

Резюме проекта
выполняемого при поддержке РФФИ

«Многомерные интегральные преобразования и их применения
в комплексной аналитической геометрии и теориях
дифференциальных и разностных уравнений»

по этапу № 1 промежуточное

Номер 14-01-00544

Приоритетное направление: не очевидно

Критическая технология: не очевидно

Период выполнения: 1.01.2014 – 31.12.2014

Ключевые слова: аналитическое продолжение, эллиптические операторы, интеграл Меллина-Барнса, разностные уравнения, дискриминантное множество.

1. Цели фундаментального исследования

1. Построение прямого фундаментального соответствия, осуществляемого преобразованием Меллина для рациональных функций с квазиэллиптическими знаменателями и для общей алгебраической функции. Построение обратного фундаментального соответствия, осуществляемого интегралами Меллина-Барнса для A -гипергеометрической функции. Во всех этих случаях будут описаны области сходимости степенных разложений (рядов Пюизо) в терминах амёб сингулярных множеств оригинала.

2. Предъявление формул для параметризации сингулярных стратов классического дискриминанта, отвечающих полиномам с корнями кратности, большей или равной j . Предполагается доказать, что такие страты одновременно являются некоторыми A -дискриминантными множествами.

3. Доказательство достаточности семейства комплексных прямых, проходящих через конечное множество точек, лежащих в различных областях. Другими словами, получение граничного варианта классической теоремы Гартогса о голоморфности функций, голоморфных по каждой переменной при фиксированных остальных.

4. Доказательство равенства вычетного интеграла и степенных сумм систем неалгебраических уравнений различных типов. Вычисление вычетного интеграла через конечное число коэффициентов Тейлора функций, входящих в систему. Рассмотрение метода исключения для систем нелинейных уравнений.

5. Мы ожидаем получить теоремы существования и единственности для одной некорректной сильно параболической системы типа Ламе в пространствах Гельдера над цилиндрическими областями. Задача состоит в нахождении вектор функции в цилиндрической области трехмерного пространства по заданным ее значениям и значениям тензора напряженности

на части боковой поверхности границы области. Условие разрешимости задачи будет сформулировано в терминах аналитического продолжения соответствующих параболических потенциалов. Для областей частного вида планируется получить и формулу карлемановского типа для точного решения задачи с помощью разложения фундаментального решения параболической системы типа Ламе в ряды по специальным функциям.

6. Кроме того, ожидаем доказать фредгольмовость одной некоэрцитивной смешанной задачи робиновского типа в весовых пространствах соболевского типа для матричного оператора Лапласа в том случае, когда косая производная построена с помощью подходящего оператора Дирака.

7. Для дальнейшего изучения спектральных свойств задачи планируем получить для построенного функционального пространства теорему вложения в весовые пространства Соболева-Слободецкого с положительными показателями гладкости (с ожидаемым эффектом субэллиптичности). При успешном описании класса компактных возмущений задачи мы получим доказательство полноты корневых функций с помощью теоремы Келдыша.

8. Описание инвариантного и вполне инвариантных многообразий для динамической системы на комплексном проективном пространстве, определенных квадратичными формами.

9. Описание асимптотик для решений разностных уравнений первого порядка. Предполагается доказать, что эти асимптотики реализуются экспоненциальными решениями, суженными на множество критических точек логарифмической проекции характеристического множества разностного уравнения.

10. Исследование вопроса о разрешимости разностного аналога обобщенной задачи Коши для полиномиального дифференциального оператора с начально-краевыми условиями типа Рикье. Как следствие, предполагается получить разностный аналог Теоремы Хермандера о разрешимости этой задачи.

2. Основные результаты проекта

1. Для преобразований Меллина построено фундаментальное соответствие применительно к рациональным функциям с квазиэллиптическими знаменателями и к одному классу гипергеометрических функций. В частности, показано, что преобразование Меллина переводит рациональную функцию $1/f$ в мероморфную на всем комплексном пространстве. При этом само преобразование Меллина голоморфно в трубчатой области, основанием которой является внутренность многогранника Ньютона знаменателя f . С помощью теории многомерных

вычетов формула обращения преобразования Меллина дает степенные асимптотические разложения для оригинала $1/f$.

2. Исследованы сингулярные страты каспидального типа для классического дискриминанта: получены их параметризации, доказано, что мономиальными преобразованиями они сводятся к A -дискриминантным множествам.

3. Получен многомерный граничный аналог теоремы Гартогса о существовании голоморфного продолжения непрерывных функций на границе ограниченной строго выпуклой n -круговой области в \mathbb{C}^n , обладающей свойством одномерного голоморфного продолжения вдоль конечного семейства комплексных прямых, проходящих через точки области.

4. Установлена связь между вычетными интегралами и степенными суммами корней специальных систем уравнений, состоящих из целых функций конечного порядка роста. На этой основе разработан алгоритм вычисления степенных сумм корней и дана его компьютерная реализация в системе *Matematika*. С его помощью найдены суммы некоторых типов многомерных числовых рядов.

5. Получен критерий разрешимости некорректной смешанной задачи для параболической системы типа Ламе, которую можно трактовать как одну из линеаризаций системы уравнений Навье-Стокса. Также доказаны теорема единственности и плотная разрешимость задачи в подходящих пространствах гладких функций. Построены формулы для приближенных решений задачи в цилиндрических областях.

6. Доказана фредгольмовость одного класса некоэрцитивных смешанных задач для сильно эллиптических уравнений с комплексными коэффициентами в специально для этого построенных весовых пространствах соболевского типа. Получена теорема вложения для этих пространств в весовые пространства Соболева-Слободецкого. Описаны условия полноты корневых функций этих задач в весовых пространствах соболевского и лебеговского типов. Указанные результаты распространены на эллиптическую систему Ламе, которую можно трактовать как одну из линеаризаций стационарной версии системы уравнений Навье-Стокса или как систему теории линейной упругости, записанную в смещениях. Эти результаты относятся к матричному оператору Лапласа в том случае, когда косая производная построена с помощью подходящего оператора Дирака.

7. Доказана теорема, дающая полное описание орбиты точки общего положения относительно действия одной важной в приложениях полиномиальной динамической системы, заданной семейством квадратичных форм на комплексном проективном пространстве высокой размерности. Показано, что инвариантные многообразия данной динамической системы

задаются биномиальными идеалами. Предложен алгоритм вычисления порождающих этих идеалов и осуществлена его программная реализация.

8. Исследованы гомологические решения многомерного линейного разностного уравнения с постоянными коэффициентами. Описана асимптотика таких решений. На примере уравнения первого порядка проиллюстрирован многомерный вариант теоремы Перрона в классе гомологических решений.

9. Используя конструкцию, подобную результату двух многочленов, из коэффициентов полиномиального разностного оператора построен набор определителей, невырожденность которых равносильна как разрешимости задачи Коши для этого оператора, так и существованию мономиального базиса, обеспечивающего справедливость специальной теоремы о делении с остатком на характеристический многочлен. Как следствие, получен разностный аналог теоремы Хермандера о разрешимости одной начально-краевой задачи для полиномиального дифференциального оператора.

3. Охраноспособные результаты интеллектуальной деятельности (РИД), полученные в рамках фундаментального, прикладного научного исследования, экспериментальной разработки

Не очевидно.

4. Назначение и область применения результатов проекта

Исследования носят теоретический характер. Результаты могут применяться в теории многомерных вычетов, аналитического продолжения, для нахождения решений разностных уравнений, при исследовании эллиптических дифференциальных операторов.

5. Эффекты от внедрения результатов проекта

Не очевидно.

6. Возможность коммерциализации результатов проекта

Не очевидно.

7 Наличие соисполнителей

Нет.

Руководитель работ по проекту
зав. каф. теории функций ИМиФИ СФУ

_____ А.К.Цих