.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Сибирского федерального университета на сайте http://www.sfu-kras.ru.

Автореферат разослан " " апреля 2015 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета Федченко Дмитрий Петрович

Общая характеристика работы

Актуальность темы. В исследовании какого-либо объекта (или класса объектов) при отыскании существенно новых свойств этого объекта часто применяется метод обогащения, при котором изучаемый объект становится частью другого объекта, при этом новый объект наделяется дополнительными атрибутами — отношениями, функциями и прочее. В некоторых случаях исходный объект представляет собой собственное подмножество нового объекта, в других — новый объект получается лишь заданием на старом дополнительных атрибутов.

Синтаксическим отражением такого обогащения является расширение языка. Утверждения и понятия, записанные на исходном языке, можно назвать *реальными*, а утверждения и понятия, использующие дополнительные атрибуты — *идеальными*. Например, к числу реальных понятий Д. Гильберт относил понятие алгоритмически вычислимой функции. К реальным утверждениям он относил формулы вида $\forall x(f(x) = g(x))$ с вычислимыми функциями f и g. Мотивировка — любой частный случай этого равенства проверяется явно за конечное число шагов.

Пусть $\mathbf{T}$ — базовая теория в базовом языке $\mathcal{S}$. Основа языка $\mathcal{S}$ — реальные понятия; основа теории $\mathbf{T}$ — аксиомы и правила вывода реального языка. Добавление к базовому языку новых символов (например, функциональных, константных, предикатных), иначе говоря, введение в язык $\mathcal{S}$ идеальных понятий, или *экстрапонятий*, расширяет (другими словами — обогащает) его до языка $\mathcal{S}' : \mathcal{S} \subset \mathcal{S}'$. Соответственно, введение в базовую теорию $\mathbf{T}$ дополнительных аксиом (и, возможно, правил вывода) расширяет ее до теории $\mathbf{T}' : \mathbf{T} \subset \mathbf{T}'$. При этом новые аксиомы, или *экстрааксиомы*, отражают свойства экстрапонятий и их взаимосвязь с реальными понятиями. В математике примеров такого рода много. В теории натуральных чисел, например, ряд результатов был получен с помощью теории комплексных чисел. В алгебре примером такого рода является задача о разложении многочлена $x^4 + 1 = 0$ на множители над полем действительных чисел (есть два способа решения: первый подразумевает отыскание комплексных корней, второй — выделение полного квадрата). Примерами из математической логики являются булевы алгебры с операторами, языки более высокого порядка, относительно элементарная определимость и другие.

Заметим, что при произвольном расширении теория $\mathbf{T}'$ может оказаться противоречивой, даже если $\mathbf{T}$ была непротиворечива. Поэтому важнейшее требование для такого расширения теорий — получаемая теория должна быть *консервативна* над исходной теорией, то есть экстрапонятия и новые аксиомы не должны нарушать базовую теорию:

$$\frac{A \in \mathcal{S}, \quad \mathbf{T}' \vdash A}{\mathbf{T} \vdash A}$$

(если утверждение реального языка выводимо в расширенной теории, то и в реальной теории оно должно быть выводимо).

Согласно Гильберту, основное назначение экстрапонятий — получение новых реальных теорем, а также более ясное доказательство уже известных теорем. Иначе говоря, экстрапонятия повышают выразительную силу языка и упрощают доказательства прежних теорем.

Для пропозициональных исчислений экстрапонятиями являются, например, кванторы. Язык первого порядка позволил выразить практически все понятия, нужные для работы в привычных разделах математики. Следствиями такой универсальности стали, например, неразрешимость логики первого порядка, неполнота арифметики, неформализуемость логики второго порядка.

Тем не менее, для решения ряда задач был найден промежуточный вариант — вместо кванторов использовать дополнительные пропозициональные связки, отражающие некоторые свойства кванторов. Известные связки модальной логики $\Box, \Diamond$ являются экстрапонятиями для языка классической двузначной логики.

Однако, классическая двузначная логика не всегда позволяет адекватно моделировать некоторые прикладные задачи (например, в теоретической информатике). В связи с этим возникла необходимость применять и неклассические логики. Первым важнейшим примером таковых является интуиционистская пропозициональная логика (Int), введенная первоначально Л. Э. Я. Брауэром, впоследствии формализованная А. Гейтингом, и истолкованная А. Н. Колмогоровым в работе [11] как логика задач (подробнее об Int см., например, [3]). Кроме того, полезными, по разным соображениям, оказались и расширения Int, названные впоследствии *суперинтуиционистскими* (*с.и.*) логиками.

П. С. Новиков[1] в конце 50-тых годов XX века поставил задачу о новых логических связках как экстрапонятиях для языка со *стандартными логическими связками* $\vee, \wedge, \rightarrow, \neg$. Я. С. Сметанич привел точные формулировки подхода Новикова к понятию новых логических связок в суперинтуиционистских логиках в работах [4, 5].

Одним из примеров, рассмотренных Я. С. Сметаничем, является расширение Int дополнительной одноместной связкой, удовлетворяющей аксиомам

$$\varphi(p) \leftrightarrow \varphi(q);$$
$$\neg\neg\varphi(p);$$
$$\varphi(p) \rightarrow (q \vee \neg q).$$

Первая из трех аксиом показывает, что смысл $\varphi(\cdot)$ не зависит от аргумента, то есть можно рассматривать φ как логическую константу. Кроме того, можно рассматривать не одну, а несколько дополнительных логических констант (помимо стандартных констант 0 «ложь», 1 «истина»).

В настоящей работе будут рассмотрены только дополнительные логические константы. Для этого случая подход Новикова адаптируется следующим образом.

Язык чистой пропозициональной логики основан на пропозициональных переменных $Var = \{p_0, p_1, p_2, \ldots\}$; пропозициональных связках: $\vee, \wedge, \neg, \rightarrow, \leftrightarrow$ (эквиваленция понимается как $p \leftrightarrow q \rightleftharpoons (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$); пропозициональных константах: 0 и 1. Обычным образом строится множество Fm формул этого языка.

Добавим к исходному языку дополнительный набор констант $\overline{\varphi} = \{\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n\}$. Получим класс $Fm(\overline{\varphi})$ формул расширенного языка.

[1] в дальнейшем фамилия «Новиков» будет означать исключительно «П. С. Новиков».

$\overline{\varphi}$-Логикой будем называть множество формул языка $Fm(\overline{\varphi})$, включающее Int и замкнутое относительно правил modus ponens и подстановки. φ-Логика $\mathcal{L}$ называется *консервативным расширением* с. и. логики L, если L включено в $\mathcal{L}$ и для всякой чистой формулы A из $A \in \mathcal{L}$ следует $A \in L$.

$\overline{\varphi}$-Логика $\mathcal{L}$ определяет *новые независимые константы в с. и. логике L*, если $\mathcal{L}$ является консервативной над L и *не допускает присоединения никакого явного соотношения* ни для какой дополнительной константы (явное соотношение — формула вида $\varphi_i \leftrightarrow B$, где B не содержит φ_i). Другими словами, при добавлении явного соотношения к $\mathcal{L}$ нарушается консервативность над L.

$\overline{\varphi}$-Логика $\mathcal{L}$ называется *полным по Новикову расширением* логики L, если $\mathcal{L}$ консервативна над L и *не допускает присоединения* никакой новой формулы (в смысле предыдущего определения).

Проблема Новикова для с. и. логики L формулируется следующим образом:

– построить явные примеры $\overline{\varphi}$-логик, определяющих новые независимые константы для L, и примеры полных $\overline{\varphi}$-логик для L (*проблема минимум*);

– дать исчерпывающее описание семейства полных по Новикову расширений L и выяснить, в каких из них дополнительные константы независимы (*проблема максимум*).

Известно, что семейство с. и. логик имеет мощность континуума [6], поэтому естественным представляется рассмотрение проблемы Новикова для таких с. и. логик, которые по тем или иным причинам уже находились в поле зрения исследователей. В настоящей работе проблема Новикова рассматривается применительно к предтабличным суперинтуиционистским логикам.

Напомним, что *табличной* называют с.и. логику, которая характеризуется конечным числом конечных шкал. *Предтабличной* называют с. и. логику, которая сама табличной не является, но любое ее собственное расширение оказывается табличным.

Из работы [1] известно, что всякая предтабличная суперинтуиционистская логика финитно аппроксимируема. Л. Л. Максимова, используя этот результат, в работе [2] показала, что предтабличных суперинтуиционистских пропозициональных логик ровно три: LC, $L2$, $L3$[2]. Предтабличность первой логики была доказана в [8], остальных двух — в [10].

Цель работы.

1) получение исчерпывающего описания семейства всех полных по Новикову расширений каждой из предтабличных с. и. логик в языке с несколькими дополнительными константами и исследование каждого пополнения на наличие явных соотношений;

2) построение явной аксиоматики гильбертовского типа для указанных расширений исследуемых логик в языке с одной дополнительной константой;

3) исследование каждого из пополнений на алгоритмическую разрешимость;

4) исследование массовой проблемы распознавания консервативности φ-логик над LC, $L2$, $L3$ на предмет алгоритмической разрешимости.

Основные методы исследования. В работе используются общие методы неклассических логик с опорой на псевдобулевы алгебры и их представление частично-упорядоченными множествами, p-морфизмы и подмодели; метод канонических моделей; метод фильтрации для перехода от бесконечных моделей к конечным, критерий Харропа обоснования разрешимости конкретных логик.

Основные результаты диссертации.

1. Для логик LC и $L2$ дано семантическое описание всех полных по Новикову расширений в терминах классов конечных $\overline{\varphi}$-цепей (LC) и конечных $\overline{\varphi}$-вееров ($L2$); для $L3$ подобное описание дано для случая одной константы.

2. Для случая одной константы дана аксиоматика гильбертовского типа для всех полных по Новикову расширений логик LC и $L2$, а также для 4-х полных по Новикову расширений логики $L3$.

[2]Отметим, что для $L2$ и $L3$ используются и другие обозначения: в работе [2] указано, что логика $L2$ эквивалентна логике LP_2, а логика $L3$ эквивалентна логике LQ_3. Логики LP_2 и LQ_3 рассматривались в работе [9]. Здесь мы будем придерживаться обозначений, введенных Л. Л. Максимовой.

3. Для случая одной константы дана установлена алгоритмическая разрешимость каждого пополнения указанных трех с. и. логик, а также алгоритмическая разрешимость проблемы распознавания консервативности.

Научная новизна, теоретическая и практическая ценность. Все результаты диссертации являются новыми. Они носят теоретический характер и могут быть использованы в приложениях неклассических логик.

Практическое применение полученных результатов состоит во внедрении в учебный процесс в виде материала для проведения спецкурсов, связанных с математической логикой, на кафедре алгебры и топологии УдГУ.

Апробация работы. Основные результаты диссертации апробировались на Международной научной конференции «Седьмые Смирновские чтения по логике» (Москва, 2011 г.); Всероссийской научной конференции с международным участием «Технологии информатизации профессиональной деятельности (в науке, образовании и промышленности)— ТИПД–2011» (Ижевск, 2011г.); Международных конференциях серии «Алгебра и математическая логика» (Казань, 2011, 2014 гг.); Международных конференциях серии «Мальцевские чтения» (Новосибирск, 2011, 2012, 2013 гг.); Международной конференции «Алгебра и логика: теория и приложения» (Красноярск, 2013 гг.). Они докладывались на Красноярском алгебраическом семинаре (2014г).

Основные публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах [13–23] и включают статьи [13–15] в изданиях из перечня, рекомендованного ВАК.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав по 3 параграфа, списка литературы, включающего 50 наименований. Общее число страниц диссертации — 84. Номер теоремы, леммы и др. включают последовательно номер главы, параграфа и порядковый номер в параграфе. Для примеров, определений, замечаний предусмотрена отдельная нумерация, которая включает номер главы, номер параграфа и порядковый номер примера, определения, замечания в параграфе соответственно. Некоторые параграфы разбиты на пункты, пронумерованные по порядку в каждом параграфе отдельно. Используются обозначения: $\rightleftharpoons$ — «по определению равносильно»; := — «по определению равно»; $[1, m]$ — натуральные числа от 1 до m включительно.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность выбранной темы диссертационной работы, приведены базовые определения, дан краткий исторический обзор исследуемых вопросов.

В **первой главе** приведены необходимые сведения о метаматематике $\overline{\varphi}$-логик. Результаты, полученные в процессе работы, приведены с их доказательствами.

В § 1.1 приведены сведения из метаматематики чистых с.и. логик.

В § 1.2 приведена семантическая характеризация предтабличных суперинтуиционистских логик в терминах шкал Крипке. Приведены утверждения о строении шкал, являющихся моделями логик LC (предложение 1.2.1) и $L2$ (предложение 1.2.3). Доказано аналогичное утверждение для $L3$ (предложение 1.2.5).

В § 1.3 основные метаматематические понятия и результаты переносятся на $\overline{\varphi}$-язык. Формально обосновывается корректность постановки проблемы полноты по Новикову для произвольной логики L (теорема 1.3.1). Для произвольных конечных $\overline{\varphi}$-шкал описана методика (основана на материалах работы [12]), которая позволяет исследовать конечные $\overline{\varphi}$-шкалы на наличие явных соотношений. Рассмотрены примеры $\overline{\varphi}$-шкал как с наличием, так и с отсутствием явных соотношений.

Вторая глава посвящена классификации полных $\overline{\varphi}$-расширений предтабличных суперинтуиционистских логик.

В § 2.1 показано, что любая консервативная над LC $\overline{\varphi}$-логика включена в некоторую $\overline{\varphi}$-логику, задаваемую конфинальным классом[3] конечных $\overline{\varphi}$-цепей (теорема 2.1.1 и следствия 2.1.4, 2.1.5). Таким образом, для отыскания примеров полных по Новикову расширений LC достаточно рассматривать конфинальные классы конечных $\overline{\varphi}$-цепей.

[3] класс называется *конфинальным* если в нем есть цепи сколь угодно большой длины; класс вееров (даймондов) конфинален, если он содержит веера F_k (даймонды D_k) для сколь угодно больших k).

В работе [7] для построения полных по Новикову $\overline{\varphi}$-расширений логики LC используется *метод наростов*. В настоящей работе вместо понятия «нарост» мы используем его цветовой аналог — «прототип», поэтому описание полных по Новикову $\overline{\varphi}$-расширений логики LC с несколькими константами дается в терминах прототипов.

Прототипом $\mathcal{C}$ называется конечная $\overline{\varphi}$-цепь, в которой все точки имеют попарно различные цвета. Из данного прототипа $\mathcal{C}$ строится класс $[\mathcal{C}]_\infty := \{\mathcal{C}_k \mid k \in \omega\}$, где $\mathcal{C}_k$ получено из $\mathcal{C}$ дублированием корня в k экземплярах.

Классификацию полных по Новикову расширений логики LC устанавливают сформулированные в п. 2 § 2.1

Теорема 2.1.6 (А). *Всякое консервативное $\overline{\varphi}$-расширение логики Даммета включено в $\mathcal{L}([\mathcal{C}]_\infty)$ для некоторого прототипа $\mathcal{C}$.*

Теорема 2.1.6 (Б). *Если $\mathcal{C}_1$ и $\mathcal{C}_2$ — неизоморфные прототипы, то $\overline{\varphi}$-логики, определяемые этими прототипами, несовместны над LC, то есть их объединение порождает неконсервативную над LC $\overline{\varphi}$-логику.*

Описание попарно неизоморфных прототипов $\overline{\varphi}$-цепей с одной и с двумя константами дано в п. 3 § 2.1. С помощью методики, приведенной в предложении 1.3.6, эти прототипы проанализированы на наличие явных соотношений.

В § 2.2 установлено, что для отыскания примеров полных по Новикову расширений $L2$ достаточно рассматривать конфинальные классы конечных $\overline{\varphi}$-вееров (теорема 2.2.1 и следствие 2.2.7, предложение 2.2.8) и приведен следующий результат.

Предложение 2.2.8. *Полные по Новикову расширения логики $L2$ в языке с несколькими константами характеризуются подходящими конфинальными классами $\overline{\varphi}$-вееров.*

Для наглядного описания таких расширений $L2$ в п. 2 § 2.2 вводится понятие прототипа.

Прототипом $\mathcal{F}$ будем называть $\overline{\varphi}$-веер, все максимальные точки которого имеют разные цвета.

Классификационная теорема 2.2.13 для полных по Новикову расширений $L2$ получена в нераздельном соавторстве с А. Д. Яшиным и опубликована в статье [13].

В п. 3 § 2.2 рассматриваются примеры пополнений с. и. логики $L2$ с одной и с двумя константами, анализируется наличие явных соотношений в них.

В § 2.3 рассматриваются расширения логики $L3$ в языке с одной константой. Установлено, что для отыскания примеров полных по Новикову расширений $L3$ в $Fm(\varphi)$ достаточно рассматривать конфинальные классы конечных φ-даймондов (теорема 2.3.1 и следствие 2.3.6).

В п. 2 § 2.3 введены в рассмотрение пять классов φ-даймондов, на соответствующих φ-шкалах каждого из которых определенным образом задано значение константы φ, определяющее так называемый «цветовой тип класса»: «φ — нигде», «φ — везде», «φ — в топе», «φ — везде, кроме корня», «φ — везде в среднем слое, кроме единственной точки». φ-Логики этих классов обозначены $\mathcal{L}^1$, $\mathcal{L}^2$, $\mathcal{L}^3$, $\mathcal{L}^4$, $\mathcal{L}^5$ соответственно.

Классификацию полных по Новикову расширений логики $L3$ описывают следующие две теоремы:

Теорема 2.3.8. *Любая консервативная над* $L3$ *φ-логика включена в одну из пяти φ-логик* $\mathcal{L}^1$, $\mathcal{L}^2$, $\mathcal{L}^3$, $\mathcal{L}^4$, $\mathcal{L}^5$.

Теорема 2.3.9. *φ-Логики* $\mathcal{L}^1$, $\mathcal{L}^2$, $\mathcal{L}^3$, $\mathcal{L}^4$, $\mathcal{L}^5$ *попарно несравнимы.*

Таким образом, семейство полных по Новикову расширений L3 состоит в точности из $\mathcal{L}^1$, $\mathcal{L}^2$, $\mathcal{L}^3$, $\mathcal{L}^4$, $\mathcal{L}^5$.

Результаты § 2.3 опубликованы автором в работе [15].

В **третьей главе** дается явная аксиоматика гильбертовского типа для каждого из указанных расширений соответствующей предтабличной суперинтуиционистской логики в языке с одной константой, рассмотрены вопросы разрешимости и алгоритмической проблемы распознавания консервативности полных по Новикову расширений предтабличных суперинтуиционистских логик.

Аксиоматика полных по Новикову расширений предтабличных суперинтуиционистских логик приведена § 3.2.

Для полных по Новикову φ-логик, описанных в главе 2, заданы свои исчисления на основе соответствующих исчислений $LC(\varphi)$, $L2(\varphi)$, $L3(\varphi)$. Установлена корректность каждого такого исчисления (теорема 3.2.1, теорема 3.2.3, теорема 3.2.9).

Доказана полнота каждого исчисления на основе соответствующих исчислений $LC(\varphi)$, $L2(\varphi)$, $L3(\varphi)$ относительно соответствующих характеристических классов φ-шкал.

Теорема 3.2.2. *Пусть A — произвольная формула.*
Если A общезначима в классе φ-цепей типа «φ — нигде», то $\mathcal{I}_1 \vdash A$.
Если A общезначима в классе φ-цепей типа «φ — везде», то $\mathcal{I}_2 \vdash A$.
Если A общезначима в классе φ-цепей типа «φ — только в топе», то $\mathcal{I}_3 \vdash A$.

Здесь $\mathcal{I}_1 = LC(\varphi) + \neg\varphi$ (класс «φ — нигде»); $\mathcal{I}_2 = LC(\varphi) + \varphi$ (класс «φ — везде»); $\mathcal{I}_3 = LC(\varphi) + \neg\neg\varphi + \varphi \to (A \vee \neg A)$ (класс «φ — только в топе»).

Теорема 3.2.7. *Пусть A — произвольная формула. Для каждого $k \in [1,5]$ выполнено следующее: если $\boldsymbol{\mathcal{F}}^k \models A$, то $\mathcal{I}_k \vdash A$.*

Здесь $\mathcal{I}_1 = L2(\varphi) + \neg\varphi$ (класс $\boldsymbol{\mathcal{F}}^1$ вееров типа «φ — нигде»); $\mathcal{I}_2 = L2(\varphi) + \varphi$ (класс $\boldsymbol{\mathcal{F}}^2$ вееров типа «φ — везде»); $\mathcal{I}_3 = L2(\varphi) + \neg\neg\varphi + \varphi \to (A \vee \neg A)$ (класс $\boldsymbol{\mathcal{F}}^3$ вееров типа «φ — во всех точках крыши»); $\mathcal{I}_4 = L2(\varphi) + \varphi \to (A \vee \neg A) + \neg\varphi \to (A \vee \neg A) + (\varphi \to (A \vee B)) \to ((\varphi \to A) \vee (\varphi \to B))$; (класс $\boldsymbol{\mathcal{F}}^4$ вееров типа «φ — в единственной точке крыши»); $\mathcal{I}_5 = L2(\varphi) + \varphi \to (A \vee \neg A) + \neg\varphi \to (A \vee \neg A) + (\neg\varphi \to (A \vee B)) \to ((\neg\varphi \to A) \vee (\neg\varphi \to B))$ (класс $\boldsymbol{\mathcal{F}}^5$ вееров типа «φ — во всех точках крыши, кроме одной»).

Теорема 3.2.12. *Пусть A — произвольная формула. Для каждого $k \in [1,4]$ выполнено следующее: если $\boldsymbol{\mathcal{D}}^k \models A$, то $\mathcal{I}_k \vdash A$.*

Здесь $\mathcal{I}_1 = L3(\varphi) + \neg\varphi$; $\mathcal{I}_2 = L3(\varphi) + \varphi$;$\mathcal{I}_3 = L3(\varphi) + \neg\neg\varphi + \varphi \to (A \vee \neg A)$; $\mathcal{I}_4 = L3(\varphi) + \neg\neg\varphi + \varphi \to bd_2 + (A \vee (A \to \varphi))$; $\boldsymbol{\mathcal{D}}^k$ — соответствующий класс φ-даймондов.

Результаты п. 1 § 3.2 анонсированы в [22], результаты п. 2 § 3.2 опубликованы в статье [14].

В § 3.3 рассмотрены вопросы разрешимости полных по Новикову расширений предтабличных суперинтуиционистских логик и алгоритмическая проблема распознавания консервативности полных по Новикову расширений предтабличных суперинтуиционистских логик.

φ-Логика $\mathcal{L}$ называется *разрешимой*, если существует алгоритм, который по произвольной формуле $A \in Fm(\varphi)$ определяет, $A \in \mathcal{L}$ или $A \notin \mathcal{L}$.

Теорема 3.3.1. *Все полные по Новикову расширения предтабличной суперинтуиционистской логики* L *в языке* $Fm(\varphi)$ *являются разрешимыми.*

Под проблемой *распознавания консервативности* будем понимать следующую массовую проблему:

пусть L — одна из логик LC, $L2$, $L3$. Для произвольной $A \in Fm(\varphi)$, является ли φ-логика $L + A$ консервативным расширением логики L?

Теорема 3.3.2. *Проблема распознавания консервативности расширений каждой предтабличной суперинтуиционистской логики в языке* $Fm(\varphi)$ *алгоритмически разрешима.*

Результаты § 3.3 анонсированы в [19] и [23].

Список литературы

[1] Кузнецов, А.В. О суперинтуиционистских логиках и финитной аппроксимируемости / А.В. Кузнецов, В.Я. Герчиу // Доклады АН СССР. — 1970. — Т. 195, № 5. — С. 1029–1032. (Исправление опечаток: там же. — 1971. — Т. 199, №6. — С. 1222.)

[2] Максимова, Л.Л. Предтабличные суперинтуиционистские логики / Л.Л. Максимова // Алгебра и логика. — 1972. — Т. 11, № 5. — С. 558–570.

[3] Плиско, В.Е. Интуиционистская логика /В.Е.Плиско, В.Х. Хаханян. — М.: Изд-во при мех.-мат. ф-те МГУ, 2009. — 159 с.

[4] Сметанич, Я.С. О полноте исчисления высказываний с дополнительной операцией от одной переменной / Я.С. Сметанич // Труды Московского математического общества. — 1960. Т. 9. — С. 357–371.

[5] Сметанич, Я.С. Об исчислениях высказываний с дополнительной операцией / Я.С. Сметанич // Доклады АН СССР. — 1961. Т. 139, № 2. — С. 309–312.

[6] Янков, В.А. Построение последовательности сильно независимых суперинтуиционистских пропозициональных исчислений / В.А. Янков // Доклады АН СССР. — 1968. Т. 181, № 1. — С. 33–34.

[7] Яшин, А.Д. О новых константах в двух предтабличных суперинтуиционистских логиках / А.Д. Яшин // Алгебра и логика. — 2011. Т. 50, № 2. — С. 246–267.

[8] Dunn, J.M. Algebraic completeness results for Dummet's LC and its extensions / J.M. Dunn, R.K. Meyer // Zeitschr. math. Log. und Grundl. Math. 1971. Vol. 17. P. 225–230.

[9] Hosoi, T. On intermediate logics, I / T. Hosoi // J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Sec. 1. 1967. № 14. P. 293–312.

[10] Hosoi, T. The intermediate logics of the second slice / T. Hosoi, H. Ono // J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Sec. 1. 1970. №. 17. P. 457–461.

[11] Kolmogoroff, A.N. Zur Deutung der Intuitionistischen Logik / A.N. Kolmogoroff. Math. Ztschr. 1932. Bd. 35. P. 58-65 (рус. пер.: К толкованию интуиционистской логики. — В кн.: Колмогоров, А.Н. Избр. тр. Математика и механика/ А.Н. Колмогоров. — М.: Наука, 1985. — С. 142–148).

[12] Yashin, A.D. New intuitionistic logical constants and Novikov completeness / A.D. Yashin // Stud. Log. 1999. Vol. 63. № 2. P. 151–180.

Работы автора по теме диссертации

[13] Яшин, А.Д. Новые константы в суперинтуиционистской логике $L2$ / А.Д. Яшин, А.К. Кощеева // Матем. заметки. — 2013. Т. 94, № 6. — С. 918–932.

[14] Кощеева, А.К. Аксиоматика полных по П.С. Новикову расширений суперинтуиционистской логики $L2$ в языке с одной дополнительной константой / А.К. Кощеева // Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки. — 2014. — № 3. — С. 28–39.

[15] Кощеева, А.К. Новая константа в суперинтуиционистской логике $L3$ / А.К. Кощеева // Алгебра и логика. — 2015 Т. 54, № 1. — С. 94–113.

[16] Яшин, А.Д. Новые константы в суперинтуиционистской логике $L2$ / А.Д. Яшин, А.К. Кощеева // Седьмые Смирновские чтения по логике: материалы междунар. науч. конф. (Москва, 22–24 июня 2011 г.). — М.: Соврем. тетради, 2011. — С. 43–45.

[17] Кощеева, А.К. Новая константа в суперинтуиционистской логике $L2$: аксиоматика / А.К. Кощеева // Алгебра и математическая логика: материалы междунар. конф., посвящ. 100-летию со д. р. проф. В.В. Морозова, и молод. шк. конф. «Совр. пробл. алг. и матем. логики» (Казань, 25–30 сент. 2011 г.). — Казань: КФУ, 2011. — С. 117–119.

[18] Кощеева, А.К. Новая константа в суперинтуиционистской логике $L3$ / А.К. Кощеева // Международная конференция «Мальцевские чтения», посв. 60-летию со д.р. С.С. Гончарова (11–14 октября 2011 г.): тез. докл. — Новосибирск: ИМ СО РАН. 2011. — С. 137.

[19] Кощеева, А.К. Об алгоритмической проблеме распознавания консервативных расширений суперинтуиционистской логики $L2$ с дополнительными константами / А.К. Кощеева // Технол. информ-и проф. деят-ти (в науке, обр. и пром-ти) – ТИПД-2011: тр. 3 Всерос. науч. конф. с междунар. участием (Ижевск, 8–12 ноября 2011 г.). — Ижевск: Удмурт. ун-т, 2011. Т. 1. — С. 49–50.

[20] Кощеева, А.К. Аксиоматика полных по П.С. Новикову расширений суперинтуиционистской логики $L2$ в языке с одной дополнительной константой/ А.К. Кощеева // Электрон. сб. тез. докл. междунар. конф. «Мальцевские чтения» (12–16 ноября 2012 г.). — Новосибирск: ИМ СО РАН, 2012. — С. 151.

[21] Кощеева, А.К. Новые константы в суперинтуиционистской логике $L3$ / А.К. Кощеева // Алгебра и логика: теория и приложения: тез. докл. междунар. конф., посвящ. памяти В.П. Шункова (Красноярск, 21–27 июля 2013 г.). — Красноярск: Сиб. фед. ун-т, 2013. — С. 77–78.

[22] Кощеева, А.К. Аксиоматика полных по П.С. Новикову расширений суперинтуиционистской логики $L1$ в языке с несколькими дополнительными константами / А.К. Кощеева // Электрон. сб. тез. докл. междунар. конф. «Мальцевские чтения» (Новосибирск, 11–15 ноября 2013 г.). — Новосибирск: ИМ СО РАН, 2013. — С. 50.

[23] Кощеева, А.К. Об алгоритмической проблеме распознавания консервативных расширений предтабличных суперинтуиционистских логик с дополнительными константами / А.К. Кощеева // Материалы междунар. конф. «Алгебра и математическая логика: теория и приложения», (Казань, 2–6 июня 2014 г.) и сопут. мол. летн. шк. «Вычислимость и вычислимые структуры». — Казань: КФУ, 2014. — С. 86.