На правах рукописи

Феклистов Сергей Викторович

О ФЕНОМЕНЕ ГАРТОГСА ДЛЯ ПОЧТИ ОДНОРОДНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ МНОГООБРАЗИЙ СО СПЕЦИАЛЬНОЙ КОМПАКТИФИКАЦИЕЙ

1.1.1 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ
(физико-математические науки)

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Красноярск – 2023

Работа выполнена в ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет»

Научный руководитель:

канд. физ.-мат. наук, **Щуплев Алексей Валерьевич**

Официальные оппоненты:

Каледин Дмитрий Борисович, д-р физ.-мат. наук, профессор РАН, ФГБУН «Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук», отдел алгебраической геометрии, ведущий научный сотрудник

Степанова Мария Александровна, канд. физ.-мат. наук, ФГБОУ ВО «Московский государственный университет» имени М.В. Ломоносова, отделение математики, кафедра теории функций и функционального анализа, ассистент

Ведущая организация:

ФГАОУ ВО «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»

Защита состоится 14 сентября 2023 года в 15:30 на заседании диссертационного совета 24.2.404.14 при ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет» по адресу: 660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 79/10, ауд. Р8-06.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет» https://www.sfu-kras.ru

Автореферат разослан «___» июля 2023 года.

Ученый секретарь

диссертационного совета Кравцова Ольга Вадимовна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ [1]

Актуальность темы. Теория продолжения аналитических объектов (в частности, голоморфное продолжение голоморфных функций) в случае размерности больше 1 существенно отличается от соответствующей теории в одном переменном. Многомерный комплексный анализ выделился в отдельную область исследований, в первую очередь, благодаря работе Гартогса [32] (1906 г.). Один из основных результатов Гартогса — это утверждение об устранении компактных особенностей голоморфных функций в областях комплексного пространства $\mathbb{C}^n$, где $(n > 1)$ [32].

Теорема. *Пусть Ω — область в $\mathbb{C}^n, n > 1$, K — компакт в Ω такой, что $\Omega \setminus K$ является связным. Тогда гомоморфизм ограничения $\mathcal{O}(\Omega) \to \mathcal{O}(\Omega \setminus K)$ является изоморфизмом.*

Наиболее известное доказательство этой теоремы использует теорию интегральных представлений Бохнера и Мартинелли [12, 44, 45]. Другое известное доказательство основано на работе Эренпрайза о разрешении $\bar{\partial}$-задачи с компактными носителями для $\mathbb{C}^n$ [25] (см. также [35, с. 30]). Еще одно доказательство принадлежит Фичера (1957 г.), которое основано на решении задачи Дирихле для голоморфных функций нескольких переменных [26]. Существует также геометрическое доказательство теоремы Гартогса, основанное на методах теории Морса [46].

Можно выделить следующие направления для обобщения классической теоремы Гартогса:

1. Голоморфное продолжение CR-объектов (к примеру, CR-функций, определенных на границе относительно компактной области в $\mathbb{C}^n$) (см., к примеру, [5, 6, 17, 18, 21, 38, 41]).

2. Устранение компактных особенностей решений систем дифференциальных уравнений (см. [25, 31, 36, 54, 55]).

3. Устранение компактных особенностей голоморфных отображений (см. [3, 4, 30, 64]).

4. Устранение компактных особенностей сечений аналитических пучков на комплексных аналитических пространствах (к примеру, пучков голоморфных функций) (см. обзор со ссылками в главе 1, параграф 1.1).

[1] Работа выполнена при поддержке Красноярского математического центра, финансируемого Минобрнауки РФ (Соглашение 075-02-2023-936)

В диссертации исследуется феномен устранения компактных особенностей для голоморфных функций в некоторых комплексных аналитических пространствах.

Определение 1.1. *Пусть X — некомпактное связное комплексное аналитическое пространство и $\mathcal{O}_X$ — пучок голоморфных функций на X.*

- *Пусть $W \subset X$ — открытое и связное множество (т.е. область) и $K \subset W$ — компакт. Назовем пару (K, W) парой Гартогса, если $W \setminus K$ связно.*
- *Будем говорить, что пара Гартогса (K, W) допускает феномен Гартогса, если гомоморфизм ограничения*

$$\mathcal{O}_X(W) \to \mathcal{O}_X(W \setminus K)$$

  является изоморфизмом.
- *Будем говорить, что комплексное аналитическое пространство X допускает феномен Гартогса, если каждая пара Гартогса (K, W) допускает феномен Гартогса.*

В диссертации рассматриваются только приведенные, неприводимые комплексные аналитические пространства, которые будем называть комплексными аналитическими многообразиями.

Возникает естественный вопрос: при каких условиях связное некомпактное комплексное аналитическое многообразие допускает феномен Гартогса?

Ж.-П. Серр (в 1953 году) сформулировал когомологическое условие при котором многообразие X допускает феномен Гартогса, а именно, тривиальность $H^1_c(X, \mathcal{O}_X)$ — первой группы когомологий с компактными носителями с коэффициентами в структурном пучке [62]. В работе Серра рассматривались только неособые многообразия Штейна, но используемая когомологическая техника допускает применение в более общей ситуации. В работе Харви [33] (1969) и в работе Банич и Станасила [11, 10] (1969, 1976) используется данная когомологическая техника для доказательства некоторых утверждений об устранении компактных особенностей сечений когерентных аналитических пучков на многообразиях Штейна.

В случае структурного пучка на неособом комплексном многообразии когомологическое условие Серра допускает трактовку в терминах $\bar{\partial}$-задачи, так как $H^1_c(X, \mathcal{O}_X) \cong H^{0,1}_c(X)$ (где справа стоит группа когомологий Дольбо с компактными носителями). Это позволяет применить технику Эренпрайза для устранения компактных особенностей голоморфных функций (см., к примеру, [35]).

Если комплексное многообразие имеет особенности, то также можно применить метод Эренпрайза, но с некоторыми изменениями и с дополнительными условиями на многообразие. Существует несколько подходов и соответствующих результатов в этом направлении:

1. Разрешение особенностей нормальных когомологически $(n-1)$-полных многообразий и применение некоторых стандартных теорем о поведении пучков и их групп когомологий при собственных голоморфных отображениях [19, 20, 60, 61] (2008-2009).

2. Применение L^2-теории для $\bar{\partial}$-операторов на нормальных когомологически $(n-1)$-полных многообразиях [58, 59, 53] (2011-2014) и на кэлеровых многообразиях [50, 51, 52] (2007-2012).

3. Использование метода интегральных формул Коппельмана и теории вычетных потоков для $\bar{\partial}$-уравнений на многообразиях Штейна [8, 9] (2011-2012).

В случае нормальных многообразий Штейна существует также метод специальных аналитических полиэдров Бишопа и оболочек голоморфности (Росси [57] (1963 год), Лауфер [39] (1966)). Кроме того, Меркер и Портен использовали метод аналитических дисков и теорию Морса в случае нормальных $(n-1)$-полных многообразий [47] (2007-2009 г.)

Кроме штейновых или $(n-1)$-полных комплексных многообразий, феномен Гартогса изучался в расслоениях и в некоторых алгебраических G-многообразиях. В работе [23] Двилевич изучает феномен Гартогса и $\bar{\partial}$-задачу в комплексных локально тривиальных расслоениях, а в [24] он полностью описал векторные расслоения над комплексными торами, в которых имеет место феномен Гартогса. В торических многообразиях вопрос об устранении компактных особенностей голоморфных функций, вероятно, впервые изучался в работах Марчиняк [42, 43] (2009-2011). Позже в 2021 году, в работе автора (совместно с А. В. Щуплевым)[75] был получен выпукло-геометрический критерий для произвольных торических многообразий. В 2022 году этот результат был обобщен автором в более общую ситуацию (в частности, для сферических многообразий) в работе [74].

Сферические (в частности, торические) многообразия представляют собой частный случай почти однородных комплексных аналитических G-многообразий.

Пусть X — комплексное аналитическое многообразие, G — связная комплексная группа Ли, действующая голоморфно на X. Многообразие X с заданной на нем структурой голоморфного действия группы G будем называть комплексным аналитическим G-многообразием.

Определение 2.5. *Комплексное аналитическое G-многообразие X называется почти однородным, если X имеет открытую G-орбиту Ω.*

Отметим, что открытая G-орбита является единственной и связной, а дополнение $E = X \setminus \Omega$ является аналитическим подмножеством в X [7, Section 1.7, Proposition 4].

Понятие почти однородного комплексного аналитического G-многообразия было введено Реммертом и ван де Веном [56], которое является обобщением понятия однородного G-многообразия (для последних, $E = \varnothing$).

Каждое сферическое (в частности, торическое) многообразие является $(b, 0)$-компактифицируемыми многообразием (где b — число связных компонент в дополнении к многообразию в некоторой подходящей его компактификации) в смысле определения 1.4.

Определение 1.2. *Пусть $\mathcal{F}$ — пучок $\mathbb{C}$-векторных пространств на топологическом пространстве X. Иррегулярностью пучка $\mathcal{F}$ называется число*

$$\sigma(X, \mathcal{F}) := \dim_{\mathbb{C}}(H^1(X, \mathcal{F})).$$

Если X — комплексное аналитическое многообразие, то его иррегулярностью называется число $\sigma(X) := \sigma(X, \mathcal{O}_X)$.

Пусть $\mathcal{C}$ — некоторая подкатегория категории комплексных аналитических многообразий (например, подкатегория многообразий с нормальными особенностями или подкатегория G-многообразий).

Определение 1.4. *Пусть X — некомпактное комплексное аналитическое многообразие из категории $\mathcal{C}$. Пусть X' — компактное комплексное аналитическое многообразие из категории $\mathcal{C}$. Будем говорить, что многообразие X является (b, σ)-компактифицируемым при помощи X', если в категории $\mathcal{C}$ существуют открытое комплексное подмногообразие $U \subset X'$ и биголоморфизм $i\colon X \cong U$, причем выполняются следующие условия:*

1) *$X' \setminus U$ — собственное аналитическое подмножество, имеющее b связных компонент;*

2) *$\sigma(X') = \sigma$.*

В той или иной форме понятие компактифицируемого многообразия хорошо известно. К примеру, в работе [37] (1977 г.) вводится понятие мероморфной структуры на некомпактном неособом комплексном многообразии (это класс бимероморфной эквивалентности неособых компактификаций этого многообразия); некомпактное многообразие вместе с мероморфной структурой называется компактифицируемым комплексным многообразием.

Заметим, что в категории всех алгебраических многообразий любое многообразие допускает компактификацию (теорема Нагаты, см. [49]); более того, если многообразие является неособым, то разрешение особенностей позволяет выбрать компактификацию неособой.

Пусть $\mathcal{C}$ — категория всех алгебраических многообразий, оснащенных алгебраическим действием алгебраической группы G. В некоторых ситуациях задача о компактифицируемости многообразий в категории $\mathcal{C}$ также решена. К примеру, если группа G является редуктивной, то нормальное G-многообразие допускает нормальную G-эквивариантную компактификацию (Сумихиро, см. [65]). Если G — произвольная группа, то нормальное квазипроективное G-многообразие допускает нормальную G-эквивариантную компактификацию (Брион, см. [15]).

Как правило, мы не будем упоминать выбранную категорию $\mathcal{C}$, но примем следующее соглашение: если X является нормальным (соответственно неособым, соответственно G-многообразием), то X' также является нормальным (соответственно неособым, соответственно G-многообразием) и в случае G-многообразий — отображение i является G-эквивариантным.

Иногда мы будем писать «(b, σ)-компактифицируемость» вместо «(b, σ)-компактифицируемость при помощи», если не имеет значения, при помощи какого многообразия производится компактификация, либо если это ясно из контекста.

Целью диссертации является изучение феномена продолжения Гартогса для (1,0)-компактифицируемых нормальных почти однородных комплексных алгебраических G-многообразий (где G – редуктивная группа Ли), а также получение выпукло-геометрического критерия в сферических многообразиях, и в таких частных случаях, как орисферические многообразия, торические многообразия.

К **основным результатам** диссертации относятся следующие.

1. Получен когомологический критерий феномена Гартогса в некомпактных связных на границе комплексных аналитических многообразиях, допускающих открытое вложение в некоторое топологическое пространство, причем структурный пучок является сужением некоторого пучка $\mathbb{C}$-векторных пространств с нулевой иррегулярностью. В частности, установлен критерий феномена Гартогса для $(1, 0)$-компактифицируемых комплексных многообразий.

2. В случае нормальных $(1, 0)$-компактифицируемых почти однородных алгебраических G-многообразий, где G — редуктивная группа Ли, получен критерий в терминах доминантных характеров максимального алгебраического тора группы G.

3. В случае сферических многообразий получен выпукло-геометрический критерий в терминах цветных вееров. Также рассмотрен случай орисферических и торических многообразий.

Основные методы исследования. В диссертации используются методы комплексного и функционального анализа (теорема единственности для голоморфных функций, теорема Хариш-Чандра о разложении в ряд Фурье в пространствах Фреше), методы гомологической алгебры и теории пучков (точная последовательность относительных групп когомологий, лемма вырезания, точная последовательность групп когомологий для пары пространств), методы теории представлений редуктивных групп Ли (каноническое разложение на непреводимые представления алгебры регулярных функций), методы выпуклой геометрии (решетки, системы корней, конус нормирований, цветные вееры).

Научная новизна. Основные результаты диссертации являются новыми.

Теоретическая и практическая ценность. Результаты, полученные автором, являются теоретическими. Их ценность состоит в том, что они могут быть использованы в многомерном комплексном анализе, в комплексной аналитической и алгебраической геометрии. Практическое применение полученных результатов состоит в их внедрении в учебный процесс в виде материала для проведения специальных курсов по современным проблемам многомерного комплексного анализа кафедры теории функций Института математики и фундаментальной информатики Сибирского федерального университета.

Апробация диссертации. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались:

1) на VIII школе-конференции «Алгебры Ли, алгебраические группы и теория инвариантов» (Москва, 27 января – 1 февраля 2020);

2) на семинаре по многомерному комплексному анализу (Семинар Витушкина) (Москва, 10 марта 2021, 2 марта 2022);

3) на десятой летней математической школе «Алгебра и геометрия» (Ярославль, 24 – 31 июля 2021);

4) на Конференции международных математических центров мирового уровня. Секция «Комплексный анализ» (Сочи, 9 – 13 августа 2021);

5) на IX школе-конференции «Алгебры Ли, алгебраические группы и теория инвариантов» (Самара, 21 – 26 августа 2021);

6) на Второй конференции Математических центров России. Секция «Алгебраическая геометрия» (Москва, 7 – 11 ноября 2022);

7) на Конференции по математическому анализу и дифференциальным уравнениям (Армения, г. Цахкадзор, 19 – 23 сентября 2022);

8) на Красноярском городском семинаре по многомерному комплексному анализу и алгебраической геометрии (Красноярск, 18 февраля 2021, 29 сентября 2022).

Публикации и личный вклад. Основные результаты опубликованы в двух научных статьях и 5 тезисах докладов. Статья [75] опубликована в журнале, индексируемом в наукометрической базе данных SCOPUS и Web of Sciences. Ее результаты получены в соавторстве с А.В. Щуплевым, в диссертации это частные случаи Теоремы 1.1 и Теоремы 3.6 для торических многообразий (частный случай Теоремы 3.6 оформлен в тексте как Следствие 3.10). Все остальные результаты диссертации получены автором самостоятельно, в том числе опубликованные в [74] в издании из Перечня рекомендованных ВАК.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 97 страниц, включая 6 рисунков. Список литературы содержит 107 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В **первой главе** приведен краткий обзор результатов о классической теореме Гартогса и ее обобщениях, введены все необходимые определения и доказывается когомологический критерий феномена Гартогса. Полученные результаты применяются к $(1, 0)$-компактифицируемым многообразиям.

Основными инструментами первой главы являются точная последовательность относительных групп когомологий, лемма вырезания (см. [10] или [29]), теорема единственности для голоморфных функций.

Для каждого компакта $K \subset X$ определим его топологическую оболочку $\mu(K)$ как объединение компакта K со всеми связными относительно компактными компонентами в $X \setminus K$ (см. [68], [28, Chapter VII, Section D], [48, pp. 234-236]).

Определение 1.3. *Комплексное аналитическое многообразие X называется связным на границе, если для каждого компакта $K \subset X$ множество $X \setminus \mu(K)$ является связным (т.е. $(\mu(K), X)$ — пара Гартогса).*

Сформулируем первый основной результат диссертации.

Теорема 1.1. *Пусть X — некомпактное комплексное аналитическое многообразие. Предположим, что выполняются следующие условия:*

1) *X связно на границе;*

2) *$\mathcal{O}_X = i^{-1}\mathcal{F}'$ для некоторого открытого вложения $i\colon X \hookrightarrow X'$ в топологическое пространство X' и некоторого пучка $\mathbb{C}$-векторных пространств $\mathcal{F}'$ на X' с нулевой иррегулярностью.*

Многообразие X допускает феномен Гартогса тогда и только тогда, когда $H^1_c(X, \mathcal{O}_X) = 0$.

Для (1,0)-компактифицируемых многообразий получаем следующий результат, являющийся следствием длинной точной последовательности групп когомологий для пары пространств [16, Chapter II, Section 10.3]:

Следствие 1.2. *Пусть X — $(1,0)$-компактифицируемое комплексное аналитическое многообразие, X' — соответствующая компактификация. Многообразие X допускает феномен Гартогса тогда и только тогда, когда*

$$\mathcal{O}_{X'}(Z) \cong \mathbb{C},$$

где $Z := X' \setminus X$.

Вторая глава посвящена нормальным (1,0)-компактифицируемым почти однородным алгебраическим G-многообразиям и феномену Гартогса в них. В ней приводятся необходимые сведения из теории редуктивных и компактных групп Ли и их рациональных представлений.

Рассматриваются только нормальные почти однородные алгебраические G-многообразия, на которых алгебраически действует связная комплексная редуктивная группа Ли G (заметим, что всякая связная комплексная редуктивная группа Ли имеет единственную структуру линейной алгебраической группы с тривиальным унипотентным радикалом).

Пусть G — связная комплексная редуктивная группа Ли с вещественной компактной формой K, Ω — комплексное алгебраическое однородное G-многообразие и $\mathbb{C}[\Omega]$ — алгебра регулярных функций на Ω. Пусть $W \subset \Omega$ — K-инвариантная область. Тогда из теоремы Хариш-Чандра о разложении в ряд Фурье [7, Section 5.1, Theorem 5] следует, что алгебра $\mathbb{C}[\Omega]$ всюду плотна в $\mathcal{O}_\Omega(W)$ (см. [7, Section 5.3, Theorem 2]). Этот факт допускает следующее обобщение на случай почти однородных многообразий.

Лемма 2.6. *Пусть W — K-инвариантная область в нормальном почти однородном алгебраическом G-многообразии X, пересекающая каждый G-стабильный дивизор X. Тогда пространство $\mathbb{C}[X]$ всюду плотно в $\mathcal{O}_X(W)$.*

Отметим, что если X не имеет G-стабильных дивизоров, то $codim(X \setminus \Omega) \geq 2$. Поэтому $\mathbb{C}[X] \cong \mathbb{C}[\Omega]$, $\mathcal{O}_X(W) \cong \mathcal{O}_X(W \cap \Omega)$, и лемма также справедлива.

Данная лемма обобщает известный факт из многомерного комплексного анализа о том, что любая голоморфная функция в полной области Рейнхарта $W \subset \mathbb{C}^n$ с центром в нуле допускает разложение в степенной ряд вида $\sum\limits_{I \in \mathbb{Z}^n_{\geq 0}} a_I z^I$, равномерно сходящийся на компактах в этой области (где $I = (i_1, \cdots, i_n)$, $z^I = z_1^{i_1} \cdots z_n^{i_n}$).

Пусть X — некомпактное нормальное почти однородное алгебраическое G-многообразие, G — комплексная редуктивная алгебраическая группа. По теореме Сумихиро [65] и по свойству универсальности нормализации, многообразие X допускает нормальную G-эквивариантную компактификацию X'. Обозначим $Z := X' \setminus X$ и предположим, что X является (1,0)-компактифицируемым при помощи X'.

Пусть $\mathcal{G}(X')$ — множество G-стабильных простых дивизоров X'. Определим следующее многообразие

$$Y_0 := X' \setminus \bigcup_{D \in \mathcal{G}(X'), D \subset X} D. \tag{2.1}$$

Очевидно, что многообразие Y_0 является нормальным, открытым по Зарисскому алгебраическим подмногообразием в X', являющимся почти однородным относительно группы G. Заметим также, что $Z \subset Y_0$.

Пусть $\mathbb{C}[Y_0]$ — алгебра регулярных функций на Y_0. Используя лемму 2.6 и факт существования базы системы окрестностей множества Z, состоящей из K-инвариантных открытых множеств (лемма 2.5), получаем, что канонический гомоморфизм

$$\mathbb{C}[Y_0] \to \mathcal{O}_{X'}(Z)$$

является инъективным и имеет всюду плотный образ. Таким образом, получаем следующий результат.

Теорема 2.3. *Пусть G — связная комплексная редуктивная группа Ли, X — нормальное (1,0)-компактифицируемое почти однородное алгебраическое*

G-многообразие, X' — соответствующая компактификация, Y_0 — многообразие, определенное формулой (2.1). Многообразие X допускает феномен Гартогса тогда и только тогда, когда $\mathbb{C}[Y_0] = \mathbb{C}$.

Сформулируем весовой критерий феномена Гартогса. Напомним, что рациональное представление V редуктивной группы G допускает следующее разложение на неприводимые представления:

$$V \cong \bigoplus_{\lambda \in \mathfrak{X}_+(T)} V_\lambda^{(B)} \otimes V(\lambda),$$

где $\mathfrak{X}_+(T)$ — множество доминантных характеров максимального алгебраического тора $T \subset B \subset G$ (B — некоторая фиксированная борелевская подгруппа), $V(\lambda)$ — неприводимое представление группы G, соответствующее характеру λ, $V_\lambda^{(B)} := \{v \in V \mid b.v = \lambda(b)v\}$ — множество B-полуинвариантов, соответствующих характеру λ (см. раздел 2.2.1). Подпространство векторов, инвариантных относительно B, обозначим стандартным образом: V^B.

Так как алгебра регулярных функций $\mathbb{C}[Y_0]$ является рациональным представлением группы G [13, Lemma 1.5], то получаем следующее каноническое разложение

$$\mathbb{C}[Y_0] \cong \bigoplus_{\lambda \in \mathfrak{X}_+(T)} \mathbb{C}[Y_0]_\lambda^{(B)} \otimes V(\lambda).$$

Определение 2.8. *Пусть X — почти однородное алгебраическое G-многообразие, где G — комплексная редуктивная группа Ли. Определим весовой моноид многообразия X следующим образом:*

$$\Lambda_+(X) := \{\lambda \in \mathfrak{X}_+(T) \mid \mathbb{C}[X]_\lambda^{(B)} \neq 0\}.$$

Заметим, что если $\Omega \cong G/H$, то $\mathbb{C}[Y_0]^B \subset \mathbb{C}[\Omega]^B \cong \mathbb{C}[G]^{B\times H} = \mathbb{C}$, так как G/B — проективное многообразие. Тогда $\mathbb{C}[Y_0]^B = \mathbb{C}$.

Сформулируем второй основной результат диссертации.

Теорема 2.4. *Пусть G — связная комплексная редуктивная группа Ли, X — нормальное (1,0)-компактифицируемое почти однородное алгебраическое G-многообразие, X' — соответствующая компактификация, Y_0 — многообразие, определенное формулой (2.1). Многообразие X допускает феномен Гартогса тогда и только тогда, когда $\Lambda_+(Y_0) = 0$.*

Помимо многообразия Y_0 полезно также рассматривать многообразие Y_1, которое определяется следующим образом. Пусть $\mathcal{OG}_k(X')$ — множество всех

G-орбит в X' коразмерности k, и

$$\mathcal{OG}(X') := \bigcup_{k=1}^{\dim X'} \mathcal{OG}_k(X').$$

Тогда определим

$$Y_1 := X' \setminus \bigcup_{O \in \mathcal{OG}(X'), \overline{O} \subset X} O, \tag{2.2}$$

где $\overline{O}$ — замыкание G-орбиты O в X'.

Многообразие Y_1 также является открытым по Зарисскому в X' и является нормальным почти однородными G-многообразием, кроме того, $Z \subset Y_1$.

Имеются канонические изоморфизм $\mathbb{C}[Y_0] \cong \mathbb{C}[Y_1]$ и биекция между множествами простых B-стабильных дивизоров Y_0 и Y_1, т.е. $\mathcal{B}(Y_0) = \mathcal{B}(Y_1)$ (где через $\mathcal{B}(Y_i)$ обозначено множество всех простых B-стабильных дивизоров многообразия Y_i). Все доказанные выше утверждения для Y_0 справедливы также для Y_1.

В **третьей главе** используются результаты главы 2 (а именно, теорема 2.4) для получения выпукло-геометрического критерия феномена Гартогса в сферических многообразиях. Также этот критерий применяется к некоторым орисферическим и торическим многообразиям.

Сферическое G-многообразие — это нормальное почти однородное алгебраическое G-многообразие, где G — комплексная редуктивная алгебраическая группа, причем борелевская подгруппа $B \subset G$ действует на X с открытой орбитой.

К сферическим многообразиям относятся: аффинное пространство $\mathbb{A}^n$ (однородно относительно общей аффинной группы GA_n), проективное пространство $\mathbb{P}^n$ (однородно относительно GL_{n+1}), комплексифицированная сфера $S^n = SO_n/SO_{n-1}$, грассманианы $Gr_k(\mathbb{P}^n)$ и многообразия флагов (однородны относительно GL_{n+1}), пространство невырожденных коник $Q_n = PGL_{n+1}/PO_{n+1}$, пространство $(m \times n)$-матриц ранга r (однородно относительно $GL_m \times GL_n$). Отметим, что сферические однородные многообразия естественным образом возникают в теории представлений компактных групп Ли [1] и в исчислительной геометрии [67]. Подробнее о сферических многообразиях, другие ссылки и связанные с ними темы см. в [2, 40, 66, 67].

Открытой орбите Ω соответствует весовая решетка M, которая определяется как $M := \{\lambda \in \mathfrak{X}(T) \mid \mathbb{C}(\Omega)^{(B)}_\lambda \neq 0\}$, и двойственная весовая решетка, определяемая как $N := Hom(M, \mathbb{Z})$. Обозначим $M_\mathbb{R} := M \otimes \mathbb{R}$ и $N_\mathbb{R} := N \otimes \mathbb{R}$.

Определим следующую мультипликативную подгруппу в $\mathbb{C}(\Omega) \setminus \{0\}$:

$$\mathbb{C}(\Omega)^{(B)} := \{f \in \mathbb{C}(\Omega) \setminus \{0\} \mid \exists \lambda \in \mathfrak{X}(T) : b.f = \lambda(b)f, \forall b \in B\}.$$

Имеет место изоморфизм групп $\mathbb{C}(\Omega)^{(B)}/\mathbb{C}^* \cong M$, заданный по формуле $\mathbb{C}(\Omega)^{(B)}_\lambda \ni f \to \lambda \in M$.

Определим конус нормирований (подробности см. [27, Sections 4, 10] или [66, Chapter 4 and Appendix B]). Пусть $v\colon \mathbb{C}(\Omega) \setminus \{0\} \to \mathbb{Q}$ — дискретное $\mathbb{Q}$-значное нормирование. Нормирование v называется G-инвариантным, если $v(g.f) = v(f)$ для всех $f \in \mathbb{C}(\Omega)$ и $g \in G$. Множество G-инвариантных нормирований поля $\mathbb{C}(\Omega)$ обозначается через $\mathcal{V}(\Omega)$.

Можно рассматривать множество $\mathcal{V}(\Omega)$ как подмножество в $N_{\mathbb{Q}}$ [27, Corollary 4.9]. Оно является конечно-порожденным выпуклым рациональным конусом максимальной размерности [27, Corollary 10.6] и называется конусом нормирований Ω. Обозначим через $\mathcal{V}_{\mathbb{R}}(\Omega)$ конус, порожденный множеством $\mathcal{V}(\Omega)$ в $N_{\mathbb{R}}$.

Каждое сферическое многообразие с открытой G-орбитой Ω кодируется цветным веером — набором строго выпуклых конусов (цветных конусов) в вещественном векторном пространстве, которые имеют общую вершину и пересекаются в пределах конуса нормирований только вдоль общих граней (подробности см. в разделе 3.1). Будем обозначать через Σ_X цветной веер, соответствующий многообразию X, а через X_Σ сферическое многообразие, соответствующее цветному вееру Σ.

Многие свойства сферических многообразий могут быть сформулированы на языке цветных вееров. Перечислим некоторые примеры этого соответствия ([27, 66, 67]):

1. Существует биекция между множеством G-орбит многообразия X_Σ и множеством цветных конусов соответствующего цветного веера Σ.

2. Свойство компактности многообразия X_Σ эквивалентно полноте соответствующего веера (т.е. носитель $|\Sigma| := \bigcup\limits_{(\sigma,\mathcal{F})\in\Sigma} \sigma$ содержит конус $\mathcal{V}_{\mathbb{R}}(\Omega)$).

3. Эквивариантная компактификация многообразия X_Σ соответствует пополнению цветного веера Σ цветными конусами до некоторого полного цветного веера Σ'.

4. Если $X_{\Sigma'}$ — эквивариантная компактификация X_Σ, то множество

$$Z := X_{\Sigma'} \setminus X_\Sigma$$

допускает описание на языке вееров (лемма 3.7). Если $O(\sigma,\mathcal{F})$ — G-орбита, соответствующая цветному конусу $(\sigma,\mathcal{F}) \in \Sigma'$, то имеем:

$$Z = \bigcup_{(\sigma,\mathcal{F})\in\Sigma'\setminus\Sigma} O(\sigma,\mathcal{F}).$$

Так как для компактного сферического многообразия $X_{\Sigma'}$ группа когомологий $H^1(X_{\Sigma'}, \mathcal{O}_{X'_\Sigma})$ тривиальна [14, Corollaire 1], то любое сферическое G-многообразие X_Σ является $(b, 0)$-компактифицируемым при помощи $X_{\Sigma'}$ для некоторого полного цветного веера Σ', где b число связных компонент дополнения $X_{\Sigma'} \setminus X_\Sigma$. Заметим, что $b = 1$ тогда и только тогда, когда $\mathcal{V}_\mathbb{R}(\Omega) \setminus |\Sigma|$ связно (лемма 3.8). Следовательно, получаем

Предложение 3.2. *Пусть X_Σ — некомпактное сферическое G-многообразие с цветных веером Σ. Тогда следующие утверждения эквивалентны:*

1) X_Σ является (1,0)-компактифицируемым;

2) $\mathcal{V}_\mathbb{R}(\Omega) \setminus |\Sigma|$ связно.

Рассмотрим сферическое многообразие Y_1, определенное выше (по формуле (2.2)). Цветной веер этого многообразия устроен следующим образом (лемма 3.9):

$$\Sigma_{Y_1} = \{(\tau, \mathcal{F}') \in \Sigma' \mid (\tau, \mathcal{F}') \text{ — цветная грань цветного конуса из } \Sigma' \setminus \Sigma\}.$$

Носитель цветного веера Σ_{Y_1} в пределах конуса нормирований устроен следующим образом (лемма 3.10): $|\Sigma_{Y_1}| \cap \mathcal{V}_\mathbb{R}(\Omega) = \overline{\mathcal{V}_\mathbb{R}(\Omega) \setminus |\Sigma|}$.

Пусть X_Σ — некомпактное сферическое G-многообразие с открытой G-орбитой Ω и открытой B-орбитой O, причем $\mathcal{V}_\mathbb{R}(\Omega) \setminus |\Sigma|$ связно. Пусть $X_{\Sigma'}$ — компактное сферическое G-многообразие, являющееся компактификацией X_Σ.

Опишем весовой моноид $\Lambda_+(Y_1)$ многообразия Y_1. Во-первых, каждому B-стабильному дивизору $D \in \mathcal{B}(Y_1)$ соответствует нормирование

$$v_D \colon \mathbb{C}(\Omega) \setminus \{0\} \to \mathbb{Z}.$$

В свою очередь, нормирование v_D определяет точку в двойственной весовой решетке $a_D \in N = Hom(M, \mathbb{Z})$ по формуле $\langle a_D, \lambda \rangle := v_D(f)$ для $f \in \mathbb{C}(\Omega)^{(B)}_\lambda$.

Рассмотрим конус $L := \{\lambda \in M_\mathbb{R} \mid \langle a_D, \lambda \rangle \geq 0, \forall D \in \mathcal{B}(Y_1)\}$. Описание множества B-полуинвариантных векторов алгебры $\mathbb{C}[Y_1]$ (лемма 3.11) влечет, что $\Lambda_+(Y_1) = L \cap M$.

Рассмотрим конус $C := \mathbb{R}_{\geq 0}\langle a_D \mid D \in \mathcal{B}(Y_1)\rangle$ в пространстве $N_\mathbb{R}$. Заметим, что $C^\vee = L$, где $C^\vee$ — двойственный конус к конусу C.

Следующая лемма описывает конус C в терминах носителя веера Σ и векторов, соответствующих B-стабильным дивизорам открытой G-орбиты Ω.

Лемма 3.12. $C = \mathbb{R}_{\geq 0}\langle \overline{\mathcal{V}_\mathbb{R}(\Omega) \setminus |\Sigma|} \cup \{a_D \mid D \in \mathcal{B}(\Omega)\}\rangle$.

Наконец, получаем следующий выпукло-геометрический критерий, являющийся третьим основным результатом.

Теорема 3.6. *Пусть X_Σ — некомпактное сферическое G-многообразие с открытой G-орбитой Ω и с цветным веером Σ таким, что $\mathcal{V}_\mathbb{R}(\Omega) \setminus |\Sigma|$ является связным множеством. Многообразие X_Σ допускает феномен Гартогса тогда и только тогда, когда*

$$\mathbb{R}_{\geq 0}\langle\overline{\mathcal{V}_\mathbb{R}(\Omega) \setminus |\Sigma|} \cup \{a_D \mid D \in \mathcal{B}(\Omega)\}\rangle = N_\mathbb{R}.$$

В частности, пусть X_Σ — некомпактное орисферическое многообразие с открытой G-орбитой Ω. Пусть U — унипотентный радикал борелевской подгруппы B, S — множество простых корней относительно B и $S^\vee$ — множество двойственных простых корней. Пусть H — стабилизатор некоторой точки $o \in \Omega$, причем $H \supset U^-$. Рассмотрим параболическую подгруппу $P \supset B$ такую, что $P^- = N_G(H)$. Напомним, что параболические подгруппы, содержащие фиксированную борелевскую подгруппу B, параметризуются подмножествами простых корней $I \subset S$. Пусть I — подмножество S, соответствующее параболической подгруппе P.

Инъективное отображение $\iota\colon M_\mathbb{R} \hookrightarrow \mathfrak{X}(T) \otimes \mathbb{R}$ индуцирует сюръективное отображение

$$\iota^*\colon \mathfrak{X}^*(T) \otimes \mathbb{R} \twoheadrightarrow N_\mathbb{R} := N \otimes \mathbb{R}.$$

Так как $\mathcal{V}_\mathbb{R}(\Omega) = \mathbb{N}_\mathbb{R}$ и $\{a_D \mid D \in \mathcal{B}(\Omega)\} = \{\iota^*(\alpha^\vee) \mid \alpha \in S \setminus I\}$ (см. [66, Section 28.1]), то получаем

Следствие 3.6. *Пусть X_Σ — некомпактное орисферическое G-многообразие с открытой G-орбитой Ω и с цветным веером Σ таким, что $N_\mathbb{R} \setminus |\Sigma|$ является связным множеством. Многообразие X_Σ допускает феномен Гартогса тогда и только тогда, когда*

$$\mathbb{R}_{\geq 0}\langle\overline{N_\mathbb{R} \setminus |\Sigma|} \cup \iota^*((S \setminus I)^\vee)\rangle = N_\mathbb{R},$$

где $(S \setminus I)^\vee = \{\alpha^\vee \mid \alpha \in S \setminus I\}$.

Кроме того, почти все однородные сферические G-многообразия допускают феномен Гартогса. А именно,

Следствие 3.7. *Любое некомпактное сферическое однородное G-многообразие допускает феномен Гартогса, за исключением $\mathbb{C}^* \times G/P^-$.*

Наиболее простой вариант выпукло-геометрического критерия доставляет теория торических многообразий. Торическое многообразие является орисферическим многообразием, где $G = T$ — алгебраический тор, $B = T$, $U = \{e\}$, $H = \{e\}$, $\Omega = G/H = T$, $S = \emptyset$, $N = \mathfrak{X}(T), M = \mathfrak{X}^*(T)$.

Следствие 3.10. *Пусть X_Σ — некомпактное торическое многообразие с веером Σ таким, что $N_\mathbb{R} \setminus |\Sigma|$ является связным множеством. Многообразие X_Σ допускает феномен Гартогса тогда и только тогда, когда*

$$\mathbb{R}_{\geq 0}\langle\overline{N_\mathbb{R} \setminus |\Sigma|}\rangle = N_\mathbb{R}.$$

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю Щуплеву Алексею Валерьевичу за постановку задачи и внимание к работе. Автор признателен постоянным участникам Красноярского городского семинара по многомерному комплексному анализу и алгебраической геометрии за многократные полезные обсуждения и замечания о результатах диссертации.

Список литературы

[1] Винберг Э. В., Кимельфельд Б. Я. *Однородные области на флаговых многообразиях и сферические подгруппы полупростых групп Ли*//Функц. анализ и его прил., т. 12 (1978), № 3, с. 12 – 19.

[2] Винберг Э. В., Попов В. Л. *Об одном классе квазиоднородных аффинных многообразий*//Изв. АН СССР. Сер. мат., т. 36 (1972), № 4, с. 749—764

[3] Ивашкович С. М. *Феномен Гартогса для голоморфно выпуклых кэлеровых многообразий*// Изв. АН СССР. Сер. матем., т. 50 (1986), вып. 4, с. 866 – 873.

[4] Adaxi K., Suzuki M., Ioshida M. *Continuation of holomorphic mappings with values in complex Lie group* // Pacif. J. Math., v. 47 (1973), № 1, pp. 1 – 4.

[5] Ajzenberg L.A., Dautov Sh.A. *Differential forms orthogonal to holomorphic functions or forms, and their properties (russ.)*//Novosibirsk: Nauka 1975 [Engl. transl.: Providence, Rhode Island: Am. Math. Soc. 1983].

[6] Ajrapetjan R.A., Henkin G.M. *Integral representations of differential forms on Cauchy-Riemann manifolds and the theory of CR-functions (russ.)*// Usp. Mat. Nauk, Vol. 39 (1984), pp. 39 – 106 [Engl. transl.: Russ. Math. Surv., Vol. 39, pp. 41 – 118 (1984)].

[7] Akhiezer D. *Lie Group Actions in Complex Analysis.* Aspects of Mathematics, Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden, 1995, vii+204 p.

[8] Andersson M., Samuelsson H. *A Dolbeault-Grothendieck lemma on complex spaces via Koppelman formulas*//Invent. Math., Vol 190 (2012), № 2, pp. 261 – 297.

[9] Andersson M., Samuelsson H. *Weighted Koppelman formulas and the $\bar{\partial}$-equation on an analytic space*// Journal of Functional Analysis, Vol.261 (2011), № 3, pp. 777 – 802.

[10] Bănică, C., Stănăsilă O. *Algebraic Methods in the Global Theory of Complex Spaces.* New York: Wiley& Sons, 1976, 296 pp.

[11] Bănică, C., Stănăsilă O. *Some results on the extension of analytic entities defined out of a compact*//Annali Sc. Norm. Sup. Pisa, (1971), № 25, pp. 347 – 376.

[12] Bochner S. *Analytic and meromorphic continuation by means of Green's formula*// Ann. of Math., Vol. 44 (1943), № 2, pp. 652-673.

[13] Brion M. *Introduction to actions of algebraic groups*//Les cours du CIRM 1:1, 2010, pp. 1 – 22.

[14] Brion M. *Une extension du theóremè de Borel-Weil*//Math. Ann., (1990), № 286, pp. 655 – 660.

[15] Brion M. *Algebraic group actions on normal varieties*//Trans. Moscow Math. Soc. Vol. 78 (2017), pp. 85 – 107.

[16] Bredon G. E. *Sheaf Theory.* Springer-Verlag, New York, 1997, 502 p.

[17] Brudnyi A. *Hartogs type theorems on coverings of Stein manifolds*//International Journal of Mathematics, Vol. 17 (2006), № 3, pp. 339 – 349.

[18] Chirka E. M. *Analytic representation of CR-functions*//Mat.Sb., Vol. 98, (1975), № 4, pp. 591 – 623.

[19] Coltoiu M., Ruppenthal J. *On Hartogs' extension theorem on $(n-1)$-complete complex spaces*//J. reine angew. Math., (2009), № 637, pp. 41 – 47.

[20] Coltoiu M. *A supplement to a theorem of Merker and Porten: a short proof of Hartogs extension theorem for $(n-1)$-complete complex spaces*//Preprint 2008 arXiv:0811.2352, 3 p.

[21] Dwilewicz R., Merker J. *On the Hartogs-Bochner Phenomenon for CR Functions in $P_2(C)$* //Proceedings of the American Mathematical Society, Vol. 130 (2002), № 7, pp. 1975 – 1980.

[22] Dwilewicz R. *Additive Riemann–Hilbert Problem in Line Bundles Over* $\mathbb{CP}^1$//Canad. Math. Bull., Vol. 49 (2006), № 1, pp. 72 – 81.

[23] Dwilewicz R. *Holomorphic extensions in complex fiber bundles*//J. Math. Anal. Appl., Vol. 322 (2006), pp. 556 – 565.

[24] Dwilewicz R. *Holomorphic extensions and theta functions on complex tori*//Monatsh Math., (2013), № 169, pp. 145 – 160.

[25] Ehrenpreis L. *A new proof and an extension of Hartogs theorem*//Bull. Amer. Math. Soc., (1961), № 67, pp. 507 – 509.

[26] Fichera G. *Caratterizazione della traccia, sulla frontiera di un campo, di una funzione analitica di pie variabili complesse*//Rend. Accad. Naz. Lincei.Vol. VIII, (1957), № 23, pp. 706 – 715.

[27] Gandini J. *Embeddings of Spherical Homogeneous Spaces*// Acta Mathematica Sinica, Vol. 24 (2018), № 3, pp. 299 – 340.

[28] Gunning R. C., Rossi H. *Analytic Functions of Several Complex Variables.* Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. 1965, 329 p.

[29] Godement R. *Topologie algébrique et théorie des faisceaux.* Hermann, Paris, 1998, 283 p.

[30] Griffiths P. *Two Theorems on Extensions of Holomorphic Mappings*//Inventiones math., Vol. 14 (1971), p. 27 – 62.

[31] Grušin V. V. *Solutions with isolated singularities for partial differential equations with constant coefficients*// Tr. Mosk. Mat. Obs., Vol. 15. (1966), pp. 262 – 278.

[32] Hartogs F. *Einige Folgerungen aus der Cauchyschen Integralformel bei Funktionen mehrerer Veränderlichen*// Sitzungsber. Köngl. Bayer. Akad. Wissen, (1906), № 36, pp. 223 – 242.

[33] Harvey R. *The theory of hyperjunctions on totally real subset of a complex manifolds with applications to extension problems*//Am. J. of math., (1969), № 91, pp. 853 – 873.

[34] Humphreys J. E. *Linear algebraic groups.* Graduate Texts in Mathematics, 21, Springer-Verlag, New York Inc., 1998, 274 pp.

[35] Hörmander L. *An Introduction to Complex Analysis in Several Variables.* Princeton, New Jersey: D. Van Nostrand Comp., 1966, 279 p.

[36] Kaneko A. *On Hartogs type continuation theorem for regular solution of linear partial differential equations with constant coefficients*//J. Fac. Sci. Univ. Tokyo. Sect. IA. Math. Vol. 35 (1988), pp 1 – 26.

[37] Kawamata Y. *On Deformations oI Compactifiable Complex Manifolds* //Proc. Japan Acad., Vol. 53 (1977), pp. 106 – 109.

[38] Kytmanov A., Myslivets S., Tarkhanov N. *Removable singularities of CR-functions on singular boundaries*//Math. Z. Vol. 242 (2002), pp. 491 – 515.

[39] Laufer H.B. *Some remarks about a theorem of Hartogs*//Proc. AMS., Vol. 17 (1966), № 6, pp. 1244 – 1249.

[40] Luna D., Vust Th. *Plongements d'espaces homogenes*//Comment. Math. Helv., Vol. 58 (1983), № 2, pp. 186 – 245.

[41] Lupacciolu G. *Some global results on extension of CR-objects in complex manifolds*//Trans. Amer. Math. Soc., Vol. 321 (1990), pp. 761-774.

[42] Marciniak M. A. *Holomorphic extensions in toric varieties: Doctoral Dissertations, Ph. D. in Mathematics*//Missouri University of Science and Technology, 2009. — 147 p.

[43] Marciniak M. A. *Holomorphic extensions in smooth toric surfaces*//Mathematica Josephina, Inc., (2011), № 22, pp. 911 – 933.

[44] Martinelli E. *Alcuni teoremi integrali per le funzioni analitiche di pie variabili complesse*// Mem. della R. Accad. d'ltalla., (1938), № 9, pp. 269 – 283.

[45] Martinelli E. *Sopra una dimostrazione di R. Fueterper un teorema di Hartogs*// Comm. Math. Helv., (1942/43), № 15, pp. 340 – 349.

[46] Merker J., Porten E. *A Morse-Theoretical Proof of the Hartogs Extension Theorem*//J. Geom. Anal., Vol. 17 (2007), № 3, pp. 513 – 546.

[47] Merker J. *The Hartogs extension theorem on* $(n-1)$*-complete spaces*//J. Reine. Angew. Math., (2009) № 637, pp. 23 – 39.

[48] Narasimhan R. *Analysis on real and complex manifolds.* North Holland; 2nd edition, 1985, p. 245.

[49] Nagata M. *Imbedding of an abstract variety in a complete variety*//Jour.of Math. Kyoto Univ. 2, 1962, pp. 1 – 10.

[50] Ohsawa T. *Hartogs type extension theorems on some domains in Kähler manifolds*// Annales Polonici Mathematici., Vol. 106 (2012), № 1, pp. 243 – 254.

[51] Ohsawa T. *On the complement of effective divisors with semipositive normal bundle*// Kyoto J. Math., Vol. 52 (2012), pp. 503 – 515.

[52] Ohsawa T. $\bar{\partial}$*-cohomology and geometry of the boundaryof pseudoconvex domains*//Annales Polonici Mathematici., Vol. 91 (2007), № 2-3, pp. 249 – 262.

[53] Øvrelid N., Vassiliadou S. *Semiglobal results for* $\bar{\partial}$ *on complex spaces with arbitrary singularities, Part II*// Trans. Amer. Math. Soc.,(2011), № 363, pp. 6177 – 6196.

[54] Palamodov V.P. *Linear differential operators with constant coefficient.* NewYork- Berlin: Springer-Verlag, 1970, 448 pp.

[55] Palamodov V.P. *Hartogs Phenomenon for Systems of Differential Equations*//J. Geom Anal., Vol. 24 (2014), pp. 667 – 686.

[56] Remmert R., van de Ven A. *Zur Funktionentheorie homogener komplexer Mannigfaltigkeiten*//Topology, Vol. 2 (1963), № 2, pp. 137 – 157.

[57] Rossi H. *Vector fields on analytic spaces*//Ann. of Math. (1963), № 78, pp. 455 – 467.

[58] Ruppenthal J. L^2*-Serre Duality on Singular Complex Spaces and Applications*//Complex Analysis and Geometry. PROMS., Vol. 144 (2015), pp. 309 – 318.

[59] Ruppenthal J. *Serre duality and L2-vanishing theorems on singular spaces*//Preprint 2014,arXiv:1401.4563., 28 p.

[60] Ruppenthal J. A *$\bar{\partial}$-theoretical proof of Hartogs extension theorem on Stein spaces with isolated singularities*//J. Geom. Anal., Vol. 18 (2008), pp. 1127 – 1132.

[61] Ruppenthal, J.*A $\bar{\partial}$ theoretical proof of Hartogs extension theorem on* $(n-1)$-*complete spaces*//Preprint 2008 arXiv:0811.1963, 9 pp.

[62] Serre J. P. *Quelques problémes globaux rélatifs aux variétés de Stein*//Coll. Plus. Var. Bruxelles,(1953), pp. 57 – 68.

[63] Sepanski M. R. *Compact Lie Groups.* Graduate Texts in Mathematics, Springer Science+Business Media, LLC, New York, Vol. 235, 2007, 207 pp.

[64] Shiffman B. *Extension of Holomorphic Maps into Hermitian Manifolds*//Math. Ann., Vol. 194 (1971), pp. 249 – 258.

[65] Sumihiro H. *Equivariant completion*//J. Math. Kyoto Univ., Vol. 14 (1974), № 1, pp. 1 – 28.

[66] Timashev D. A. *Homogeneous Spaces and Equivariant Embeddings*//Encyclopaedia of Mathematical Sciences, 138, Springer, Heidelberg Dordrecht London New York, 2011, xxii+253 pp.

[67] Timashev D. A. *Equivariant embeddings of homogeneous spaces.* Surveys in geometry and number theory: reports on contemporary Russian mathematics, London Math. Soc. Lect. Note Ser., no. 338, Cambridge University Press, Cambridge (2007), pp. 226–278.

[68] Vîjîitu V. *On Hartogs' extension*//Annali di Matematica Pura ed Applicata (1923 -), Vol. 201 (2022), pp. 487 – 498.

Работы автора по теме диссертации

[69] Феклистов С. В., Щуплев А. В. *О голоморфном продолжении функций в торических многообразиях*//Седьмое Российско-Армянское совещание по математическому анализу и смежным вопросам г. Ереван 9-15 сентября 2018. Ер.: Изд-во «Гитутюн», 2018 – с. 75 – 76.

[70] Феклистов С. В. *Феномен Гартогса в G-многообразиях* // Восьмая школа-конференция «Алгебры Ли, алгебраические группы и теория инвариантов». Москва, Россия, 27 января – 1 февраля 2020 г. Тезисы докладов. — Москва: МЦНМО, 2020, с. 66 – 67.

[71] Феклистов С. В. *О феномене продолжения Гартогса в сферических многообразиях*// Алгебры Ли, алгебраические группы и теория инвариантов: тезисы докладов Девятой школы-конференции, Самара, 21–26 августа 2021 года. – Самара: Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 2021. – с. 57-59.

[72] Феклистов С. В. *Феномен Гартогса в торических многообразиях*//Конференция международных математических центров мирового уровня: материалы конф. Сириус, 9–13 августа 2021 г. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2021. – с. 41 – 42.

[73] Феклистов С. В. *Феномен Гартогса и спектральная последовательность Лере* // Международная конференция по математическому анализу и дифференциальным уравнениям. Сборник тезисов. г. Цахкадзор, Армения, 19-23 сентября 2022г.– Ереван: «Мекнарк», 2022.- с. 47 – 49.

[74] Феклистов С. В. *Феномен продолжения Гартогса в почти однородных алгебраических многообразиях*// Матем. сб., т. 213 (2022), № 12, с. 109 – 136.

[75] Feklistov S., Shchuplev A. *The Hartogs extension phenomenon in toric varieties*// J. Geom. Anal., Vol. 31 (2021), pp. 12034 – 12052.