

Резюме проекта
Выполняемого при поддержке **РФФИ**
**«Структурные, теоретико-модельные и комбинаторные вопросы алгебраических и
геометрических систем»**

за 2012-2014 год

Договор № РФФИ-90 (код гранта РФФИ: 12-01-00968)

Приоритетное направление: информационные и телекоммуникационные системы.

Критическая технология: технологии информационных, управляющих, навигационных систем.

Период выполнения: 2012-2014 гг.

Ключевые слова: группа лиева типа, унипотентная подгруппа, алгебра Шевалле, кольца Ли и Йордана, алгебры многочленов, изоморфизм, элементарная эквивалентность, ручные и дикие автоморфизмы, дифференцирование, проективные пространства, квадратичная форма, метод коэффициентов.

1. Цель фундаментального исследования:

В проекте ставилось целью решение или существенное продвижение в решении следующих известных (из Коуровской тетради нерешенных вопросов и др.) задач и проблем.

а) гипотезы В.П. Шункова и В.М. Левчука об ограниченности числа конечных простых групп с заданным параметром вложения инволюции и, соответственно, с заданным числом сопряженных и перестановочных с нею инволюций.

б) вопрос 6.38 Ноймана из Коуровской тетради о сопряжено плотных подгруппах групп лиева типа для случаев лиева ранга >1 и локально конечного поля.

в) вопрос 12.86 С. А. Сыскина о второй функции Эйлера на конечных простых группах и гипотеза Уайголда (вопрос 17.116 [КТ]) об её оценке.

г) вопрос 3.3 [КТ] описания автоморфизмов свободной ассоциативной алгебры ранга $n > 1$ и алгоритмы построения диких автоморфизмов.

д) вопрос перечисления групп Шевалле с регулярной силовской p -подгруппой над p -примарным кольцом вычетов целых чисел (обобщение вопроса 8.3 Верфрица).

е) описать решетку подгрупп группы Шевалле над несовершенным полем характеристики 2 или 3, содержащих подгруппу всех элементов с коэффициентами из подполя, для которого основное поле является алгебраическим расширением (см. вопрос 7.40 Ю.И. Мерзлякова).

ж) гипотеза о выполнении конгруэнц-подгруппового свойства в мультипликативной группе матриц нормы 1 специальной кватернионной рациональной алгебры 2×2 -матриц (вопрос 5.33 Меннике-Ихары).

з) какие присоединенные группы Шевалле над кольцом целых чисел (вопрос 15.67 Я.Н. Нужина) или целых гауссовых чисел порождаются тремя инволюциями, две из которых перестановочны?

и) вопросы 7.28 и 15.46 В.М.Левчука об условиях допустимости ассоциированных с группами Шевалле элементарных ковров над коммутативным кольцом и над полем;

к) перечислить конечные группы Шевалле G , в которых большие абелевы подгруппы унипотентной подгруппы U G -сопряжены с нормальной подгруппой в U , описать исключительные большие абелевы подгруппы, завершив решение проблемы о больших абелевых подгруппах в U ;

л) теоретико-модельные вопросы для унипотентных подгрупп U групп Шевалле (элементарная эквивалентность, интерпретируемость, конечная аксиоматизируемость и разрешимость теорий);

м) теоретико-модельные вопросы для ассоциированных с U колец Ли N , вопросы об автоморфизмах, изоморфизмах, дифференцированиях, локальных автоморфизмах и дифференцированиях колец Ли N ;

н) описать дифференцирования (обычные, лиевы и йордановы) кольца финитарных матриц над ассоциативным кольцом с единицей, содержащим подкольцо всех диагональных матриц, аномальные подгруппы мультипликативной подгруппы кольца слабо финитарных матриц;

о) вопросы построения и классификации полуполевого плоскостей над малыми полями и проблема разрешимости групп коллинеаций полуполевого плоскостей;

п) вопросы классификации квадратичных форм над локальными кольцами главных идеалов с конечными QF -схемами малых порядков и квадратик проективных пространств над теми же кольцами, квадратичные свойства полиномиальных алгебр над вещественными конечными полями;

р) развитие теории детерминантов и перманентов над некоммутативными и неассоциативными кольцами;

с) построение метода коэффициентов как метода исчисления множества правил вывода и леммы о полноте исчисления для рядов Фурье, булевых функций, асимптотических рядов и некоторые другие.

На заключительном этапе исследовались также:

- гипотеза (к вопросу г)) о том, что в алгебре многочленов от некоммутативных или коммутативных переменных над полем всякий автоморфизм идеала R многочленов без свободного члена при любом k есть ручной автоморфизм по модулю k -й степени R ;

- связанное с вопросом к) обобщение для случая произвольного поля коэффициентов задачи А.И. Мальцева о коммутативных подалгебрах простых комплексных алгебр Ли.

- замыкание p -радикала параболической подгруппы силовой p -подгруппы группы лиева типа характеристики p и пересечения примарных подгрупп в почти простых группах;

Ставилось целью проекта и привлечение, как соисполнителей членами ВТК), молодых ученых – аспирантов, докторантов и студентов. Планировались защиты одной докторской диссертации (Г. С. Сулейманова) и 5 кандидатских диссертаций (Н. В. Мальцев, М. Н. Давлетшин, А. П. Елисова, Ю. Ю. Ушаков и П.К. Штуккерт).

2. Основные результаты проекта:

- вопрос о диких автоморфизмах ассоциативных алгебр многочленов от коммутативных или некоммутативных переменных редуцируется к аналогичному вопросу для идеала R многочленов с нулевым свободным членом и его фактор-алгебр $R/(R^k)$, $k = 1, 2, \dots$ (полностью, когда $k < 5$); разработан алгоритм проверки гипотезы о ручном действии автоморфизма Аника по модулю R^k при всех $k > 1$;

- установлены критерии нормальности подгрупп и описаны максимальные нормальные абелевы подгруппы унипотентного радикала U подгруппы Бореля группы G лиева типа над полем, как приложение, получено новое (уточненное) решение задачи Паркера -- Раули в ревизии ККПГ об экстремальных подгруппах в U ;

- перечислены большие нормальные абелевы подгруппы конечной группы U и доказано, что они есть большие абелевы в U , а любая большая абелева унипотентная подгруппа в G либо сопряжена с нормальной подгруппой в U , либо G типа G_2 , F_4 , $3D_4$, $2F_4$ или $2E_6$;

- завершено решение проблемы о больших абелевых подгруппах в U , восходящей к задаче А.И. Мальцева об абелевых подалгебрах наивысшей размерности простых комплексных алгебр Ли (1945 г.), разработан подход к решению обобщенной задачи А.И. Мальцева;

- для коврового подкольца алгебры Шевалле (определенного ковром аддитивных подгрупп) дается ответ на аналог известного вопроса об отсутствии в ковровой подгруппе новых корневых элементов и находятся необходимые и достаточные условия его инвариантности относительно соответствующей ковровой подгруппы;

- доказано, что группы, лежащие между группами лиева типа над несовершенными полями характеристики 2 и 3, в общем случае исчерпываются ковровыми подгруппами, определяемыми допустимыми элементарными коврами аддитивных подгрупп;

- установлено, что силовая p -подгруппа общей линейной группы размерности n над кольцом вычетов по модулю p -примарной степени при $n < (p+1)/2$ удовлетворяет известным необходимым условиям регулярности;

- получено решение вопроса о регулярности силовских p -подгрупп в симплектических и унимодулярных ортогональных типа D_{2n} группах над Z_p и Z_{pp} ;

- установлена строгая вещественность и рациональность группы $UT(n, K)$ при $n < 9$ над произвольным полем K характеристики 2;
- доказывается, что существует только четыре случая для упорядоченной пары (A, B) примарных подгрупп A и B нечетного порядка почти простой конечной группы G , для которых подгруппа A нетривиально пересекается со всеми сопряженными с B подгруппами;
- установлен аналог теоремы Херштейна о дифференцированиях для параболических подколец кольца финитарных Γ -матриц над ассоциативным кольцом с единицей с индексами из произвольной цепи Γ ;
- найдены новые нетривиальные локальные дифференцирования и локальные автоморфизмы алгебры $R = NT(n, K)$ и ассоциированной алгебры Ли над ассоциативно-коммутативным кольцом с единицей; их изучение по модулю R^3 редуцируется к тривиальным, а полное описание получено при $n=3$ и в случае, когда K – поле и $n = 4$;
- для групп лиева типа ранга 1 дана оценка n -ой функции Эйлера-Холла и подтверждена гипотеза Пыбера (14.74 КТ) о числе классов сопряженных элементов в конечной группе, а для групп Ри полностью решен вопрос С. А. Сыскина (12.86 КТ); в унитарном случае вопрос редуцирован к перечислению пар элементов подгрупп с неединичным разрешимым радикалом;
- дано алгебраическое обобщение известной теоремы поляризации о восстановлении полиаддитивной симметрической функции по её значениям на диагонали, приведены приложения в полилинейной алгебре, комбинаторном анализе и теории операторов;
- введены детерминанты над кольцами (не обязательно коммутативными или ассоциативными), на их основе получены новые полиномиальные тождества (формулы вычисления);
- доказана однопорожденность лупы ненулевых элементов всех полуполей порядка 16 и (неправоциклического) полуполя Кнута – Руа порядка 32, перечислены максимальные подполя и спектры лупы ненулевых элементов всех полуполей и представителей изотопных классов квазиполей порядка 16, найдено квазиполе, являющееся объединением подполей порядка 4;
- разработан подход к построению и классификации полуполевых проективных плоскостей с бэровской инволюцией, допускающих изоморфную A_4 или Q_8 подгруппу автотопизмов;
- построен метод коэффициентов для рядов Фурье обычного типа и q -рядов, найдено, с помощью известной теоремы поляризации, новое семейство полиномиальных тождеств для детерминанта над кольцом с ассоциативными степенями;
- получен ответ на вопрос Г. П. Егорычева-Е. В. Зима, *Comm. Alg.* 2008 о числе классов проективно эквивалентных квадратичных форм проективного пространства $RP(n-1)$ ($n > 2$) над локальным кольцом $R=2R$, $|R^*/R^{*2}|=2$, с нильпотентным главным максимальным идеалом.

С.В.Панов, П.К.Штуккерт и В.М.Левчук изучают вопросы строения и аномальные свойства конечных квазиполей и полуполей; ими координатизируются, с помощью регулярных множеств, проективные плоскости трансляций и полуполевого плоскости тех же порядков. Перечислены максимальные подполя и спектры (или наборы введенных порядков элементов) лупы ненулевых элементов всех полуполей порядка 16 и представителей изотопных классов квазиполей порядков 16 и 32, найдено квазиполе порядка 16 - объединение подполей порядка 4, и полуполе того же порядка без элементов порядка 3. Доказана однопорядковость лупы ненулевых элементов всех полуполей порядка 16 (также 32, с точностью до изотопизмов) и полуполя Кнута – Руа порядка 32, опровергающего гипотезу Венэ о правоцикличности полуполей. Аналогичные вопросы изучаются для полуполей порядка p^3 с простым числом $p > 2$.

О.В.Кравцова разработала подход к построению и классификации проективных полуполевого конечных плоскостей с бэровской инволюцией, допускающих изоморфную A_4 или Q_8 подгруппу автотопизмов, пакет компьютерных программ построения регулярных множеств плоскостей ранга < 5 над полем простого порядка, отыскания ядер и проверки изоморфности построенных плоскостей. Построено матричное представление регулярного множества конечной полуполевого плоскости с бэровской инволюцией, построены примеры плоскостей порядка 16, 81, 256.

Ю.Ю.Ушаков и В.М.Левчук редуцировали вопрос 3.3 [КТ] о диких автоморфизмах свободных алгебр и, более общо, ассоциативных алгебр многочленов от $n > 2$ некоммутативных или коммутативных переменных к аналогичному вопросу для идеала R многочленов с нулевым свободным членом и его фактор-алгебр $R/(R^k)$, $k = 1, 2, \dots$. Разработан алгоритм проверки гипотезы о ручном действии автоморфизма Аника по модулю R^k при всех $k > 1$.

Я.Н.Нужин анонсировал (совместно с В.И.Зенковым) теорему: существует только четыре случая для упорядоченной пары (A, B) подгрупп A и B нечетного порядка почти простой конечной группы G , для которых подгруппа A нетривиально пересекается со всеми сопряженными с B подгруппами. В связи с вопросом 3), анонсировано (И.А.Тимофеенко -- аспирант Я.Н.Нужина), что группа Шевалле типа G_2 над кольцом целых чисел, порождается тремя инволюциями, две из которых перестановочны.

Я.Н.Нужин доказал, что группы, лежащие между группами лиева типа над несовершенными полями характеристики 2 и 3, в общем случае исчерпываются ковровыми подгруппами, определяемыми допустимыми элементарными коврами аддитивных подгрупп. Для коврового подкольца алгебры Шевалле, определенного ковром аддитивных подгрупп основного кольца, получен ответ на аналог известного вопроса 15.46 [КТ] (об отсутствии в ковровой подгруппе новых корневых элементов); найдены необходимые и достаточные условия инвариантности коврового подкольца относительно соответствующей ковровой подгруппы.

Ю.Ю.Ушаков установил оценки n -й функций dn (функция Эйлера-Холла) на конечных группах лиева типа ранга 1 (при $n=2$ они подтверждают в этих классах гипотезу Уайголда), и завершил для них подтверждение гипотезу Пыбера (14.74 КТ) о числе классов сопряженных элементов в конечной группе. Завершено (Ю.Ю.Ушаков и Д.В.Левчук) решение вопроса С.А.Сыскина (вопрос 12.86 [КТ]) о нахождении 2-й функции d_2 для групп P_n ; а для оставшихся простых 3-х мерных унитарных группах вычисление функции d_2 редуцировано к перечислению пар элементов подгрупп с неединичным разрешимым радикалом.

Г.С.Сулейманова и В.М.Левчук установили критерии нормальности подгрупп унитарного радикала U подгруппы Бореля группы G лиева типа над полем, основываясь на введенных фреймах подмножеств в U , описали максимальные

нормальные абелевы подгруппы в U . (Как приложение, получено новое, уточненное, решение задачи Паркера -- Раули в ревизии ККПГ об экстремальных подгруппах в U .) Как следствие, перечислены большие нормальные абелевы подгруппы конечной группы U и доказано (с использованием подхода А.И. Мальцева, развивавшегося Е.П.Вдовиним), что они есть большие абелевы в U (это приводит к новому доказательству известных и уточненных формул порядков больших абелевых подгрупп в U), а любая большая абелева унипотентная подгруппа в G либо сопряжена с нормальной подгруппой в U , либо G типа G_2 , F_4 , $3D_4$, $2F_4$ или $2E_6$.

Решение проблем о больших абелевых подгруппах в U и G , в целом, Г.С.Сулейманова завершила, полностью описав исключительные большие абелевы подгруппы в U и подгруппы Томпсона $J(U)$ и $Je(U)$. Проблема о больших абелевых подгруппах в U восходит к задаче А.И. Мальцева об абелевых подалгебрах наивысшей размерности простых комплексных алгебр Ли (1945 г.); разработан подход к решению обобщенной задачи А.И.Мальцева с любым полем K .

С.Г.Колесников исследует вопрос 8.3 [КТ] Верфрица о регулярных силовских p -подгруппах S общей линейной группы степени n над кольцом K вычетов целых чисел по модулю m -й степени простого p . Доказано, что при $n < (p+1)/2$ для любого p -примарного q множества q -х степеней всех элементов S и множества всех корней q -й степени в S из единицы являются подгруппами. Подтверждены другие стандартные необходимые условия регулярности. (Ранее было известно, что S при $n > (p-1)/2$ регулярна только, если $m=1$ и n

Исследуя аналог вопроса Верфрица (вопрос д)), С.Г.Колесников и Н.В.Мальцев доказали, что силовская p -подгруппа симплектической (или унимодулярной ортогональной) группы размерности $2n$ над кольцом классов вычетов целых чисел по p -примарному модулю q нерегулярна при любом q и $p < 2n$ (соответственно $p < 2n - 2$), и при любом $q > p$, когда $p < 4n$ (соответственно $p < 4n - 4$).

Установлен аналог теоремы Херстейна о дифференцированиях для параболических подколец кольца $M(\Gamma, K)$ всех финитарных Γ -матриц над ассоциативным кольцом K с единицей с индексами из произвольной цепи Γ . (Подкольцо названо параболическим, если оно содержит все нижние треугольные Γ -матрицы.) Доказано, что всякое лиево и йорданово дифференцирование параболического подкольца есть обычное дифференцирование, когда цепь Γ бесконечна, а для конечной цепи есть сумма обычного и явного специального дифференцирований (С.Г.Колесников и Н.В.Мальцев).

На основе известных описаний автоморфизмов и дифференцирований колец $R = NT(\Gamma, K)$ финитарных нижних нильтреугольных Γ -матриц над K с индексами из произвольной цепи Γ , ассоциированных колец Ли $L(R)$ и Йордана $J(R)$ (В.М.Левчук, 1987 г. и работы 2000-х годов, совместные с Е.В.Минаковой, О.В.Радченко и F.Kuzucuoglu) найдены новые нетривиальные локальные дифференцирования и локальные автоморфизмы алгебры $R = NT(n, K)$ и ассоциированной алгебры Ли $L(R)$ над ассоциативно-коммутативным кольцом с единицей. Их изучение редуцируется к тривиальным по модулю R^3 ; полное описание получено при $n=3$ и в случае, когда K – поле и $n = 4$ (А.П.Елисова).

Когда Γ – цепь натуральных чисел, В.М.Левчук и аспирант Цыганков установили, что известное описание максимальных абелевых идеалов колец $R = NT(\Gamma, K)$ и $L(R)$ над ассоциативным кольцом K с единицей без делителей нуля (В.М.Левчук, Матем. заметки, 1987 г.) переносится на случай колец Γ -матриц без предположения финитарности; разрабатывается вопрос о перенесении описания автоморфизмов.

Ослаблено ограничение на характеристику основного поля в известной теореме Видела (1990) об элементарно эквивалентных группах $U=U\Phi(K)$ ранга >1 . Исследован частный случай вопроса m) -- описаны автоморфизмы максимальной нильпотентной подалгебры $N=N\Phi(K)$ алгебры Шевалле симплектического типа. В связи с конгруэнц-проблемой Меннике-Ихары, взаимосвязанно исследовалось построение решений обобщенных уравнений Пелля и обобщенных кватернионов с нормой 1. (А.В.Литаврин, В.М.Левчук и студенты.)

В.М.Левчук и Т.Ю.Войтенко устанавливают определяющие соотношения (они сводятся к стандартным с помощью соотношения, близкого к стандартному) универсальной группы Шевалле над ассоциативно-коммутативным кольцом K (не обязательно с единицей) с условием разложимости его фактор-кольца по радикалу Джекобсона в прямую сумму вычетов полей.

В связи с проблемой 1 из G.P.Egorychev and V.M.Levchuk Enumeration in the Chevalley algebras. -- SIGSAM Bulletin, Vol. 35, No. 2, Issue 136, 2001, 20-34 найдено комбинаторное выражение числа всех идеалов алгебры $NT(n,K)$ (то есть для одного из 4 классических лиевых типов) над любым конечным полем K , включая случай $K=GF(2)$, как правило, исключительный в известных перечислениях идеалов. (В.М.Левчук, В.П.Кривоколеско)

Построен метод коэффициентов для рядов Фурье обычного типа и q -рядов, найдено, с помощью известной теоремы поляризации, новое семейство полиномиальных тождеств для детерминанта над кольцом с ассоциативными степенями (М.Н.Давлетшин, Г.П.Егорычев).

Г.П. Егорычев разрабатывал в рамках проекта новые свойства и приложения комбинаторно-алгебраических матричных функций над некоммутативными и неассоциативными кольцами, в том числе получение на основе введенного им детерминантов полиномиальных тождеств (формул вычисления) и оценок сложности их вычисления. Дано алгебраическое обобщение известной теоремы поляризации о восстановлении полиаддитивной симметрической функции по её значениям на диагонали, приведено новое, короткое (чисто комбинаторное) доказательство теоремы и ее новые приложения в линейной и полилинейной алгебре, комбинаторном анализе и теории операторов.

О.А.Старикова исследовала тесно связанные задачи классификации схем квадратичных форм полей и колец коэффициентов. Для основного кольца $R=F[[x,y]]$ (F – поле) перечислены классы недиагонализируемых квадратиков, определяемых нетривиальными клеточно-диагональными матрицами ранга 0. Выявлено число классов проективно конгруэнтных и проективно эквивалентных квадратиков со специальной схемой квадратичных форм порядка 4 и завершила решение задачи их перечисления для проективного пространства $RP(n-1)$ ($n>2$) над локальным кольцом $R=2R$, $|R^*: R^* \wedge^2|=2$, с нильпотентным главным максимальным идеалом.

Получено алгебраическое доказательство и интерпретация формул числа классов проективно конгруэнтных квадратиков, основанных на его известном комбинаторном выражении (В.М.Левчук, О.А.Старикова, Мат. сб., 2006) и полученных ранее методами интегрального представления комбинаторных сумм. (Ответ на вопрос из статьи Г.П.Егорычев и Е.В.Зима, Comm. Algebra, 2008.)

3. Охраноспособные результаты интеллектуальной деятельности (РИД), полученные в рамках фундаментального, прикладного научного исследования, экспериментальные разработки

Основные результаты опубликованы со ссылками исполнителей на поддержку гранта в различных авторитетных изданиях и журналах

1. Egorichev G.P, Kuzucuooglu F., Levchuk V.M, Enumeration of ideals of some nilpotent matrix rings// J. Algebra and Its Applications, Vol. 12 (2013), No. 1, P. 1250140-1 – 1250140-11.
2. Егорычев Г.П., Новое семейство полиномиальных тождеств для вычисления детерминантов// Доклады Академии наук, Т. 88 (2013) , №24, с. 510-512.
3. Нужин Я.Н. Группы, лежащие между группами Шевалле типа B1, C1, F4, G2 над несовершенными полями характеристики 2 и 3 // Сиб. матем. журн., Т. 54 (2013) , № 1, с. 157-162.
4. Левчук Д. В., Ушаков Ю. Ю., Функции Эйлера–Холла на группах Ри// Сиб. матем. журн., Т. 54, № 2 (2013), с. 336–346.
5. Елисова А.П., Локальные автоморфизмы нильпотентных алгебр матриц малых порядков// Изв. вузов. Матем., № 2 (2013), с. 40–48.
6. Старикова О.А., Классы проективно эквивалентных квадрик над локальными кольцами// Дискретная математика, Т. 25, № 2 (2013), с.91-103. // O. A. Starikova. Classes of projectively equivalent quadrics over local rings // Discrete Mathematics and Applications, Vol. 23, Issue 3-4(2013), pp. 385–398.
7. Сулейманова Г. С., Большие элементарные абелевы унипотентные подгруппы групп лиева типа// Известия Иркутского ГУ. Серия Математика, Т.6, № 2 (2013), с. 69-76.
8. Егорычев Г.П., Новые полиномиальные тождества для детерминантов над коммутативными кольцам// Там же., Т.5, № 4 (2012), с. 16-20.
9. Колесников С.Г., О необходимых условиях регулярности силовой p -подгруппы группы $GL_n(Z_p^m)$ // Там же, Т.6, № 2 (2013), с. 18-25.
10. Ушаков Ю.Ю., Вторая функция Эйлера – Холла на группах лиева типа ранга 1// Там же, Т.6, № 1 (2013), с. 101-107.
11. Кравцова О.В., Полуполевы плоскости четного порядка, допускающие бэровскую инволюцию // Там же, Т.6, № 2 (2013), с. 26-37.
12. Нужин Я.Н., Группы, лежащие между группами Стейнберга над несовершенными полями характеристики 2 и 3// Труды ИММ УрО РАН, Т. 19, № 3 (2013), с. 144-150.
13. Levchuk V. M., Suleimanova G. S., Thompson subgroups and large abelian unipotent subgroups of Lie-type groups// Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics, V. 6, № 1 (2013), с. 64-74.
14. Кравцова О.В., Панов С.В., Шевелева И.В., Некоторые результаты об изоморфизмах конечных полуполевых плоскостей // Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics, V. 6, № 1 (2013), с. 33–39.
15. Койбаев В.А., Нужин Я.Н., Подгруппы групп Шевалле и кольца Ли, определяемые набором аддитивных подгрупп основного кольца// Фундаментальная и прикладная математика, Т. 18, вып. 1 (2013), с. 75-84.
16. Levchuk V.M., Suleimanova G.S., Extremal and maximal normal abelian subgroups of a maximal unipotent subgroup in groups of Lie type // J. Algebra. 349(2012), № 1. – P. 98-116.

17. Davletshin M.N., Egorychev G.P., Krivokolesko V.P., Calculation of multiple combinatorial sums in the theory of holomorphic functions in C_n // *Advances in Applied Mathematics*. Vol. 48. – 2012. – P. 446-456.
18. Levchuk V.M., Suleimanova G.S., The normal structure of the unipotent subgroup in Lie type groups and its extremal subgroups// *J. Mathematical Sciences*. 185(2012), № 3. – P. 448-457.
19. Starikova O.A., Quadratic forms and quadrics of space over local rings// *J. Math. Sci*. V.187 (2012), № 2. – P. 177-186.
20. Левчук В.М., Сулейманова Г.С., Нормальное строение унипотентной подгруппы групп лиева типа и её экстремальные подгруппы// *Фундаментальная и прикладная математика*. Том 17, №1. – 2012. – С. 155-169.
21. Левчук В. М., Теоретико-модельные и структурные вопросы алгебр и групп Шевалле. – *Итоги науки (Юг России)*. Серия математический форум. Т.6. Группы и графы. – Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН и РСО-А. 2012. С. 75-84.
22. Койбаев В.А., Нужин Я.Н. Подгруппы групп Шевалле и кольца Ли, определённые набором аддитивных подгрупп основного кольца. Там же, с. 44-55.
23. Старикова О.А., Квадратичные формы и квадрики пространств над кольцами// *Фундаментальная и прикладная математика*. Том 17, № 3. – 2012. – С. 97-110.
24. Нужин Я.Н., Кольца Ли, определяемые системой корней и набором аддитивных подгрупп основного кольца// *Труды ИММ УрО РАН*. Том 18, № 3. – 2012. – С. 195-200.
25. Ушаков Ю.Ю., Оценка функций Ф. Холла на группах лиева типа ранга 1// *Владикавказский математический журнал*. Том 14, № 2. – 2012. – С. 50-56.
26. Егорычев Г.П., Интегральное представление и вычисление многомерной суммы в теории кубатурных формул// *Journal of Siberian Federal University. Ser. Mathematics & Physics*. Vol. 5, № 3. – 2012. – P. 363-369.
27. Елисова А.П., Локальные дифференцирования и автоморфизмы нильпотентных алгебр матриц малых порядков// *Вестник СибГАУ*, 2012, Т.44, №4.
28. Сулейманова Г.С. Исключительные большие унипотентные абелевы подгруппы групп *Вестник СибГАУ*, 2012, Т.44, №4, С. 82-86.
29. Левчук В.М., Панов С.В., Штуккерт П.К. Вопросы перечисления проективных плоскостей и латинских прямоугольников // *Моделирование и механика (сборник научных статей)*, Красноярск: СибГАУ, 2012, с. 56-70.
30. Nuzhin Y.N., Groups lying between Steinberg groups over nonperfect fields of characteristic 2 and 3, *Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics*, 2014, V. 285, No. 1, 146-152.
31. Ч. К. Гупта, В. М. Левчук, Ю. Ю. Ушаков, О ручных и диких автоморфизмах алгебр // *Фундамент. и прикл. матем.*, 18:4 (2013), с. 79–88.
32. Levchuk V.M., Shtukkert P.K. Problems on structure for quasifields of orders 16 and 32 // *J. of Siberian Federal University. Mathematics & Physics*. 2014. Vol.7. No. 3. P. 362-372.
33. Levchuk V.M., Panov S.V., Shtukkert P.K. The structure of finite quasifields and their projective translation planes // *Proceed. XII Intern. Conf. on Algebra and Number Theory*. Tula. 2014. P. 106 -- 108.
34. Штуккерт П.К. Квазиполя и проективные плоскости трансляций малых четных порядков // *Известия ИГУ, Иркутск*. 2014. Т.7. №1. С. 144-159.
35. Koibaev V.A., Nuzhin Y.N., Subgroups of the Chevalley Groups and Lie Rings Definable by a Collection of Additive Subgroups of the Initial Ring // *J. of Math. Sci.*, 2014, V. 201, No. 4, P. 458-464.

36. Сулейманова Г.С., Сопряженность в конечной группе Шевалле типа E8 больших абелевых унитарных подгрупп // J. Siberian Federal University. ser. Math. & Physics. Vol. 4, № 4. – 2011. – P. 536-540.
37. Колесников С.Г., Мальцев Н.В., О регулярности силовских р-подгрупп симплектических и ортогональных групп над кольцом $Z/p^m Z$ // Там же. С. 489-497.
38. Егорычев Г.П. Комбинаторное тождество из теории интегральных представлений в Sp // Известия Иркутского ГУ. Серия Математика. – 2011. – Т.4, №4. С. 39--44.
39. Колесников С.Г., Мальцев Н.В., Дифференцирования матричных колец, содержащих подкольцо треугольных матриц // Известия вузов. Математика. № 11 (2011), 23-33.
40. О. А. Старикова, А. В. Свистунова, Перечисление квадратиков проективных пространств над локальными кольцами, Изв. вузов. Матем., 2011, № 12, 59–63.

(Статьи 36-40 опубликованы после подачи заявки в сентябре 2011 г).

Авторефераты защищенных диссертаций

1. Штуккерт П. К. Квазиполя и проективные плоскости трансляций малых четных порядков: автореферат дисс. на соискание уч. ст. к.ф.-м.н. Сибирский федеральный университет, Красноярск, 2013, 12 с. (защищена 09.10.2014).
2. Ушаков Ю. Ю. Автоморфизмы свободных алгебр и функции на группах лиева типа ранга 1: автореферат дисс. на соискание уч. ст. к.ф.-м.н. Сибирский федеральный университет, Красноярск, 2013, 12 с. (защищена 26.04.2013).
3. Елисова А. П. Локальные автоморфизмы и локальные дифференцирования нильпотентных алгебр: автореферат дисс. на соискание уч. ст. к.ф.-м.н. Сибирский федеральный университет, Красноярск, 2013, 10 с. (защищена 22.02.2013).
4. Сулейманова Г. С. Нормальное строение и большие абелевы подгруппы унитарной подгруппы групп лиева типа: автореферат дисс. на соискание уч. ст. д.ф.-м.н. Сибирский федеральный университет, Красноярск, 2013, 23 с. (защищена 18.11.2013).
5. Давлетшин М.Н. Метод коэффициентов и его приложения: автореферат дисс. на соискание уч. ст. к.ф.-м.н. Сибирский федеральный университет, Красноярск, 2012, 13 с. (защищена 23.03.2012).
6. Мальцев Н.В. Дифференцирования параболических подколец в матричных кольцах и регулярность присоединенной группы в радикальном случае: автореферат дисс. на соискание уч. ст. к.ф.-м.н. Сибирский федеральный университет, Красноярск, 2011, 14 с. (защищена 23.12.2011).

4. Назначение и область применения результатов проекта

Участники и соисполнители гранта представляли результаты исследований с опубликованием 44 тезисов докладов на крупных международных и всероссийских конференциях (включая 14 приглашенных пленарных докладов):

Международная конференция «Алгебра и теория чисел: современные проблемы и приложения», Тула, 2014.

Международная конференция «Алгебра и математическая логика: теория и приложения», Казань, 2014.

Международная конференция по алгебре, посвященная 100-летию со дня рождения Л.А.Калужнина, Нальчик, 2014.

Международная школа-конференция по теории групп, Нальчик, 2014 г.

Международный симпозиум «Абелевы группы», посвященный 100-летию со дня рождения Л.Я. Куликова, Москва, 2014.

Международная конференция «Мальцевские чтения», Новосибирск, 2012, 2013, 2014

Международная конференция «Алгебра и логика: Теория и приложения», посвященная памяти В.П.Шункова, Красноярск, 2013.

Международная конференция «Алгебра и комбинаторика», Екатеринбург, 2013.

International Conference on Algebra, Ukraine, Kyiv, Ukrainian NAS. 2012.

Международная конференция «Алгебра и линейная оптимизация». Екатеринбург, 2012.

Международная школа-конференция по теории групп, Владикавказ, 2012.

Международная молодежная школа-конференция «Современные проблемы математики». Екатеринбург, 2012.

Российская школа-семинар «Синтаксис и семантика логических систем», Улан-Удэ, БГУ, 2012.

VII Всесибирский конгресс женщин-математиков, Красноярск, СФУ, 2012.

5. Возможность коммерциализации результатов проекта

Возможности в перспективе изучаются.

6. Эффекты от внедрения результатов проекта

Защищены 5 кандидатских диссертаций -- Н.В.Мальцев, утвержден 25.07.12 (н. рук. – С.Г. Колесников, соруководитель В.М.Левчук), М.Н.Давлетшин, утв. 21.01.13 (н. рук. - Г.П. Егорычев). А.П.Елисова, утв. 30.09.13, Ю.Ю.Ушаков, утв. 21.10.13, и П.К.Штуккерт, защита 09.10.14 (н. рук. - В.М.Левчук), и докторская диссертация -- Г.С.Сулейманова, утв. 5.05.14 (н. консультант – В.М.Левчук).

7. Исполнители

Основные исполнители:

Левчук Владимир Михайлович

Давлетшин Максим Николаевич

Егорычев Георгий Петрович

Елисова Анна Петровна

Колесников Сергей Геннадьевич
Кравцова Ольга Вадимовна
Мальцев Николай Владимирович
Нужин Яков Нифантьевич
Панов Сергей Валерьевич
Старикова Ольга Александровна
Сулейманова Галина Сафиуллиановна
Ушаков Юрий Юрьевич

Соисполнители:

Войтенко Татьяна Юрьевна
Левчук Денис Владимирович
Литаврин Андрей Викторович
Цыганков Виталий Владимирович
Штуккерт Полина Константиновна

Руководитель работ по проекту

Д. ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой
алгебры и математической логики

В. М. Левчук